あいまい情報による変数推定法と配水管網への応用[†]

築山 誠*・福田 豊生*

A Methodology of Variable Estimation Using Fuzzy Information and It's Application to Water Supply Network

Makoto TSUKIYAMA* and Toyoo FUKUDA*

This paper is concerned with the fuzzy approach to estimating network flow in the case of insufficient observation. As a system is large scale in the real world, it is difficult to observe the all elements necessary for computation of network flow. For example, only when the boundary is known such as voltage or current source in electrical network, the network flow is completely calculated. But it is not practically possible to have the complete measurement system of boundary flow in the real world network system as water supply network. It is usual for us to know only the partially observed network flow and boundary flow. This insufficient observation induces mathematically the indeterminate solution of network system equation.

We developed a new fuzzy approach to estimating to the network flow to circumvent the above mathematical problems. This method is based on two facts one of which is that we can suppose the boundary flow from our operating experiences ambiguously, and the other is that the estimated value should satisfy the system equation constrained by already observed flow. The fuzzy set theory is introduced to tell the ambiguity of assumed boundary flow and to decide which estimation best.

The method is powerful and practical since it considers both possibility of assumption and realizability of flow satisfying the network system. For instance, although we assign high possibility to some wrong assumption, since it does not make the flow from assumption satisfy observed value, that assumption is abandoned.

The further discussion of algorithm and some properties are presented. And a numerical example of water supply network flow estimation is shown.

1. はじめに

近年、交通システム、電力システム、上下水道システムなどの公共システムでのコンピュータ・コントロールの要請が増加してきている¹⁾。システムの管理やコントロールを行うためには、まずシステムの状態を知らなければならない。しかしながら、これらのシステムは、都市の規模の拡大とともに大規模化する傾向にあり、システムが大規模になるにつれて状態を知るのに必要十分な計測情報を得ることが難しくなる。現実のシステムでは完全な状態を知ることが不可能に近い。

公共システムでは、少ない計測情報を補うものとしてシステムを取り巻く環境から定性的な情報が得られる場合がある。たとえば道路網の場合、ビジネス街と住宅街を結ぶ道路は朝と夕では車の流れが逆になるとか、雨が降ると車が多くなるとかのような情報である。これらの情報はあいまいなものである。そこで、あいまいな情報も利用して状態を知る手法が必要である。

上水道システムにおいては、需要家に安定した水を効率よく供給するために、管網解析を行い配水管網のすべての管の流量と各流出節点での残存水頭を知り、それらの適切な管理をしなければならない。既存の管網解析手法として、ハーディクロス法、ニュートン・ラフソン法、消費エネルギー最小化法など^{2),3)}が存在する。これらの手法はいずれも設計用であり、すべての境界条件、すなわち全節点での流出流量あるいは残存水頭を与えて、管網方程式を解き管網の状態を知るものである。しかしながら、運用中の管網においては、すべての境界条件は計測されていない。そのために、既存の管網解析手法は利用できず、運用のための新し

[†] システムと制御研究発表講演会で発表 (昭 55・5)
電気学会研究会で発表 (昭 56・1)

* 三菱電機(株)中央研究所 尼崎市南清水字中野 80

* Central Research Laboratory, Mitsubishi Electric Corp., Amagasaki

(Received March 9, 1981)

(Revised June 5, 1981)

い管網解析手法が必要となることが指摘された⁴⁾。運用中の管網において、計測されるのは、一部の境界条件と配水管網の一部の管の流量である。また、計測点の個数は少なく、計測値の情報は管網の内部状態を知るのに十分ではない。一方、あいまいな情報として、水の使用量のデータやオペレータが経験的に知っている需要時間変動パターンなどがある。そこで、これらの情報を利用できる管網解析手法が必要である。

本論文ではこのような問題に対処するために、オンラインで得られる計測情報以外にシステムを取り巻く環境から得られるあいまいな情報をも利用できる変数推定法を提案する。あいまいな情報はファジィ集合として表現される。推定値は、計測情報によって制限づけられるシステムの状態を満足し、あいまい情報から得られる真実の値としての可能性値を最大にするものとして得られる。この推定手法をあいまい情報による変数推定法と呼ぶ。2章では、線形代数方程式で記述されるシステムにおいてあいまい情報による変数推定法を示す。3章では、上水道の問題を扱う、管網方程式を導き、計測個数が少ない場合にはこの方程式が不定になることを示す。そのあとに、管網の状態を推定するためにあいまい情報による変数推定法を適用し、その手法の有効性を例題によって確認する。

2. あいまい情報による変数推定法

2.1 問題の設定

システムを構成する変数について得られる情報をつぎの二つに分類する。

- (a) 確定的な情報。
- (b) あいまいな情報。

(a)は、システム方程式や計測情報であり、(b)は、言葉で記述される情報である。ここでつぎの変数空間を定義する。 R^n を n 次元ユークリッド空間とする。

$X^o \subset R^n$: あいまい情報が得られる変数の空間、

$X^x \subset R^{n-k}$: あいまい情報が得られない変数の空間。
 x^o についての情報は、“ x^o の値は x^o_i ぐらいか x^o_j ぐらいだろう”のように得られる。

問題は、(a)の情報が(1)式で記述される場合に、(b)の情報を利用して x の値を求めることである。

$$\left. \begin{aligned} x^x \in X^x, \quad x^o \in X^o, \quad C \in R^m, \\ Ax = C, \quad x = \begin{pmatrix} x^x \\ x^o \end{pmatrix} \\ \text{rank } A < \dim x \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

A, C の要素は定数であり、 x に対して方程式(1)は明らかに $n-m$ の自由度をもっていて解は不定である。

2.2 最大真実度推定値

x の真実の値は存在しているが、(a)の情報だけではその値を知ることができない。つまり、(1)式は、真実の値が存在する線形多様体を決めるだけである。そこで、線形多様体の中から真実の値を選ばなければならない。その基準として、“ x^o_i が真実の値である”という可能性に着目する。ここで、 x^o_i は線形多様体上の定数ベクトルを示すものである。

可能性値は以下の手順によって評価する。

- i. あいまい情報を決められた形式に変換する。
- ii. 許容度を設定する。
- iii. (b)の情報をファジィ集合で表わす^{5), 6)}。
- iv. x^o_i の可能性を計算する。

以下この手順にそって説明を続ける。

まず、あいまい変数の解集合を下のように定義し、 X^o で記述しておく。

$$\bar{X}^o = \left\{ x^o \mid A \begin{pmatrix} x^x \\ x^o \end{pmatrix} = C \right\}$$

あいまい情報(b)を以下の形式に変換する。

“ x^o は x^o_i ぐらい”の真実性は τ_i または “ x^o は x^o_j ぐらい”の真実性は τ_j または “…”。

$\{x^o_i, x^o_j, \dots\}$ の集合は X^o 空間の離散値集合となる。この集合の要素の添字の集合を J で示す。

上の文章表現を(2)式で記述しておく。

$$S(x^o) = \sum_{i \in J} \{S(x^o \approx x^o_i) \text{ is } \tau_i\} \quad (2)$$

ここで、 $S(x^o \approx x^o_i)$ は“ x^o は x^o_i ぐらい”を、 $S(\cdot) \text{ is } \tau_i$ は、“ $\cdot$ ”の真実性は τ_i を記述するものとする。また $\sum$ は、“または”を記述している。左辺の $S(x^o)$ は、 x^o についてのすべてのあいまい情報を記述するものとする。

τ_i は $[0, 1]$ の値とする。値が1をTrueとし、0は“ $\cdot$ ”がないものと見なす。

つぎに、 x^o が $S(x^o \approx x^o_i)$ に対して許容される度合を $[0, 1]$ の数値で与える。これを許容度と呼ぶ。許容度はつぎの性質をもつ。

x^o が x^o_i と等しいときに値は1となり、 x^o の x^o_i からの距離が離れるほど値は小さくなり、ある距離より大きくなると値は0となる。

許容度は、対象とするシステムと情報(b)のあいまいさに依存して関数の形が決まる。 $S(x^o \approx x^o_i)$ に対する x^o の許容度を

$$u_i(x^o_i, x^o)$$

で記述しておく。

x^o_i の近傍のすべての x^o に対して、 x^o とその許容度を一対とし、ファジィ集合として(3)式のように記述する。

$$\bar{X}^{\circ}_i = \int_{X^{\circ}} \mu_{\bar{X}^{\circ}_i}(x^{\circ}) / x^{\circ} \quad (3)$$

ここで、 $\mu_{\bar{X}^{\circ}_i}(x^{\circ}) = u_i(\epsilon x^{\circ}_i, x^{\circ})$.

$\bar{X}^{\circ}_i$ は、 X° 空間を $S(x^{\circ} \approx \epsilon x^{\circ}_i)$ に対する許容度をメンバシップ関数として特性づけたファジィ集合であるので、言葉での表現 $S(x^{\circ} \approx \epsilon x^{\circ}_i)$ をファジィ集合で表現したものと考えることができる。

そこでつぎに、“ $\bar{X}^{\circ}_i$ is τ_i ” をファジィ集合に変換する。変換されたファジィ集合を $\bar{X}^{\circ}_i{}^{\tau}$ で示すと、この変換は Fig. 1 で説明される。 $\mu_{\bar{X}^{\circ}_i}(\cdot)$ は X° を許容度のメンバシップで特性づけ、 τ_i は $\mu_{\bar{X}^{\circ}_i}(\cdot)$ を真実性のメンバシップで特性づける。これより、 $\mu_{\bar{X}^{\circ}_i{}^{\tau}}(x^{\circ})$ は X° の真実度を表わすメンバシップ関数となる。(4)式に關係を示す。

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}^{\circ}_i{}^{\tau} &\leftrightarrow “\bar{X}^{\circ}_i \text{ is } \tau_i” \\ \mu_{\bar{X}^{\circ}_i{}^{\tau}}(x^{\circ}) &= \mu_{\tau_i}(\mu_{\bar{X}^{\circ}_i}(x^{\circ})) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 $t \in [0, 1]$ に対して、 $\mu_{\tau_i}(t) \triangleq \tau_i t$ とする。

以上より、(2)式のあいまい情報は(5)式のように

X° で記述できる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}^{\circ} &= \sum_{i \in J} \bar{X}^{\circ}_i{}^{\tau} \\ \mu_{\bar{X}^{\circ}}(x^{\circ}) &= \bigvee_{i \in J} \mu_{\bar{X}^{\circ}_i{}^{\tau}}(x^{\circ}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 $\sum$: ファジィ集合の和、

$\bigvee$: メンバシップ値の max、

1次元の例で(5)式を Fig. 2 に図示する。

X° は、 X° 空間を真実度で特性づけたものとなっている。そこで、任意の $x^{\circ} \in \bar{X}^{\circ}$ の真実度は

$$\bigvee_{i \in J} \mu_{\bar{X}^{\circ}_i}(x^{\circ})$$

となる。 $\bar{X}^{\circ}$ で最も高い真実度をもった値を(1)式の x° に代入して、(1)式を解いたものが、 x の推定値である。この値を最大真実度推定値と呼ぶ。

2.3 性質

あいまい情報による変数推定法のいくつかの性質を示す。(付録参照)

《性質1》 あいまい情報が得られる変数の空間 X° の次元 h と、あいまい情報が得られない変数の空間

Fig. 1 Diagram defining degree of truth

Fig. 2 An example of fuzzy information

X^X の次元 $(n-h)$ と、独立な方程式の個数 m の間に、 $n-m \geq h$ の関係があるとき、最大真実度推定値は、 $\bar{X}^{\circ}$ で最大のメンバシップをもつ要素を x° に代入して(1)式を解くことによって求まる。なお、不等号が成立するときは、最大真実度推定値は一点に定まらない。

《性質2》 $n-m < h$ のとき、最大真実度推定値は以下の手順で求めることができる。

i. $\bar{X}^{\circ}$ の部分集合である D をつぎのように求める。

$$D = \left\{ d_i \mid \forall i \in J \left(\min \|d_i - \epsilon x_i\|, A \begin{pmatrix} x^X \\ d_i \end{pmatrix} = C \right) \right\}$$

ここで、 $\|\cdot\|$: ユークリッドノルム、 $d_i \in X^{\circ}$

ii. $u_i(\epsilon x^{\circ}_i, d_i)$ を求める。

iii. D のファジィ部分集合 B を以下のように求める。

$$\mu_B(d) = \bigvee_{i \in J} \mu_{\tau_i}(u_i(\epsilon x^{\circ}_i, d))$$

iv. B の最大のメンバシップ値をもつ要素を(1)式に代入して、(1)式を解く。

《性質3》 $x = x^{\circ}$ とし、 X° のメンバシップ関数を、 $\forall x^{\circ}_i, \forall x^{\circ}_j \in X^{\circ}$, および $\forall \lambda \in [0, 1]$ に対して

$$\mu_{\bar{X}^{\circ}}(\lambda x^{\circ}_i + (1-\lambda)x^{\circ}_j) > \mu_{\bar{X}^{\circ}}(x^{\circ}_i) \wedge \mu_{\bar{X}^{\circ}}(x^{\circ}_j) > 0$$

かつ、 $\mu_{\bar{X}^{\circ}}(0) = 1$

とすると、最大真実度推定値は一般化逆行列によって求めた解、

$$\hat{x}^{\circ} = A^T(AA^T)^{-1}C$$

と等しい。

《性質4》 (a)の情報が増加するにつれて、最大真実度推定値は真値に近づく。

3. 配水管網の状態推定問題への応用

配水管網は、補木枝となる管の流量と、節点からの流出流量を変数として、補木枝の個数と同個数の方程式で表わされる。また、計測されるのは、管路流量の一部、流出流量の一部、配水池からの流入量と節点の残存水頭の一部である。しかし、これらの計測情報は方程式の解を一意に決めるほど十分な量ではない。そこで問題は、流出流量に関して得られるあいまいな情報を使って、管網の内部状態と計測されていない流出流量を知ることである。

3.1 管網方程式と計測情報

変数をつぎのように定める.

$q_i \in R^l$: 管路木流量

$q_i \in R^l$: 管路補木流量

$z \in R^b$: 流入枝木流量

$y \in R^k$: 流出枝補木流量

$v_i \in R^l$: 管路木損失水頭

$v_i \in R^l$: 管路補木損失水頭

$e \in R^h$: 配水池水頭 $\times (-1)$

このとき, 管網方程式は (6) ~ (8) 式で表わせる⁴⁾.

$$\text{流量保存則} \quad (I_l D_a) \begin{pmatrix} q_i \\ q_i \end{pmatrix} = -D_b y \quad (6)$$

$$\text{圧力平衡則} \quad (I_l - D_a^T) \begin{pmatrix} v_i \\ v_i \end{pmatrix} = D_c^T e \quad (7)$$

$$v_i = R_l f(q_i), \quad v_i = R_l f(q_i) \quad (8)$$

ここで, $D_a \in R^{l \times l}$, $D_b \in R^{l \times k}$, $D_c \in R^{h \times l}$ は接続行列. I_l , I_l はそれぞれ $l \times l$, $l \times l$ の単位行列.

$R_l \in R^{l \times l}$, $R_l \in R^{l \times l}$ は抵抗値行列, f は流量と損失水頭の関係を表わす関数で,

$$f(q_i) = (\text{sgn}(q_{i1})|q_{i1}|^S \cdots \text{sgn}(q_{il})|q_{il}|^S)^T$$

$$f(q_i) = (\text{sgn}(q_{i1})|q_{i1}|^S \cdots \text{sgn}(q_{il})|q_{il}|^S)^T$$

ここで, T : 転置, $S=1.85$, $\text{sgn}(\cdot)$: 符号である.

(7) 式に (6) 式と (8) 式を代入して (9) 式の流量式による管網基礎方程式を得る.

$$R_l f(q_i) - D_a^T R_l f(-D_a q_i - D_b y) - D_c^T e = 0 \quad (9)$$

一般に配水池水頭は計測されているので e は定数ベクトルとなる.

つぎに, 流入流量に注目した場合 (10) 式が成立する.

$$(D_c D_a) \begin{pmatrix} q_i \\ y \end{pmatrix} = -z \quad (10)$$

ここで, $D_a \in R^{h \times k}$: 接続行列, z は一般に既知.

つぎに計測情報を表わす. 計測地点は互いに独立に設置されているものとする. つまり, ある計測点の情報をほかの計測点の情報より導き出すことはできない. 記号をつぎのように定める.

W_{q_l} : 計測管路木の集合

W_{q_l} : 計測管路補木の集合

W_y : 計測流出管の集合

W_b : 計測節点の集合

このとき, 計測情報はつぎのように表わせる. ただし, 計測値は変数の左肩に m をつけて示すことにする.

$$\left. \begin{aligned} q_{li} &= m q_{li}, \quad i \in W_{q_l} \\ m q_{li} &= -\text{row}_i(D_a) \cdot q_l - \text{row}_i(D_b) y, \quad i \in W_{q_l} \\ y_i &= m y_i, \quad i \in W_y \\ m b_i &= -\text{row}_i(G) \cdot (-D_a q_l - D_b y) - e_i, \quad i \in W_b \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここで, $\text{row}_i(\cdot)$ は, 行列の i 行横ベクトルを示す.

$e_i \in e$, G は接続行列で i 行は, 節点 i と e_i の配水池を木にそって連結したときの木の向きを示している. $m b_i$ は節点 i の計測水頭を示す.

計測個数を m とすると, (11) 式は m 個の方程式からなる.

そこで, $(l+k)$ 個の変数, q_i と y に対して,

(9) 式が l 個, (10) 式が h 個, (11) 式が m 個となる.

流出節点の個数 k に比べて, 配水池の個数 h と計測個数 m は少なく, 一般的に, $(l+k) > (l+h+m)$ となるのが現実である.

3.2 流出流量についてのあいまい情報

配水管網からの流出流量は需要者側での使用流量である. 水の使用量は, 需要者側でメータに記録され定期的に集計されている. どの程度の管径までを対象とする管網解析かによって, 流出量が各家庭に対応するのか, 町や地域に対応するのかは異なってくるが, 必要に応じて加算を行えば流出量に対応する水の使用量データが得られる, この情報より, 各流出節点からの平均日の流出総量が計算できる. 需要は 1 日のうちで時間変動がある. 時間変動はあるパターンを形成しているが⁷⁾, 毎日同じパターンではない. また, ある地域は住宅地域であり, ある地域は工場地域であるというように地域の特性が異なっている場合には, 各地域の時間変動パターンも違っている. 時間変動パターンは, 予測やオペレータが経験によって貯えた知識からあいまいではあるが推測できる.

以上の 1 日の流出総量と時間変動パターンより, 各時刻での各節点からの流出流量が求められ, 各流出流量の全流出総量に対する流出比率を知ることができる. 以上の計算過程において, 1 日の流出総量の計算も需要の時間変動パターンの推測もあいまいなものであり, 時間変動パターンについてはいくつかの可能性が考えられる. そのために, 流出比率を一つに限定するよりも, 真実の値である可能性が付加されたいくつかの流出比率からなる集合として与えることが実際である. また, 流出比率の値も単にその値の近傍のあいまいな集合を代表しているにすぎない.

全流入流量と全流出流量は等しいので, 計測によって求められた全流入流量に流出比率と掛けると, 各節点からの流出流量が求められる. このとき, 流出流量も流出比率がもっていたあいまいさを受けつぐことはいうまでもない.

この流出流量についてのあいまい情報は,

$$S(y) = \sum_{i=1}^r \{S(y \approx e_i y_i) \text{ is } \tau_i\} \quad (12)$$

と書くことができる. ここで y は, 流出流量ベクトル

ルである。また、 $Y = \{y_1 \dots y_r\}$ を仮定値集合と呼ぶことにする。

$S(y \approx y_i)$ に対する y の許容度を $u_i(y, y)$ で表わせば、(12)式は(13)式のファジィ集合で表わせる。

$$\mu_Y(y) = \bigvee_{i=1}^r \mu_{\tau_i}(u_i(y, y)) \quad (13)$$

3.3 アルゴリズム

(9)～(11)式を満足する y の集合を $\bar{Y}$ で示す。 Y から $\bar{Y}$ への最小ノルム写像を M で示すと、 y_i の M による像 $M(y_i)$ は、

$$y: \min \|y - y_i\|, y \in \bar{Y}$$

となる。 $M(Y)$ を D で示し、 D を候補値集合と呼ぶ。最大真実度推定値は以下の手順で求める。

- i. $D = \{d_1 \dots d_r\}$ を求める。
- ii. D のファジィ集合 B を

$$\mu_B(d) = \bigvee_{i=1}^r \mu_{\tau_i}(u_i(y, d))$$

で求める。 B をファジィ候補値集合と呼ぶ。

- iii. B の中から最も真実度の高い d_i を選び、この値を y として(9)式を解き q_i を求め、これらを(6)式と(8)式に代入して配水管網の流量と損失水頭を求める。この値が管網の最大真実度推定値である。

3.4 例題

Fig. 3 の配水管網を例題とする。配水管網には二つの配水池があり、この2点での水頭と流入流量は既知である。流出節点は12あり、すべて計測されていない。管網内で計測されるのは管の流量とする。

まず、計測個数が1～7の場合について、仮定値集合と最大真実度推定値との関係を調べる。そのあとで、計測個数が3の場合を想定して、あいまい情報による変数推定法を示す。推定値としては補木流量と流

出流量の値を示すことにする。

4個の要素からなる仮定値集合を設定した。 y_1 は流出流量についてほとんどわからないという状況であり、1桁の流量と2桁の流量を区別しているにすぎない。 y_2 は y_1 よりも細かに区別をしていて、 y_{10} が50 l/s に近いことを認識し、ほかの流出流量も大きさを3段階に区別している。 y_3 は y_1 よりも細かに区別しているが、 y_8 と y_{11} に関して誤まった認識をしている。 y_4 については好ましい仮定値である。Table 1 は、真の流出流量とあいまい情報を示している。ここで、許容度は、 $i=1 \sim 4$ に対して

$$u_i(y, y_i) = 1 - (1 - e^{-(\gamma \|y_i - y\|/\beta)}) / (1 - e^{-\gamma})$$

$$= 0, \text{ for } \|y_i - y\| \geq \beta$$

$$\gamma = 0.1, \beta = 1500.$$

とした(注1)。Table 2 には、候補値集合を示す。

$Y = \{y_1\}$ の場合には、 $M(y_1)$ が推定値となる。推定値は、6点計測で真値に近い値となる。 $Y = \{y_2\}$ の場合も、推定値は6点計測で真値に近い値となる。

y_1 は流出流量がほとんどわからない状況であり、 y_3 は誤った認識をしている状況であるということを考えると、例題の配水管網においては、必要計測数の半分の計測数があれば、非常にあいまいな情報しか得られない場合にもよい推定値が得られるであろう。

y_4 については、計測個数をふやしても $M(y_4)$ はあまり変化しなく、 $\|M(y_4) - y_4\|$ も小さくてあまり変化しない。これは、 y_4 が真値に近いためである。一方、 $y_i, i=1, 2, 3$ については、計測個数をふやすと $M(y_i)$ も変化し、 $\|M(y_i) - y_i\|$ も増加していく。

Table 1 Candidate set

τ/Y	1.0/ y_1	1.0/ y_2	1.0/ y_3	1.0/ y_4	True
y_1	21.15	12.64	13.33	10.23	10.0
y_2	21.15	12.64	20.00	18.42	20.0
y_3	21.15	12.64	13.33	9.21	10.0
y_4	21.15	37.93	40.00	28.65	30.0
y_5	21.15	12.64	13.33	13.30	15.0
y_6	4.23	2.53	6.67	4.09	5.0
y_7	4.23	2.53	6.67	2.05	2.0
y_8	21.15	12.64	6.67	20.47	20.0
y_9	21.16	12.64	13.33	12.28	10.0
y_{10}	21.15	50.57	40.01	49.12	50.0
y_{11}	21.15	12.64	6.67	21.49	20.0
y_{12}	21.15	37.93	40.00	30.70	30.0

(注1) この関数式は、 r の変化によって凸関数にも凹関数にもなり、許容限界 β が値が0になるという特徴をもっていて、許容度を表現するのに便利な形をしている。しかし、実際の計算の立場からは、簡単な式を選ぶのが望ましい。

Fig. 3 Water supply network

M	G	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
1	704.6	7.3	20.3	24.7	26.1	12.6	5.3	8.2	25.4	7.3	32.2	26.7	25.8	58.9	64.6	36.9	20.1		48.6	31.2
	0.3	12.7	12.8	12.7	37.9	12.8	2.3	2.7	13.0	12.7	50.8	12.9	38.3	55.5	58.7	33.1	16.8		38.4	39.0
	62.9	10.8	19.3	11.6	37.7	11.7	6.9	7.8	10.2	10.8	42.7	9.2	43.3	56.6	61.0	29.8	4.6		43.0	47.7
	1.1	10.0	18.5	9.5	29.0	13.2	4.3	2.3	20.8	12.0	49.6	21.8	31.0	56.5	60.7	31.9	25.2		37.8	28.6
2	753.7	7.8	18.9	20.0	27.3	12.3	4.4	7.4	28.9	7.5	31.1	27.7	28.6	58.6	64.3	37.4			50.1	32.9
	16.1	12.6	12.3	11.4	36.4	12.6	2.4	2.1	15.1	12.6	50.8	13.6	40.1	55.6	58.9	33.9			38.2	36.8
	147.8	10.0	18.7	11.1	36.8	11.0	6.2	6.3	13.8	9.9	42.6	9.6	46.1	56.8	62.3	33.9			41.9	41.5
	5.2	9.8	18.9	10.7	29.0	13.2	4.5	2.8	19.7	11.9	49.9	21.5	30.1	56.6	60.8	31.9			37.4	28.2
3	1035.	6.7	28.0	11.4	25.4	13.9	9.8	2.8	26.1	6.7	38.1	26.9	26.2	59.4	65.0				42.7	27.7
	69.9	12.1	16.8	8.2	35.2	13.0	4.4	0.0	14.0	12.1	53.9	13.2	39.0	55.8	59.5				34.8	34.4
	202.3	9.5	23.0	8.1	35.7	11.5	8.4	3.6	12.8	9.5	45.7	9.1	45.1	57.1	62.8				38.5	39.4
	7.5	9.7	19.8	9.9	28.8	13.3	5.0	2.4	19.4	11.8	50.5	21.5	29.9	56.7	60.9				36.7	27.7
4	1040.	6.5	28.6	11.6	26.0	13.9	10.1	2.9	26.4	6.5	37.7	24.9	26.9	59.6	65.2				42.6	
	137.8	12.8	14.8	8.5	31.8	13.4	4.2	0.4	13.1	12.8	55.7	18.9	35.7	55.5	58.6				34.1	
	511.4	11.0	18.2	7.7	30.1	12.1	7.3	3.4	12.3	11.0	49.0	22.1	37.2	56.4	60.8				34.7	
	11.4	9.6	20.2	9.9	30.1	13.2	5.1	2.2	19.7	11.6	50.1	20.1	30.2	56.7	61.1				36.8	
5	1273.	9.1	20.6	11.7	25.4	15.0	8.4	1.6	27.5	9.1	48.4	19.0	26.4	58.2	61.9					
	174.9	11.9	17.4	8.2	32.7	12.8	4.3	2.7	12.5	11.9	51.8	22.2	35.9	55.9	60.0					
	515.8	11.4	17.6	7.7	29.9	12.3	7.3	3.4	12.5	11.4	50.4	21.0	37.0	56.2	60.4					
	11.4	9.6	20.2	9.9	30.1	13.2	5.1	2.2	19.7	11.6	50.2	20.0	30.2	56.7	61.0					
6	1359.	9.8	19.0	10.7	30.5	15.2	7.7	0.0	23.6	9.8	49.4	20.2	26.4	57.9						
	254.1	10.8	20.3	9.7	28.6	12.7	5.2	3.3	16.7	10.8	50.1	20.0	34.0	56.5						
	560.6	10.2	19.3	8.1	28.1	12.4	7.3	5.6	16.0	11.2	49.7	19.6	34.7	56.6						
	11.5	9.6	20.3	10.0	30.0	13.2	5.1	2.2	19.8	11.0	50.1	20.0	30.2	56.7						
7	1359.	10.0	19.0	10.7	30.5	14.5	7.6	0.0	23.6	10.0	49.4	20.3	26.4							
	260.6	10.0	19.7	9.7	28.5	14.8	5.8	3.1	16.7	10.0	49.9	19.9	34.1							
	565.1	10.0	18.6	8.2	28.0	14.2	8.2	5.2	15.0	10.0	49.2	19.6	34.9							
	17.4	10.0	19.9	9.9	30.0	15.0	5.2	2.2	19.8	10.0	50.0	20.0	30.2							
TRUE		10.0	20.0	10.0	30.0	15.0	5.0	2.0	20.0	10.0	50.0	20.0	30.0	57.6	61.1	31.4	24.2	55.7	36.8	29.0

Table 2 Assumption set M: Number of measured points G: $\|M(\mathbf{e}_{y_i}) - \mathbf{e}_{y_i}\|$

真値から離れた仮定値は、計測個数をふやすにつれて $\|M(\mathbf{e}_{y_i}) - \mathbf{e}_{y_i}\|$ が増加することから見つけることができる。しかしながら、 $\|M(\mathbf{e}_{y_i}) - \mathbf{e}_{y_i}\|$ が増加しないからといって、 $\mathbf{e}_{y_i}$ が真値であるということとはできない。計測個数が多い場合には、計測個数の変化にかかわらず、 $\|M(\mathbf{e}_{y_i}) - \mathbf{e}_{y_i}\|$ が変化せず値が小さいならば、 $\mathbf{e}_{y_i}$ は好ましい仮定値である確率が高い。以上のことを使って、あいまい情報の真実度を修正することができる。

つぎに、 $\mathbf{e}_Y = \{\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}, \mathbf{e}_{y_3}, \mathbf{e}_{y_4}\}$ の場合について推定を行う。計測管は Fig. 3 の r_3, r_4, r_5 とする。あいまい情報は、

$$\{\mathbf{Y}_1 \text{ is } 1\} + \{\mathbf{Y}_2 \text{ is } 1\} + \{\mathbf{Y}_3 \text{ is } 1\} + \{\mathbf{Y}_4 \text{ is } 1\}$$

と与える。計測個数を 1, 2, 3 と変えたとき、 $\|M(\mathbf{e}_{y_i}) - \mathbf{e}_{y_i}\|$ の増加の大きい、 $\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}, \mathbf{e}_{y_3}$ に対応するあいまい情報の真実度を大きく修正する。その結果は、

$$\{\mathbf{Y}_1 \text{ is } 0.3\} + \{\mathbf{Y}_2 \text{ is } 0.3\} + \{\mathbf{Y}_3 \text{ is } 0.4\} \\ + \{\mathbf{Y}_4 \text{ is } 0.95\}$$

を得る。3 章 3 節のアルゴリズムの ii) によってフェジィ候補値集合は、

$$0.09/d_1 + 0.285/d_2 + 0.344/d_3 + 0.93/d_4$$

となる。最大真実度推定値は d_4 である。この値は真値に近い。

4. お わ り に

本論文では、まず $\mathbf{x}$ についてのあいまい情報が利用できるときに、 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ (rank $A < \dim \mathbf{x}$) を真実度注目して解くあいまい情報による変数推定法を提案し

た。この手法は、上記方程式の一般化逆行列による解法を含む一般的な解法であるといえる。つぎに、既存の管網解析手法では十分な解析ができなかった運用時の配水管の状態推定に対して、あいまい情報による変数推定法を応用した新しい管網解析手法を提案した。配水管網においては、水の使用量や需要時間変動パターンをあいまい情報として利用するために好ましい仮定値集合を与えることができる。また、上記情報以外に流出流量の上下限値や、管網内の流向の情報を不等式の形で取り入れることができる。これらのことより、計測点の個数が多くなるとも本手法は有効な推定手法である。最大真実度推定値は計測点の位置に影響されるが、よい推定値を得るためには流量の多い流出流量の感度が高い管の流量や節点の水頭を計測すればよいことが、本論文では述べなかったが、わかっている。

なお、本論文で提案したあいまい情報による変数推定法はほかのシステム、たとえば、交通流などのネットワークフロー問題においても有効な手法であると考えられる。

最後に、本研究を行うにあたって終始ご指導を賜った三菱電機(株)中央研究所主任研究員 武田捷一博士に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) F. Fallside, P. F. Perry.: Hierarchical Optimization of a Water-Supply Network, Proc. IEE **122-2**, 202/208 (1975)
- 2) 小沢純一郎: 配水管網における末端圧保持問題の解法, 電子通信学会資料 CST 76-60 (1976)

- 3) 宮岡伸一郎, 他: 消費エネルギー最小化によるネットワーク定常流解析手法の性能評価, 昭和55年電気学会全国大会講演集, No. 1288 (1980)
- 4) 築山誠, 他: ファジ理論による配水管網内需要量推定, 電気学会研究会資料 IA-81-2, (1981)
- 5) 浅居喜代治, 他: あいまいシステム理論入門, オーム社 (1978)
- 6) 菅野道夫: あいまい集合と論理の制御への応用, 計測と制御 18-2, 8/18 (1979)
- 7) 前田博, 他: 変動パターンを用いた上水道の時間需要予測, 第18回 SICE 学術講演会予稿集, 3311, (1979)

付 録

$$\langle \text{性質 1} \rangle \quad A \begin{pmatrix} x^x \\ x^o \end{pmatrix} = C \quad (A1)$$

$A \in R^{m \times n}$, $x^x \in R^{n-h}$, $x^o \in R^h$ であるから, 方程式 (A1) の自由度は $(n-m)$ である. そこで, $n-m \geq h$ のときは, $\bar{X}^o = X^o$ となる. また $n-m > h$ のときは, x^o の値を決めても x^x は一意に決まらない.

$\langle \text{性質 2} \rangle$ X_i^o のメンバシップ関数は, ${}^c x_i^o$ からの距離の減少関数である. そこで, 各 X_i^o を考えたとき, $\forall \tilde{x}^o \in \bar{X}^o$ に対して $\mu_{\tau_i}(u_i({}^c x_i^o, \tilde{x}^o))$ が最も大きいのは $\tilde{x}^o = d_i$ のときである. そこで, $\forall \tilde{x}^o \in \bar{X}^o$ に対して,

$$\begin{aligned} \mu_{X^o}(\tilde{x}^o) &= \bigvee_{i \in J} \mu_{\tau_i}(u_i({}^c x_i^o, \tilde{x}^o)) \\ &\leq \bigvee_{i \in J} \mu_{\tau_i}(u_i({}^c x_i^o, d_i)) \end{aligned}$$

となる. ゆえに最大の真実度をもつ $\tilde{x}^o$ は集合 D に含まれている.

$\langle \text{性質 3} \rangle$ $x = x^o$ のとき, (A1)式は

$$Ax^o = C \quad (A2)$$

となる. (A2)式の一般化逆行列による解

$$\hat{x}^o = A^T(AA^T)^{-1}C$$

は, つぎの問題の解と等しい.

$$\min x^{oT} x^o$$

$$\text{s.t. } Ax^o = C$$

これは, 与えられた条件のもとでの最大真実度推定値である.

$\langle \text{性質 4} \rangle$ (a)の情報が増加すると, (A1)式において, $x = (x^{xT} x^{oT})^T$ の要素の一つが既知となるか, 行列 A が $(m+1) \times n$ 行列となるかである. そのときのあいまい変数の解集合を $\bar{X}^{o-1}$ で表わすと, $\bar{X}^{o-1} \subset \bar{X}^o$

となる.

つぎに, d_i と d_i^{-1} をつぎのように定める.

ある ${}^c x_i^o \in X^o$ に対して

$$\min_{d \in X^o} \|d - {}^c x_i^o\| \text{ となる } d \text{ を } d_i \text{ とする.}$$

$$\min_{d \in \bar{X}^{o-1}} \|d - {}^c x_i^o\| \text{ となる } d \text{ を } d_i^{-1} \text{ とする.}$$

このとき, $\min_{d \in \bar{X}^{o-1}} \|d - d_i\|$ となる d は d_i^{-1} である.

そこで, x^o の真値を x^{o*} で示すと

$$(d_i - x^{o*}) \perp (d_i^{-1} - x^{o*})$$

となる. 以上より

$$\|d_i - x^{o*}\| \geq \|d_i^{-1} - x^{o*}\| \quad (A3)$$

がいえる. 性質 2 で記述した D のすべての要素について (A3)式が成立する. 性質 2 より最大真実度推定値は真値に近づく.