多関節マニピュレータ制御における演算処理手法[†]

新井 健 生*

Computational Method in Controlling the Articulated Manipulator

Tatsuo ARAI*

In controlling the articulated manipulator in real time, various kinds of operations and computations should be processed as soon as possible in order to attain dynamical movements in good quality. This paper proposes an approximation method which uses three order polynomial functions to calculate each angle value of a manipulator for a short time. In deciding the coefficients of these polynomial functions, two methods are used. One is the method of least square using actual data which are calculated accurately by solving the non-linear equations, and another is the training method. The computer simulation shows a good performance of this method.

1. 序 論

多関節形マニピュレータは、人間の腕と同じように、さまざまな種類の作業を行うことが可能である。しかし、自由度が多いために、その制御が複雑で、大変困難になっている。たとえば、溶接作業や塗装作業などで、大変重要なマニピュレータの経路制御の問題を考へる場合でも、その計算量は莫大なものである。マニピュレータの経路制御では、穴入れや組立てなどの作業と異なり、力センサの情報をういた高度なフィードバック制御は行わないが、逆に、高速で正確な動作が要求される。このような観点から、経路制御では、必要な演算アルゴリズムをいかに高速に処理するかということが、絶えず問題となっている。

現在用いられているほとんどのマニピュレータの動特性バンド幅は、10数Hz程度である¹⁾。したがって、マニピュレータの実時間制御におけるサンプリング時間は、1/60秒以下であることが必要であり、実験

結果などから考えると、望ましい応答特性を得るには、0.01秒のサンプリング時間で制御を行わねばならないようである。サンプリング時間が0.01秒という値は、現在多くのマニピュレータがミニコンレベルの計算機で制御されていることを考えると、大変に厳しい値である。そのため、マニピュレータの制御演算アルゴリズムにおいて、アルゴリズムの単純化や、式の中で省略することの可能な項は省略するなどの方法、あるいは近似手法などが、数多く提案されている。たとえば、代表的なものとして、つぎのようなものがある。

一般にマニピュレータが作業を行う空間は、3次元直交座標で記述される。マニピュレータに与える指令は、手先の位置 (x, y, z) と方向 (たとえばオイラー角) (θ, ϕ, ψ) である。この指令値から、マニピュレータの各関節角度値を求める座標変換の演算が、まず第1にある。この座標変換のアルゴリズムは、三角関数および逆三角関数を含む非線形の連立方程式を解くという複雑な作業であるが、この方程式を直接に解かない方法がいくつか提案されている^{2), 3)}。Hohn は、直交座標から関節角度値への変換を、Newton-Raphson 法による逐次近似を用いて行う手法を提案している。また、Paul は、作業空間の軌道を直線に分解し、補間による制御を行い、軌道ずれの誤差評価を行っている。求められた関節角を用いて、実際のアクチュエータに指令する場合、アクチュエータのサーボ機構の違いから、位置指令形とトルク指令形に分かれる。位置指令形では、関節角を時間に関して滑らかに与えるために、多項式や、スプライン関数で近似する方法がある⁴⁾。トルク指令形では必要なトルクを求めるとき、コリオリ力や遠心力を省略したり⁵⁾、加速度や重力項を対角行列で近似する方法、あるいは Newton-Euler 法に基づく繰返演算法などがある⁶⁾。

本論文では、直交座標作業空間におけるマニピュレータの指令値から、関節角を求める演算において、非線形連立方程式を解かず、指令値を変数とした多項式で近似する方法を提案する。さらに、多項式を近似

[†] 第18回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭54・8)

* 機械技術研究所 茨城県新治郡桜村並木 1-2

* Mechanical Engineering Laboratory, Niihari-gun, Ibaraki

(Received April 8, 1981)

(Revised August 13, 1981)

する際、各項の係数を求める方法として、あらかじめ作業空間内の代表点について求めた各関節角度値を利用して最小2乗法を用いる方法と、マスタマニピュレータなどを利用する場合を想定したパラメータ修正法による方法を提案する。

2. 座標変換のアルゴリズム

多関節形マニピュレータでは、各関節角度が決まれば、マニピュレータの位置姿勢は一意に定まる。これは、座標変換行列の概念を用いることにより、簡潔に解くことができる⁷⁾。本論文で対象とするマニピュレータは、7自由度の人間腕形マニピュレータであり、関節構造の概略を Fig. 1 に示す。腕を z 軸の負の方向に真直ぐに下ろした状態を、腕の初期状態 ($\theta_i = 0: 1 \leq i \leq 7$) とし、 y 軸の正の方向から見たとき肩 S の前後および左右方向の二関節をそれぞれ θ_1, θ_2 、上腕のひねりを θ_3 、肘関節 E を θ_4 、前腕のひねりを θ_5 、手首 W の左右および前後方向の二関節をそれぞれ θ_6, θ_7 として関節角度を表わすものとする。 l_1, l_2, l_3 はそれぞれ、上腕の長さ、前腕の長さ、手首から手先までの長さを表わす。作業空間を表わす座標系を C_0 、肩、肘、手首、手先に固定された座標系をそれぞれ、 C_S, C_E, C_W, C_H とする。さらに、各座標の原点、すなわち、 S, E, W, H の作業空間上での位置をそれぞれ $(x_s, y_s, z_s), (x_e, y_e, z_e), (x_w, y_w, z_w), (x_h, y_h, z_h)$ とする。各関節 $\theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4 \theta_5 \theta_6 \theta_7$ の回転による座標変換行列をそれぞれ、 $A_{x1}, A_{y2}, A_{z3}, A_{x4}, A_{z5}, A_{y6}, A_{x7}$ (添字 x, y, z は腕の初期状態における関節回転軸の向きを示している。) とし、腕の各部の長さ l_1, l_2, l_3 による座標変換行列をそれぞれ、 Al_1, Al_2, Al_3 とし、作業空間 C_0 から C_S への変換行列を A_0 とする。一般に座標変換行列 A は、つぎのような 4×4 行列である。

$$A = \begin{bmatrix} R & L \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Fig. 1 General structure of a manipulator with 7 degrees of freedom

ここで、 R は座標系をその原点を中心として回転させる 3×3 行列、 L は座標系の平行移動を表わす 3 次元ベクトル、 $\mathbf{0}$ は 3 次元 0 ベクトルである。

作業空間 C_0 を C_S としたとき、すなわち A_0 が 4 次の単位行列のとき、 C_0 から C_E, C_W への変換行列をそれぞれ、 A_E, A_W, C_W から C_H への変換を A_{WH} とすると、これらはそれぞれつぎのように求まる。

$$A_E = A_{x1} A_{y2} A_{z3} A_{l1} = \begin{bmatrix} R_E & P_E \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_W = A_E A_{x4} A_{l2} = \begin{bmatrix} R_W & P_W \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_{WH} = A_{z5} A_{y6} A_{x7} A_{l3} = \begin{bmatrix} R_{WH} & P_{WH} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $P_E = (x_e, y_e, z_e)^T$, $P_W = (x_w, y_w, z_w)^T$ である。したがって、手先の位置 P_H と方向ベクトルを表わす行列 R_H はつぎのように求まる。

$$P_H = R_W P_{WH} + P_W \quad (5)$$

$$R_H = R_W R_{WH} \quad (6)$$

以上のようにして、関節角が与えられると、マニピュレータの位置姿勢は一意に定まる。 (R, P) の具体的な形は、付録 A を参照のこと。) しかし、手先の位置と方向が与えられても、逆に、関節角は一意に定まらない。これは、指令値が 6 自由度であるのに対して、求める関節は 7 自由度のためである。実際のマニピュレータで考えると、上記の 6 変数を与えて、手先の位置と方向を固定しても、肘が手首と肩を結ぶ直線の周りに回転する自由度が残り、腕の姿勢が定まらないからである。そこで、つぎのような、腕姿勢を表現する肘旋回角 δ が定義されている⁸⁾。Fig. 2 のごとく、マニピュレータの手首位置 W が決まると、肩と手首を結ぶ直線 $\overline{SW}$ の周りに肘が回転するが、肘の位置が z 軸方向に関して最低位置 $P_{E0}(x_{e0}, y_{e0}, z_{e0})^T$ 、すなわち、肩、手首が z 軸を含む平面内にあるときを基準として、手先の方向から見て右回りに回転する向きを正として測った角を肘旋回角 δ とする。

このような肘旋回角を導入することにより、冗長度をなくすばかりでなく、腕の位置と姿勢が直感的にもわかりやすい形で与えられ、障害物を回避した腕姿勢を考慮する制御を行う際にも大変便利である。

以下、記述を簡潔にするため、 $C_x \triangleq \cos x$, $S_x \triangleq \sin x$, $C_1 \triangleq \cos \theta_1$, $S_1 \triangleq \sin \theta_1$ の略記法を用いる。

手先の位置、方向および肘旋回角を与えることにより各関節 $\theta_1, \dots, \theta_7$ はつぎのように求まる。方向を表わすオイラー角 (θ, φ, ψ) を与えることにより、座標変換行列 A_H の成分 R_H はつぎのように表わされる。

Fig. 2 Rotational angle of the elbow

Fig. 3 Rotation of the elbow

$$R_H = \begin{bmatrix} C\theta C\varphi C\psi - S\varphi S\psi, & -C\theta C\varphi S\psi - S\varphi C\psi, & -S\theta C\varphi \\ C\theta S\varphi C\psi + C\varphi S\psi, & -C\theta S\varphi S\psi + C\varphi C\psi, & S\theta S\varphi \\ -S\theta C\varphi, & S\theta S\varphi, & C\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

第3列は、座標系 C_H の z 軸方向の基底ベクトルであるから、これを r_{H_3} と表わすことにより、手首座標がつぎようになる。

$$P_W = P_H + l_3 r_{H_3} \quad (8)$$

Fig. 2 から、 $\triangle SWE$ に余弦定理を用いることにより、 θ_4 が求まる。

$$\theta_4 = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - |P_W|^2}{2l_1 l_2} \right) \quad (9)$$

また、 $\triangle SWE_0$ が z 軸に平行であることを利用して、 P_{E_0} がつぎのように求まる。

$$P_{E_0} = \left(\frac{x_w l_1 \sin(\alpha - \beta)}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2}}, \frac{y_w l_1 \sin(\alpha - \beta)}{\sqrt{x_w^2 + y_w^2}}, -l_1 \cos(\alpha - \beta) \right)^T \quad (10)$$

ここで、 α, β はつぎのとおりである。

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{x_w^2 + y_w^2}}{|z_w|} \right) \quad (11)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{l_2 \sin \theta_4}{l_1 + l_2 \cos \theta_4} \right) \quad (12)$$

肘位置 P_E は、肘旋回角 δ による回転行列 D を用いてつぎのように表現できる。

$$P_E = D P_{E_0} \quad (13)$$

回転行列 D は、Fig. 3 のような座標系 $X'Y'Z'$ を考えることによりつぎようになる。

$$D = T R' T^{-1} \quad (14)$$

T は、座標系 XYZ から座標系 $X'Y'Z'$ への変換行列である。

$$T = (e_{X'}, e_{Y'}, e_{Z'}) \quad (15)$$

$$e_{X'} = P_W / |P_W| \quad (16)$$

$$e_{Z'} = P_W \times P_{E_0} / |P_W \times P_{E_0}| \quad (17)$$

$$e_{Y'} = e_{Z'} \times e_{X'} \quad (18)$$

ここで、 $\times$ はベクトル積を表わす。 R' は、 X' 座標軸周りの負の回転であるから、 δ を用いてつぎようになる。

$$R' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\delta & S\delta \\ 0 & -S\delta & C\delta \end{pmatrix} \quad (19)$$

肘位置 P_E が決まれば、(A12)式により θ_1, θ_2 がつぎのように求められる。

$$\theta_1 = \tan^{-1}(-y_e/z_e) \quad (20)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(-x_e/l_1) \quad (21)$$

さらに、(A14)式を用い θ_3 はつぎようになる。

$$\theta_3 = \sin^{-1} \left(\frac{(x_e - x_w)/l_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_4}{\cos \theta_2 \sin \theta_4} \right) \quad (22)$$

以上により、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ が求まったので、(7)、(A13)、(A15)式、および

$$R_{WH} = R_W^{-1} R_H \quad (23)$$

の関係式から、 $\theta_5 \sim \theta_7$ がつぎのように求まる。

$$\theta_5 = \tan^{-1}(a_{12}/a_{11}) \quad (24)$$

$$\theta_6 = \sin^{-1}(-a_{31}) \quad (25)$$

$$\theta_7 = \tan^{-1}(a_{32}/a_{33}) \quad (26)$$

ここで a_{ij} は、(23)式の右辺の行列の第 ij 要素を示している。マニピュレータへの七つの指令変数 ($x_h, y_h, z_h, \theta, \varphi, \psi, \delta$) を与えることにより、(7)~(26)式を用いて各関節を求めることができる。しかし、三角関数、逆三角関数および行列演算を含む莫大な計算量であり、ミニコン FACOM U-200 で FORTRAN 言語により処理を行わせた結果、約 400 ms の計算時間を要した。

3. 座標変換の近似アルゴリズム

前章で示したように、指令値 $D=(x_h, y_h, z_h, \theta, \phi, \delta)^T$ を与えることにより、マニピュレータの関節角 $\theta=(\theta_1, \dots, \theta_7)^T$ が一意に定まる。このことから、関節角 θ と指令値 D との間には、つぎのような関数関係が存在すると考えてよい。

$$\theta=f(D) \quad f(D)=(f_1(D), \dots, f_7(D))^T \quad (27)$$

関数 f は、その関数形が陽な形で与えられていない。そこで、本論文の主題は、この関数 f を、いかに精度よく簡単な形で与えられるかを検討し、これにより、座標変換にかかる演算処理時間の短縮をはかるものである。人間腕の動作解析例⁹⁾の結果から、関数 f は、滑らかな性質のよいものであると考えられる。そこで f を、つぎの N_1 次多項式で近似する。

$$f_i(D)=\sum_{j=1}^Q C_{ij} P_j(D) \quad (1 \leq i \leq 7) \quad (28)$$

$$P_j(D)=x_h^{k_1} y_h^{k_2} z_h^{k_3} \theta^{k_4} \phi^{k_5} \delta^{k_6} \quad (29)$$

k_s は整数で、つぎの条件を満たす。

$$\sum_{s=1}^7 k_s \leq N_1 \quad 0 \leq k_s \quad (30)$$

Q は多項式における項の数であり、 N_1 を用いればつぎのように表わすことができる。

$$Q=\sum_{k=0}^{N_1} 7+k-1 C_k=7+N_1 C_{N_1} \quad (31)$$

(31) 式は、座標変換に要する処理時間のおおまかな評価を与えるものである。近似次数を大きくすれば、精度の点では向上するが、演算処理時間は増大するので、両者のかね合いを考えて最適な次数を選ぶ必要がある。

演算処理時間を短縮するという観点から、つぎのようなマニピュレータ制御法を考える。マニピュレータが行う作業は、手先の移動を主とするものと、手先のひねりを主とするものの二つに大きく分類することができる。たとえば、運搬作業を行うときは、いわゆる手先の軌道制御であるから、手先の位置だけが重要となり、また、設置されている物体の向きを変えるときなどは、手先の方向が問題となる。

以上の考え方から、マニピュレータの制御モードとして、つぎの二つを考える。第1は、手先の方向は固定して、位置の指令値 (x_h, y_h, z_h) を与える位置制御モードである。第2は、手先の位置は固定して、方向の指令値 (θ, ϕ, δ) を与える方向制御モードである。肘旋回角 δ は、いずれの制御モードの場合でも考慮に入れる。おのおのの制御モードにおける f の近似式はつぎようになる。

位置制御モード；

$$f_i(x_h, y_h, z_h, \delta)=\sum_{j=1}^Q C_{ij} P_j(x_h, y_h, z_h, \delta) \quad (32)$$

方向制御モード；

$$f_i(\theta, \phi, \delta)=\sum_{j=1}^Q C_{ij} P_j(\theta, \phi, \delta) \quad (33)$$

ここで、 $P_j(x, y, z, \delta)=x^{k_1} y^{k_2} z^{k_3} \delta^{k_4}$ である。問題は、(32)、(33)式における係数 C_{ij} の決定であるが、つぎの二つの方法を提案する。

(i) 代表的な手先位置あるいは方向と肘旋回角に対して、(7)～(26)式を用いて $\theta_1 \sim \theta_7$ をあらかじめ求めてサンプル点とし、これらのデータを利用して最小2乗法により係数 C_{ij} を決定する。

(ii) 上記の方法に用いるサンプル点を用いるか、または人間が操作するマスタマニピュレータを用い、得られたデータをサンプル点として用い、パラメータ修正法により C_{ij} を計算する。以下、両者の方法について説明するが、簡単のため、もっぱら位値制御モードについてのみ記述する。

3.1 最小2乗法

マニピュレータの作業空間内に M 個のサンプル点を選び、この中で $(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}, \delta^{(k)})$ を第 k 番目のサンプル点とし、 $\theta_i^{(k)}$ を対応するマニピュレータの関節 θ_i の値とする。この M 個のサンプル点に関して、次式で示される2乗誤差が最小になるように、(32)式中の係数 C_{ij} を定める。

$$J_i=\sum_{k=1}^M \left\{ \theta_i^{(k)} - \sum_{j=1}^Q C_{ij} P_j(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}, \delta^{(k)}) \right\}^2 \quad (34)$$

この評価関数を満たす最適係数を求める正規方程式はつぎようになる。

$$G C_i = B_i \quad (35)$$

G は $Q \times Q$ 定数マトリックス、 C_i は Q 次係数ベクトル、 B_i は Q 次定数ベクトルでおのおののつぎのとおりである。

$$G=(g_{pq}) \quad (36)$$

$$C_i=(C_{i1}, \dots, C_{iQ})^T \quad (37)$$

$$B_i=(b_{i1}, \dots, b_{iQ})^T \quad (38)$$

$$g_{pq}=\sum_{k=1}^M P_p(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}, \delta^{(k)}) \cdot P_q(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}, \delta^{(k)}) \quad (39)$$

$$b_{ip}=\sum_{k=1}^M \theta_i^{(k)} P_p(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}, \delta^{(k)}) \quad (40)$$

以上より、(35)式から係数 C_{ij} はつぎのように求まる。

$$C_i=G^{-1} B_i \quad (41)$$

3.2 パラメータ修正法

Fig. 4 Working area of the manipulator

Fig. 5 Distribution of positional errors

Table 1 Specification of the manipulator

l_1, l_2	40cm
l_3	24cm
θ_1, θ_2	$-30^\circ \sim 60^\circ$
θ_3	$-50^\circ \sim 50^\circ$
θ_4	$0^\circ \sim 100^\circ$
θ_5	$-150^\circ \sim 150^\circ$
θ_6, θ_7	$-90^\circ \sim 90^\circ$

Table 2 Partition of the working area

	Rigion 1	Rigion 2	Rigion 3	Rigion 4
r (cm)	52 — 79	52 — 79	52 — 79	52 — 79
α (°)	95 — 150	95 — 150	95 — 150	95 — 150
β (°)	30 — 60	60 — 90	90 — 120	120 — 150
Δr (cm)	4	4	4	4
$r\Delta\theta$ (cm)	4	4	4	4
number of samples	717	1086	1086	866

(34)式の評価関数を最小にする係数 C_{ij} を求めるため、正規方程式(35)を解く代りに、つぎのようなパラメータ修正法を用いる¹⁰⁾.

$$C_{ij}^{(k+1)} = C_{ij}^{(k)} - S(k) e_i^{(k+1)} P_j^{(k+1)} / \left\{ \sum_{m=1}^Q (e_i^{(k+1)} P_m^{(k+1)})^2 \right\}^{1/2} \quad (42)$$

$$e_i^{(k+1)} = f_i^{(k)}(x^{(k+1)}, y^{(k+1)}, z^{(k+1)}, \delta^{(k+1)}) - \theta_i^{(k+1)} \quad (43)$$

ここで、 $P_j^{(k+1)} = P_j(x^{(k+1)}, y^{(k+1)}, z^{(k+1)}, \delta^{(k+1)})$, $f_i^{(k)}$ は第 k 回目に近似された $C_{ij}^{(k)}$ を係数とする多項式、 $S(k)$ は収束係数である。この方法では、あらかじめすべてのサンプル点がわかっている必要がないので、マスタコンピュータを用いて実時間でデータ収集を行うことにより、 C_{ij} を求めることができる。

4. モデルによる解析と誤差評価

本手法の有効性を調べるため、Table 1 のような仕様でモデルを設定し、3章1節および3章2節で示した方法により近似関数を求め、この関数を使って得られた関節角が実現するマニピュレータの手の位置と目標位置との誤差がどのようなになっているかを解析する。誤差評価をつぎのような方法により行う。

(i) 手先の方向が固定されているので、手先の位置を指令することと、手首の位置を指令することは等価であるから、ここでは手首の位置および肘旋回角と、関節角 $\theta_1 \sim \theta_4$ を対象として考える。

(ii) θ_4 は、(9)式から明らかなように、肩と手首との距離のみの関数であるから、近似式としては(32)式を用いず、つぎの式を用いる。

$$\theta_4 = \sum_{i=0}^5 k_i R^i \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (44)$$

係数 k_i については付録B参照のこと。

(iii) サンプル点は、Fig. 4 のような作業領域で考え、 δ を $0^\circ \sim 60^\circ$ まで変化させることにより、およそ 3,800 点を取り、それぞれの点に対して、(9)～(22)式を用いて、 $\theta_1 \sim \theta_4$ を正確に求める。

(iv) 近似係数 C_{ij} を、(40)、(41)式に従って求める。このとき、作業領域を β に関して 30° ごとに分割し、四つの部分領域に分けて、おのおのに関して別個に近似を行う。

なお、表中の Δr , $r\Delta\theta$ は、それぞれサンプル点を定める場合の Fig. 4 における半径方向 R および円周(緯度、経度)方向の刻み幅を示している。

(v) δ に関しては、次式のように 1 次近似を行う。

これにより多項式中の係数の数は、全部で 480 個となる。

$$\theta_i = f_i(x, y, z) + \frac{\delta}{d}(f_i'(x, y, z) - f_i(x, y, z)) = f_i(x, y, z) \cdot \left(1 - \frac{\delta}{d}\right) + f_i'(x, y, z) \cdot \frac{\delta}{d} \quad (45)$$

ここで、 f_i は、 $\delta=0^\circ$ 、 f_i' は $\delta=d^\circ$ のときの θ_i の近似式である。

(vi) 誤差の評価を行うために、作業領域を 1 cm 立方の格子に仕切り、各格子の頂点について位置の誤差がどのような範囲にあるかを求める¹¹⁾。

Fig. 5 はその一例で、 $z=-40$ cm、 $\delta=0^\circ$ の $x-y$ 平面に平行な面での誤差評価を示したものである。最小 2 乗法で求めた近似多項式の係数については付録 C 参照のこと。**Table 3** は代表的な z と δ に関して、位置誤差の平均と標準偏差を示している。 N はそのときに調べた格子点の数である。

Table 4, 5 は、 $40 \text{ cm} \leq R \leq 75 \text{ cm}$ 、 $90^\circ \leq \alpha \leq 170^\circ$ 、 $60^\circ \leq \beta \leq 120^\circ$ について、 $\delta=0^\circ$ として 300 個のサンプル点を与え、逐次近似法により求めたときの 2 次多項式の近似係数の値と誤差を示したものである。収束係数 $S(k)$ は $1/k$ として求めた。**Table 6** は、非線形方程式を解いた場合と最小 2 乗法で求めた 2 次および 3 次近似の、演算時間と誤差における比較を示したものである。

5. 結 論

本論文では、多関節形マニピュレータの制御において、作業空間座標における指令値から、マニピュレータの各関節角を求める演算について、演算処理時間の短縮と記憶容量の減少という観点から考察を試みた。

作業空間上で与えられる位置、方向および肘旋回角の指令値から、マニピュレータの各関節角を求める方法として、通常の座標変換行列の演算から得られる非線形の連立方程式を解く代りに、あらかじめ求めておいたサンプル点とそれに対応する関節角のデータを利用して、関節角を指令値の多項式近似で与える方法を提案した。

さらに、作業空間を四つに分割し、おのおのの空間に対してそれぞれ独自の 3 次多項式で近似したとき、位置決めの誤差がほぼ 1 cm 以内に収まるこ

Table 3 Positional errors of the wrist and angular errors of the rotation of the elbow

δ			-10°	0°	10°	20°	30°	40°
z	-20 cm	N	[3147]	[3102]	[2872]	[2407]	[1615]	[913]
		error-1 m	3.88	3.10	2.52	2.41	3.22	5.07
		(cm) σ	(3.85)	(3.14)	(2.67)	(2.50)	(3.05)	(4.40)
	-40 cm	error- δ m	0.17	0.20	0.19	0.04	-0.26	-0.68
		($^\circ$) σ	(2.01)	(1.53)	(1.18)	(1.30)	(2.00)	(2.59)
δ	-20°	N	[3200]	[3211]	[3105]	[2820]	[2387]	[1739]
		error-1 m	3.22	2.62	2.32	2.28	2.94	4.39
		(cm) σ	(2.92)	(2.09)	(1.76)	(1.84)	(2.19)	(3.30)
	-40°	error- δ m	-0.05	-0.06	-0.12	-0.40	-0.79	-1.47
		($^\circ$) σ	(2.34)	(1.62)	(1.45)	(1.45)	(1.70)	(2.21)

Table 4 Coefficients obtained by the error-correction training method

θ_1	$-0.520 + 0.050x + 1.160y - 0.268z$ $+ 0.267x^2 + 0.027xy + 0.037xz$ $+ 0.969y^2 + 0.484yz + 0.075z^2$
θ_2	$0.025 - 0.114x - 0.072y + 0.030z$ $- 0.044x^2 - 0.426xy - 0.367xz$ $- 0.003y^2 - 0.006yz - 0.002z^2$
θ_3	$-0.035 - 1.760x + 0.057y - 0.007z$ $- 0.039x^2 - 0.420xy - 0.359xz$ $- 0.003y^2 + 0.022yz + 0.045z^2$
θ_4	$1.090 - 0.004x - 0.616y + 1.450z$ $- 0.123x^2 - 0.049xy - 0.014xz$ $- 0.909y^2 - 0.077yz + 0.622z^2$

Table 5 Distribution of positional errors

Error	%
within 1cm	7.33
within 2cm	28.33
within 3cm	46.33
within 4cm	62.00
within 5cm	82.00
within 6cm	92.33
within 7cm	96.67
within 8cm	99.33
within 9cm	99.67
within 10cm	100.00

Table 6 Comparison of computing time and error between each approximation method

	Nonlinear equation	2nd order approximation	3rd order approximation
Computing time (ms)	405	20.2	49.1
Error	postion (cm) m	1.71	1.09
	σ	1.08	0.81
	rotational angle ($^\circ$) m	0.00	0.03
	σ	1.66	1.38

とが、計算機によるシミュレーションの結果から明らかにされた。

今後、マニピュレータには、人間に替わる高度な作業が要求され、その制御系の演算処理にも高速性が必要とされる。将来、安価なマイクロプロセッサを複数個利用したマルチプロセッサによる制御も考えられるものと思われる。本手法は、各関節を求めるのに必要とされる演算処理が、指令値が与えられれば、ほかの関節を求めるための演算とは独立に行うことができるので、たとえば、各関節に一つずつのマイクロプロセッサを配した分散制御の場合に、非常に有効なものと考えられる。また、多項式中のパラメータを決定する場合、パラメータ修正法による方法では、マニピュレータの位置および方向と誤差が計測できれば、マニピュレータの関節構造が未知であっても係数を求めることが可能である。パラメータ修正アルゴリズムは、マスタスレーブ方式のマニピュレータ制御において、マスタマニピュレータとスレーブマニピュレータの構造が異なるような場合にも適用することが可能である。

本研究を遂行するに当たり、数々の有益な助言を賜った機械技術研究所生産工学部長 尾崎省太郎氏、生産システム課長 大野幸彦氏、ロボット工学課長 中野栄二氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Y. J. S. Luh, et al.: Multiprocessor-Controllers for Mechanical Manipulators, Proc. IEEE Comp. Soc. Int. Computer Software Appl. Conf. (U.S.A.) 3rd (1979)
- 2) R. E. Hohn: Method and Apparatus for Controlling an Automation along a Predetermined Path, U.S. Patent No. 3909600 (1975)
- 3) 中野, 他: 一対の人間腕形マニピュレータ, 第 13 回 SICE 学術講演会予稿集 (1974)
- 4) J. Bollinger, et al.: Computer Algorithms for High Speed Continuous-Path Robot Manipulation, Annals of the CIRP, **28**, 391/395 (1979)
- 5) R. C. Paul: Modeling, Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm, A.I. Memo. 177, Stanford University (1972)
- 6) J. Y. S. Luh, et al.: On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, **102**, 67/76 (1980)
- 7) J. Denavit, et al.: Velocity, Acceleration, and Static-Force Analyses of Spatial Linkages, Trans. ASME, Ser. E, **87**, 903/910 (1965)
- 8) 中野: 冗長度と力感覚を有する人間腕形マニピュレータの機構と制御, 情報処理学会マン・マシン・システム研究会資料 **75-22**, 1975-12 (1975)
- 9) 橋野, 他: 人間腕の動作解析, 第 20 回自動制御連合講演会前刷 (1977)
- 10) 新井, 他: 多関節形マニピュレータの手首位置制御法, 第 21 回自動制御連合講演会前刷 (1978)

- 11) 新井: 人間形マニピュレータの手首位置制御法, 第 18 回 SICE 学術講演会予稿集 (1979)

《付録 A》

座標変換行列の詳細は以下のとおりである。

$$Ax_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & -S_1 & 0 \\ 0 & S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.1)$$

$$Ay_2 = \begin{pmatrix} C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.2)$$

$$Az_3 = \begin{pmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.3)$$

$$Ax_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_4 & -S_4 & 0 \\ 0 & S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.4)$$

$$Az_5 = \begin{pmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.5)$$

$$Ay_6 = \begin{pmatrix} C_6 & 0 & S_6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_6 & 0 & C_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.6)$$

$$Ax_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_7 & -S_7 & 0 \\ 0 & S_7 & C_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.7)$$

$$Al_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.8)$$

$$Al_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.9)$$

$$Al_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.10)$$

$$R_E = \begin{bmatrix} C_2C_3 & -C_2S_3 & S_2 \\ S_1S_2C_3+C_1S_3 & -S_1S_2S_3+C_1C_3 & -S_1C_2 \\ -C_1S_2C_3+S_1S_3 & C_1S_2S_3+S_1C_3 & C_1C_2 \end{bmatrix} \quad (A.11)$$

$$P_E = (-S_2l_1 \quad S_1C_2l_1 \quad -C_1C_2l_1)^T \quad (A.12)$$

$$R_W = \begin{bmatrix} C_2C_3 & -C_2S_3C_4+S_2S_4 & C_2S_3S_4+S_2C_4 \\ S_1S_2C_3+C_1S_3 & (-S_1S_2C_3+C_1C_3)C_4-S_1C_2S_4 & (S_1S_2S_3-C_1C_3)S_4-S_1C_2C_4 \\ -C_1S_2C_3+S_1S_3 & (C_1S_2S_3+S_1C_3)C_4+C_1C_2S_4 & -(C_1S_2S_3+S_1C_3)S_4+C_1C_2C_4 \end{bmatrix} \quad (A.13)$$

$$\mathbf{P}_W = (-S_2l_1 - (C_2S_3S_4 + S_2C_4)l_2, \quad S_1C_2l_1 - (S_1S_2S_3S_4 - C_1C_3S_4 - S_1C_2C_4)l_2, \\ -C_1C_2l_1 + (C_1S_2S_3S_4 + S_1C_3S_4 - C_1C_2C_4)l_2)^T \quad (A.14)$$

$$R_{WH} = \begin{bmatrix} C_5C_6 & -S_6C_7+C_5S_6S_7 & S_6S_7+C_5S_6C_7 \\ S_5C_6 & C_6C_7+S_5S_6S_7 & -C_6S_7+S_5S_6C_7 \\ -S_6 & C_6S_7 & C_6C_7 \end{bmatrix} \quad (A.15)$$

$$\mathbf{P}_{WH} = (- (S_6S_7 + C_5S_6C_7)l_3, \quad (C_6S_7 - S_5S_6C_7)l_3, \\ -C_6C_7l_3)^T \quad (A.16)$$

《付録 B》

θ_4 の近似式はつぎのとおりである.

$$\theta_4 = 6.072 - 10.72R + 8.973R^2 - 13.14R^3 \\ + 22.83R^4 - 13.37R^5 \quad (A.17)$$

《付録 C》

近似多項式 f_i の項および θ_1 の係数は以下のとおりである. なお, **Rigion 1** は $\delta=0^\circ$, **Rigion 5** は, **Rigion 1** と領域は同じで $\delta=15^\circ$ の場合である.

$$f_i = C_{i1} + C_{i2}x + C_{i3}y + C_{i4}z + C_{i5}x^2 \\ + C_{i6}xy + C_{i7}xz + C_{i8}y^2 + C_{i9}yz + C_{i10}z^2 \\ + C_{i11}x^3 + C_{i12}x^2y + C_{i13}x^2z + C_{i14}xy^2 \\ + C_{i15}xyz + C_{i16}xz^2 + C_{i17}y^3 + C_{i18}y^2z \\ + C_{i19}yz^2 + C_{i20}z^3 \quad (A.18)$$

Rigion 1

0.1342 E-01	-0.9546 E-02	-0.1812 E-01	0.5366 E-01	-0.1716 E-02
0.2070 E-02	-0.1018 E-02	-0.7039 E-03	-0.3260 E-03	0.1156 E-03
0.1701 E-04	-0.1094 E-05	-0.4461 E-05	-0.1187 E-04	0.1866 E-04
-0.4226 E-05	0.9885 E-05	-0.5520 E-05	0.2607 E-05	-0.2767 E-05

Rigion 5

-0.3930 E-00	0.5059 E-01	0.9816 E-02	-0.6745 E-02	-0.8618 E-03
-0.1029 E-02	0.7497 E-03	0.2538 E-03	0.5768 E-03	-0.3812 E-03
0.1890 E-05	0.1301 E-04	-0.7967 E-05	0.4452 E-05	-0.7385 E-05
0.3683 E-05	-0.1398 E-05	-0.4794 E-05	0.5108 E-05	-0.4496 E-05