ボイラのモデルプラントのディジタル制御†

井上俊彦*・北川伸一*・有本卓*

Digital Control of a Boiler Model Plant

Toshihiko INOUE*, Shin-ichi KITAGAWA* and Suguru ARIMOTO*

In recent years, linear multivariable control theory has been developed extensively. Today, it seems to be brought to near completion. However, advanced control technics such as optimal control, state estimation etc. have scarcely been applied to real industrial processes. To help bridge the gap between theory and practice, it is necessary to undertake experimental investigation on pilot model plants by applying such technics. In view of these, a boiler model plant is utilized in this paper to examine one of modern digital control technics.

The test plant is modeled by a two-dimensional discrete-time linear dynamical system which is obtained by linearizing lumped-parameter energy and mass balance equations and discretizing them through sampling and holding. The purpose of control is to maintain controlled variables (drum pressure and drum liquid level) at the normal set points under step-wise changes of steam-valve opening and random environmental disturbances. Then an FTSC algorithm (Finite Time Settling Control) recently proposed by Y. Takahashi and M. Tomizuka is applied to the model plant. In the beginning, a direct application of the algorithm yields an unsatisfactory system performance, resulting in excessively oscillatory responses. Therefore, two types of correction for control gain matrices are proposed, one of which is based on introducing staleness-weighting factors into the discrete transfer function matrix and the other adopts another gains designed by a single-loop parameter tuning method. After this correction, the FTSC algorithm gives rise to a satisfactory result.

1. ま え が き

現代制御理論の発展の中で、線形多変数系に対する最適制御や状態推定に基づく制御理論は完成に近づいたように思われる¹⁾。これらの方法は、理論およびシミュレーションによって、従来のPID(比例+積分+微分)制御より優る性能をあげることが示されているにもかかわらず、実際の工業プロセスに適用された例は数少ない²⁾。というのは、これらの現代制御理論と従来の制御法とのメリットの比較がはっきりしなかったり、モデルプラントでの性能の確認などの例が少ないからだと考えられる^{2),3)}。また、実プラントを自由に操作することはコストと安全性の面から不可能に近いこともその理由の一つであろう。そこで、モデルプラントを用いた実験によって理論の有効性を確かめることが、理論と実際のギャップを埋める一つの有力な手段となりうる。このような観点から、われわれはボイラを模擬したモデルプラントを作り、その特性を把握してきたが⁴⁾、本論文では、現代制御理論に基づいたディジタル制御方式の一つをこれに適用し、理論の適用可能性を吟味する。

モデルプラントの数学モデルとしては、できるだけ次数が低く、しかも測定できる物理量を状態変数とする状態空間モデルを採用したい。そのために、モデルプラント全体の質量およびエネルギー保存則を微小変動法によって線形化し、2次元の線形ダイナミックモデルを設定する。また、制御目標は、ランダム環境下でステップ外乱に対して出力を一定値に保つ定値制御とする。そこで、ディジタル制御の一方式として高橋、富塚によって最近提案された多変数系に対する有限整定アルゴリズム^{1),5)}を適用する。これらのアルゴリズムについては、シミュレーションによってその有効性はすでに確かめられているが、実プラントに適用された例はまだ数少ないからである。実際に直接適用した結果は必ずしもよいものではなかったが、つぎのように、モデルプラントの特徴に基づいてアルゴリズムを

† 第6回システムシンポジウムで一部発表(昭55.7)

* 大阪大学基礎工学部 豊中市待兼山町 1-1

* Faculty of Engineering Science, Osaka University, Toyonaka

(Received December 1, 1980)

(Revised June 8, 1981)

修正することによって満足できる実験結果が得られた。

まず、有限整定制御を実行する際、つぎの二つの問題点が生ずることが予想される。(1)モデルの近似誤差が大きいと応答が振動的になる。(2)制御の刻み時間が短くモデルの次数が低いと、操作量の飛躍が大きくなる。(1)はモデルの一パラメータを調整することで解決できる。(2)はモデルの次数が固定されているため、刻み時間を長くすることで解決できるように思われる。しかし、刻み時間を長くすれば制御偏差が大きくなることが予想されるので、それでは解決にならない。実際に提案のアルゴリズムを直接適用した実験では、予想どおり応答は振動的であった。そこで、制御ゲインの一部を補正することで応答を緩和したり、モデルプラントの物理的構造に注目し、ドラムレベルとそれに強く影響を及ぼす操作入力のペアを単一ループと考えると最適パラメータ調整則で得られた制御ゲインを適用したりすることによって、満足のゆく制御性能に到達することができた。

この実験結果から、提案の制御アルゴリズムはその実装化がマイクロコンピュータでも可能なので、小型工業プラントの制御に十分実用できると考えられる。ただし、アルゴリズムを適用する際、そのプラントの物理的性質にも考慮を払った補正が必要になるかもしれないことが示唆される。

2. 対象とするシステム

モデルプラントの概略を Fig. 1 に示す。作業流体は R-113 で、小型の強制循環ドラム形ボイラを模擬した構造をとる。加熱部はステンレスパイプ(肉厚 0.5mm, 内径 10mm, 長さ 2m) からなり、SCR で直接通電加熱する。沸騰した流体はドラムで気液分離され、蒸気は絞りを通り、コンデンサで液化されてサブタンクにたまり、そしてベローズポンプによってドラム内に供給される。プラント出力のうちドラム圧力 P_{dr} は、一方を大気圧に開放したダイヤフラム式差圧計で測定する。液面レベル y は、ダイヤフラム式差圧計で測定したドラム上下間の差圧から計算する。

本論文では、断面積を A 、エンタルピを h 、質量流量を m 、圧力(ゲージ圧)を P 、加熱量を Q 、温度を T 、容積を V 、ドラム液レベルを y 、密度を ρ 、絞りの抵抗係数を $K_v (= \rho g P_{dr} / mg^2)$ (注1)で表わす。添字は、下降部出口を do 、ドラム部を dr 、気相を g 、液相を l 、供給液体を li 、外気を out 、飽和状態を s で表わす。また測定結果から判断して、供給液体を除くすべての流体の物性値を飽和値と仮定した。

Fig. 1 Schematic diagram of the boiler model plant

モデルプラントではミニコンを用いて DDC (Direct Digital Control) を行う。すなわち、A/D 変換器、1 次平滑フィルタを通じてプラントの出力変数 P_{dr} , y を測定し、D/A 変換器出力で Q , m_{li} を操作する。制御目標は、いかなる外乱に対しても出力変数を一定値に保つことである。主な外乱は K_v の変化、すなわち蒸気弁開度の変化である。バイパスにある電磁弁を、手動あるいは D/A 変換器出力で開閉して、 K_v を 2 通りに変化させることができる。そのほかに、絶えず小振幅の不規則雑音(たとえば沸騰雑音)が出力変数の測定値に混入する。

始めに、制御系の設計に利用するために、簡単な 2 入力 2 出力のモデルを基礎保存則から導いておかねばならない。プラントを丸ボイラで近似すると、質量保存則、エネルギー保存則はそれぞれ次式で与えられる⁴⁾。

$$m_{li} - m_g = \frac{d}{dt}(\rho_l V_{dr,l} + \rho_g V_{dr,g}) \quad (1)$$

$$m_{li} h_{li} + Q - m_g h_g - a(T_s - T_{out}) = \frac{d}{dt}(\rho_l V_{dr,l} h_{li} + \rho_g V_{dr,g} h_g) + MC \frac{dT_s}{dt} \quad (2)$$

ここで、 a は外気との熱交換に関する定数で、定常値から定まる。MC は、ボイラ全体の金属がドラム部に集中したと仮想したときの熱容量であるが正確に見積ることは難しい。そこで本論文では、モデルのふるまいを実験結果に合わせるための調整パラメータとして用いる。

(1), (2) 式を定常値まわりに微小変動させ、線形化することで、つぎの 2 次元状態方程式を得る。

(注1) P_{dr} を無次元抵抗係数 ξ 、ガス流速 u_g を用いて定義すると、 $P_{dr} = \xi \rho_g u_g^2 / 2$ 、このとき $K_v = \xi / (2 A v^2)$ の関係がある。ただし、 A_v は蒸気弁断面積。

$$\begin{pmatrix} V_{dr}C_1 & (\rho_i - \rho_g)A_{dr} \\ V_{dr}\rho_i C_2 + V_{dr}(\rho_g C_3 + h_g C_1) + C_4 MC, & (\rho_i h_i - \rho_g h_g)A_{dr} \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta P_{dr} \\ \Delta y \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} -C_5 & 0 \\ -m_g C_3 - h_g C_5 - a C_4, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta P_{dr} \\ \Delta y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & h_{ii} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta Q \\ \Delta m_{ii} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_g / (2K_v) \\ h_g m_g / (2K_v) \end{pmatrix} \Delta K_v \quad (3)$$

ただし、 $C_1=(d\rho_g/dP)_s$, $C_2=(dh_i/dP)_s$, $C_3=(dh_g/dP)_s$, $C_4=(dT/dP)_s$, $C_5=(C_1 P_{dr} + \rho_g)/(2K_v m_g)$, Δ は定常値との偏差、 Δ のついていない変数は定常値を示す。

T で行列やベクトルの転置を表わすことにすると、出力ベクトルは $\mathbf{x}=[\Delta P_{dr}, \Delta y]^T$, 操作ベクトルは $\mathbf{u}=[\Delta Q, \Delta m_{ii}]^T$, 外乱は $\mathbf{d}=[\Delta K_v]$ と書ける。これらを用いて (3) 式を次式のように行列表現できる。

$$\mathbf{S} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{T} \mathbf{x}(t) + \mathbf{U} \mathbf{u}(t) + \mathbf{V} \mathbf{d}(t) \quad (4)$$

ただし、 $\mathbf{S}, \mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{V}$ はそれぞれ $2 \times 2, 2 \times 2, 2 \times 2, 2 \times 1$ の定係数行列。 $\mathbf{S}$ の逆行列を両辺にかけてやることで、つぎの連続時間系に対する線形化された状態空間モデルを得る。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{D} \mathbf{d}(t) \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{D}$ はそれぞれ $2 \times 2, 2 \times 2, 2 \times 1$ の定係数行列。

つぎに、(5) 式を離散時間系の状態空間モデルに換算する。刻み時間 τ を一定とすると、サンプル値は $t=t_k=k\tau$ ($k=0, 1, 2, \dots$) という離散時点のみに存在する。 $\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}(t_k), \mathbf{d}(t_k)$ をそれぞれ $\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{d}(k)$ と書き、離散時点間は操作量を一定に保てば、次式を得る。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{P} \mathbf{x}(k) + \mathbf{G}_1 \mathbf{u}(k) + \mathbf{G}_2 \mathbf{d}(k) \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{P}, \mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$ は、 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{D}$ および τ から計算できる $2 \times 2, 2 \times 2, 2 \times 1$ の定係数行列である。

実際にプラントの応答を求めるにはつぎのようにする。まず、MC を決め、(3) 式に代入し、(4), (5) 式を経て、(6) 式を求める。 $\mathbf{x}$ の初期値を零ベクトルとし、一定の $\mathbf{u}$ を用いて (6) 式を遷移させることでステップ応答、刻みごとに更新した $\mathbf{u}(k)$ を代入することで、任意の操作入力に対する応答 $\mathbf{x}(k)$ が計算できる。

実験の定常値は、 $P_{dr}=15.7 \text{ kPa}$, $m_{d0}=0.13 \text{ kg/s}$, $y=15 \text{ cm}$, $Q=1.07 \text{ kW}$, $m_{ii}=m_g=4.6 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$, $K_v=6.4 \times 10^9 \text{ m}^{-4}$ である。

モデルの妥当性を確かめるため、ステップ応答の実験結果と計算結果の比較を行った。Fig. 2 に操作入力を $\Delta Q=91 \text{ W}$ および $\Delta m_{ii}=0.87 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$ とした場合の、ステップ応答の比較を示す。計算は、MC を 25 kJ/K とした場合 (MC 25 と呼ぶ)、 4 kJ/K と

(a) responses to a step change of ΔQ

(b) responses to a step change of Δm_{ii}

Fig. 2 Comparison of experimental open-loop responses (Exp.) with calculated responses (Cal.) using a model with MC=25 and MC=4 kJ/K to a step change of each manipulated variable (ΔQ and Δm_{ii})

した場合 (MC 4 と呼ぶ) の 2 通り行った。MC 25 はステップ入力印加後、全体の傾向が実験結果とよく一致するように選んだものであり、この値はモデルプラント全体の金属重量から推定した熱容量とほぼ一致している。MC 4 を選択した理由は 4 章で述べるが、ステップ入力印加直後の傾向が実験結果と一致している。

3. モデルプラントのデジタル制御

デジタル制御系の構成を Fig. 3 に示す。それは、I-動作を主ループに残し、状態フィードバックを局部ループとする構成をとる⁹⁾。目標値を $\mathbf{R}$ 、プラントの $\approx$ 領域における伝達関数を $\mathbf{G}_p$ 、積分ゲインを $\mathbf{K}_i$ 、フィードバックゲインを $\mathbf{K}_x$ で表わす。離散時点 $k\tau$ での操作量 $\mathbf{u}(k)$ は次式で計算できる。

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}_i \sum_{j=0}^k (\mathbf{R} - \mathbf{x}(j)) - \mathbf{K}_x \mathbf{x}(k) \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{R}$ は 2×1 , $\mathbf{G}_p, \mathbf{K}_i, \mathbf{K}_x$ は 2×2 の定数行列である。

定値制御実験は、出力変数が定常状態に落ち着いてから行う。刻み時間 τ は 30 秒ごとに選んだ。この値より τ が小さくなれば、ステップ外乱に対する応答が雑音に埋もれ、制御性能が判断しにくい。逆に、この値

Fig. 3 Block diagram of digital control system via state vector feedback and I-action

より大きくなると、圧力偏差が大きくなりすぎる。刻み時間の途中の応答を確認したいため、出力変数は 15 秒ごとに測定する。

ディジタル制御は $t=0$ で開始、 $t=60\sim 480$ 秒は一定の ΔK_v をバイパス弁 (Fig. 1 参照) を閉じることで印加、それ以外では $\Delta K_v=0$ として $t=900$ 秒まで行う。制御実験の結果には、 ΔK_v の印加を $\uparrow$ で、除去を $\downarrow$ で示す。

目標値は $\Delta P_{dr}=0$, $\Delta y=0$ とする。シミュレーションは、同じ外乱および制御ゲイン K_i , K_x を用いて、(6), (7) 式を遷移させることで行う。

実験はミニコンを用いて行ったが、制御アルゴリズムが簡単のためマイコンでも十分実行可能である。

4. 制御系設計 (1)

この章では、高橋らの提案したディジタル制御系の最適パラメータ調整則⁷⁾をテストプラントに適用する。Fig. 2 からわかるように、このテストプラントでは、 $(\Delta Q - \Delta P_{dr})$, $(\Delta m_{ti} - \Delta y)$ という互いに強く影響しあう入出力の組がある。前者を第 1 ループ、後者を第 2 ループと呼ぶことにし、それぞれのループで独立に PI-制御系を設計する。そして、それらの制御ゲインを、(7) 式の制御ゲイン行列 K_i , K_x の対角要素に代入してディジタル制御を行う。

第 2 ループの場合、ステップ応答の実験結果 (Fig. 2(b) 下段) から直接、設計に必要な二つのプラントパラメータ (L (むだ時間) $=40$ s, R (こう配) $=4.4 \times 10^{-3}$ m/kg) を読みとり設計を行った。第 1 ループの場合、実験結果 (Fig. 2(a) 上段) からほとんどむだ時間が読みとれず、しかもこう配が連続して変化しているため妥当な R も選び難い。そのため、 L は測定間隔を短くとした予備実験から 2.5 s と決定し、 R はモデルを用いて計算したステップ応答の結果から決定した。

MC 25 の条件で制御ゲイン K_i , K_x を定めて実験を行ったところ、 ΔP_{dr} および ΔQ の応答が刻みごとに正負を反転しながら振動し、それらがしだいに発

散してゆく傾向を示した。この場合の制御ゲインを Table 1 に記号 OP1 で示す。このとき第 1 ループの R は 58 Pa/kJ と求まった。

この制御ゲインをそのまま用いてシミュレーションを行い、発散する傾向が実験結果と一致するようにモデルのパラメータ MC を決めた。その MC の値が、すでに 2 章で紹介しておいた 4 kJ/K であり、 $R=85$ Pa/kJ を得た。

Fig. 4 に、この MC 4 の条件で制御ゲイン (Table 1 の OP2 参照) を定めて実験を行った結果と、シミュレーション結果との比較を示す。目標値 ($\Delta P_{dr}=0$, $\Delta y=0$) への収束は遅いが、不規則雑音に対する整定精度はよい。たとえば外乱印加の時点 t_0 (Fig. 4 の time step 参照) では $\Delta P_{dr}=0$ のため、一刻みの間、操作量はほぼ零にとどまり、この間に ΔP_{dr} は大きく飛躍する。つぎの時点 t_1 でやっと ΔP_{dr} が検出されて制御動作が働き、その後急速に零に収束する。この傾向は、どの実験結果でも観察された。

循環ボイラの加熱量ステップに対するドラム圧力応答は、蓄熱量の小さな加熱部の素早い立ち上がりの応答と熱容量の大きなドラム部のゆっくりとした応答から成り立つ。本論文では低次元モデルを採用しているために、MC 4 の条件が前者に関する高周波領域を、MC 25 が後者に関する低周波領域をよく近似している。そして MC 4 の条件で求めた制御ゲインがよかったのは、制御系に含まれる積分動作が、低周波領域の近似誤差を有効に打ち消したためと考えられる。

このように、最適パラメータ調整則を用いるには、対象によっては二つのプラントパラメータ (R , L) を決定しにくい場合もあったが、設計が簡単でかなりよい性能を示した。また、古典的な周波数領域の設計法および現代的な最適レギュレータで (7) 式の制御ゲインを決定し、MC 4 の条件で求めた (6) 式でシミュレーションを行ってみた。それらの結果からも、小振幅の雑音による影響を除いてはかなりよい精度が得られたので、次章の設計にもこの (6) 式を利用することにした。

5. 制御系設計 (2)

5.1 有限整定制御

Fig. 2 に示したステップ応答を見ると、 ΔP_{dr} の応答はいずれも同程度の時定数をもつ 1 次遅れで、 Δy の応答は積分特性ではほぼ近似できる。

離散時間系の状態空間モデルから、 z 領域における伝達関数 $G_p(z)$ を求めてみる。行列 P , G_1 の i 行 j 列要素をそれぞれ p_{ij} , g_{ij} とすると、 $P_{12}=0$ である

Fig. 4 Comparison of experimental closed-loop responses (Exp.) with simulated responses (Sim.) to a step increase (and decrease) in steam valve resistance using the optimal parameter tuning method

から、

$$\mathbf{G}_p(z) = \begin{pmatrix} \Delta P_{dr}(z)/\Delta Q(z), & \Delta P_{dr}(z)/\Delta m_{li}(z) \\ \Delta y(z)/\Delta Q(z), & \Delta y(z)/\Delta m_{li}(z) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}}{z-p_{11}} & \frac{g_{12}}{z-p_{11}} \\ \frac{(z-p_{11})g_{21}+p_{21}g_{11}}{(z-p_{11})(z-p_{22})} & \frac{(z-p_{11})g_{22}+p_{21}g_{12}}{(z-p_{11})(z-p_{22})} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$\tau=30$ s の場合、 $p_{21}g_{12}$ は $p_{11}g_{22}$ の 1/100 程度であるから、 $\Delta y(z)/\Delta m_{li}(z)$ の $p_{21}g_{12}$ は無視できる。一方、 $\Delta y(z)/\Delta Q(z)$ では、 $p_{21}g_{11}$ は $p_{11}g_{21}$ の半分程度であるが、 ΔQ から Δy への寄与は Δm_{li} からの寄与ほど大きくないので、 $p_{21}g_{11}$ を無視しても、誤差はそれほど重大でないと考えられる。この近似によって (8) 式は、

$$\mathbf{G}_p(z) = \begin{pmatrix} g_{11}/(z-p_{11}), & g_{12}/(z-p_{11}) \\ g_{21}/(z-p_{22}), & g_{22}/(z-p_{22}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

と書き直せ、 $\mathbf{P}$ を次式のように対角行列で近似できる。ただし、 diag は対角行列を表わす。

$$\mathbf{P} = \text{diag}(p_{11}, p_{22}) = \text{diag}(0.93, 1) \quad (10)$$

p_{ii} の値から、 ΔP_{dr} の応答が 1 次遅れ、 Δy の応答が積分特性で近似できることになり、この特徴は

Table 1 Control gain matrices used for experiments
The matrices are not normalized
Dimensions of (1, 1), (1, 2), (2, 1) and (2, 2) elements of each matrix are kJ/s·Pa, kJ/sm, kg/s·Pa and kg/s·m, respectively

Control method	Control gain matrix	
	$\mathbf{K}_i$	$\mathbf{K}_x$
OP 1	$\begin{pmatrix} 4.6 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0.61 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6.6 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 3.4 \end{pmatrix}$
OP 2	$\begin{pmatrix} 3.1 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0.61 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4.5 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 3.4 \end{pmatrix}$
FC 1	$\begin{pmatrix} 4.0 \times 10^{-4} & 172 \\ -4.4 \times 10^{-4} & 8.32 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3.7 \times 10^{-4} & 172 \\ -4.1 \times 10^{-7} & 8.32 \end{pmatrix}$
FC 2	$\begin{pmatrix} 3.2 \times 10^{-4} & 0.17 \\ -3.6 \times 10^{-7} & 0.0083 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3.7 \times 10^{-4} & 172 \\ -4.1 \times 10^{-7} & 8.32 \end{pmatrix}$
FC 3	$\begin{pmatrix} 4.1 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0.61 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3.8 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 3.4 \end{pmatrix}$

Fig. 2 の観察結果と一致する。

(9) 式を用いると、多変数系の有限整定アルゴリズム (行モデル)⁸⁾ が利用でき、 $\mathbf{G}_1$ が正則であるから、制御ゲインが次式のように求まる。

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{G}_1^{-1}, \quad \mathbf{K}_x = \mathbf{G}_1^{-1} \mathbf{P} \quad (11)$$

この制御ゲインを Table 1 の FC 1 に示し、定値制御実験を行った結果を、Fig. 5(a) に示す。入出力変数とも大振幅の振動を持続し、 Δm_{li} は飽和している。これは、 Δy の応答が遅い (積分特性のため時定数は無限大) のに、(9) 式の場合なら外乱印加から 2 ステップ後に $\Delta y=0$ へ有限整定させるような大きな制御ゲインが求めたためである (Table 1. 参照)。

そこで、つぎに示すような制御ゲインの補正を試みた。

5.2 制御ゲインの補正

5 章 1 節で設計した有限整定制御系は、雑音に対して弱かったり、ステップ状ではない目標値変化に対する性能が悪い場合もある。このような場合、単一ループ系では、目標値入力に対する閉ループ伝達関数を、たとえば、

$$(1-c)z^{-1}/(1-cz^{-1}), \quad -1 < c < 1 \quad (12)$$

とし、 c をうまく選ぶことで応答を緩和したり、性能を上げたりする⁹⁾。サンプル値制御理論では、 c のことを staleness-weighting factor と呼ぶ。この方法を多変数系へ拡張してみた。

多変数系の状態空間モデルが (6) 式で表わされ、 $\mathbf{P}$ が (10) 式で近似できるとき、目標値入力 $\mathbf{R}(z)$ に対する閉ループ系の応答が

$$\mathbf{x}(z) = \text{diag} \left[\frac{(1-c_1)z^{-1}}{1-c_1z^{-1}}, \frac{(1-c_2)z^{-1}}{1-c_2z^{-1}} \right] \mathbf{R}(z) \quad (13)$$

となるように、Fig. 3 の制御ゲイン $\mathbf{K}_i, \mathbf{K}_x$ を決めて

Fig. 5 Experimental closed-loop responses to a step increase (and decrease) in steam valve resistance using the finite time settling control method. Fig. 5 (a) is an implementation of this method, and Fig. 5 (b), (c) are of the revised method

やる。簡単な計算で、

$$K_i = G_i^{-1}(I - C), \quad K_x = G_i^{-1}P \quad (14)$$

ただし、 $I = \text{diag}(1, 1)$, $C = \text{diag}(c_1, c_2)$, $|c_i| < 1$ $i = 1, 2$ を得る。この場合、外乱 $d(z)$ に対する閉ループ系の応答は、

$$x(z) = \text{diag} \left[\frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - c_1 z^{-1}}, \frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - c_2 z^{-1}} \right] G_2 d(z) \quad (15) \text{ (注2)}$$

となる。つまり、 x の i 行要素 x_i の応答はパラメータ c_i のみに依存し、特に $c_i = 0$ なら x_i は有限整定する。しかも、 G_i^{-1} を一度計算しておけば、異なる C に対する制御ゲインを容易に計算できる。

修正した制御ゲイン (14式) を用いて定値制御実験を行った結果を Fig. 5(b) に示す。モデルプラントの場合、 c_1 は ΔP_{dr} の応答を、 c_2 は Δy の応答を

支配するパラメータである。予備実験を数回繰り返して、 $c_1 = 0.2$, $c_2 = 0.999$ を得た。この場合の制御ゲインを Table 1 に記号 FC2 で示す。外乱印加後、 ΔP_{dr} は急速に定常値へ収束し、 Δy も小さい。しかし、操作量、特に Δm_{li} の変動が激しく振動的で、変動幅が大きすぎるようである。これは、 $c_2 \approx 1$ のため、 $(\Delta m_{li} - \Delta y)$ ループについては、積分ゲインが零に近く、この方法ではこれ以上補正できない。

そこで、 $(\Delta Q - \Delta P_{dr})$ ループに対しては、(9)式の $\Delta P_{dr}(z)/\Delta Q(z)$ を伝達関数とした単一ループ系の有限整定制御ゲインを、 $(\Delta m_{li} - \Delta y)$ ループに対しては4章で求めた制御ゲインを適用してみた。この場合の制御ゲインを Table 1 に記号 FC3 で示し、定値制御実験の結果を Fig. 5(c) に示す。4章と同様、互いに強く影響しあう入出力の組に対して制御を行ったため、よい結果が得られた。特に ΔP_{dr} は、有限整定に近い応答を示した。しかし、不規則外乱に対する整定精度は、Fig. 4 の結果より少し劣った。

本論文で行った実験では、有限整定アルゴリズム^{1),5)} が本来もっている近似モデルの長所を十分に生かしているとはいいたい。しかし2次元モデルの一つのパ

(注2) 一入力一出力系の場合にステップ外乱

$$d = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots$$

を印加すると、正規化した出力

$$x = z^{-1} + cz^{-2} + c^2 z^{-3} + \dots$$

を得る。そして c を1に近づけることで、応答は遅くなるが、外乱印加直後の操作量の急激な変化を効果的に緩和できることが、簡単な計算で確かめられる。

ラメータをうまく調整したために、モデルのミスマッチによる制御性能の劣化はそれほど見られず、また積分動作によって定常偏差も生じなかった。

6. あとがき

有限整定制御アルゴリズムの有効性を確かめるため、ボイラを模擬したモデルプラントで定値制御実験を行った。制御系設計に必要な状態空間モデルは、モデルプラント全体に対する保存則を微小変動法を用いて線形化することで得られた。

有限整定制御を直接モデルプラントに適用したところ、出力変数が大きな振動を起こし、その結果は満足できるものではなかった。そこで、制御ゲインの一部を補正したり、他の設計法で得られたゲインを一部適用するなどの、プラントの特徴に基づいた修正によって満足できる制御性能に到達することができた。

有限整定制御アルゴリズムは、マイコンで簡単に実行できるので、特に小型工業プラントの制御系として実用化できると考えられる。その際、このモデルプラントに基づいて得られた実験経過は、実機のプラント

の制御系設計の考え方に何らかの示唆を与えるのではないかと思う。

参考文献

- 1) 高橋安人：システムと制御（第2版）、岩波書店（1978）
- 2) D.E.Seborg and D.G.Fisher: Multivariable Computer Control—A Case Study, American Elsevier, New York (1976)
- 3) H. Unbehauen, et al.: Comparison and Application of DDC Algorithms for a Heat Exchanger, Automatica, **12**-5, 393/402 (1976)
- 4) 井上, 北川, 有本: ボイラ・テスト・プラントのシステム同定, 第6回システムシンポジウム講演論文集, 97/100 (1980)
- 5) 富塚誠義: マイクロコンピュータによる現代制御理論の実用化とそのアルゴリズム, 計測と制御, **18**-8, 640/649 (1979)
- 6) たとえば文献 1), 371.
- 7) Y. Takahashi, et al.: Parameter Tuning of Linear DDC Algorithms (in German), Regelungstechnik und Prozess-Datenrerarbeitung, **19**-6, 237/244 (1971)
- 8) たとえば文献 5), 645/646
- 9) J. T. Tou: Digital and Sampled-data Control Systems, McGraw-Hill, 518/525 (1959)