多重化構造をもつ新しい判定帰還形等化器

佐 野 昭*

New Decision Feedback Equalizer with Multilayered Structure

Akira SANO*

The statistically optimum receivers give a good performance in binary data transmission systems subject to severe intersymbol interference and statistical noise, but they become too complex to be practical. This paper describes the new practical detector which can be derived by introducing the idea of the decision feedback to the maximum likelihood (ML) bit estimation, and which retains the implementable simplicity like conventional decision feedback equalizers (DFE). The proposed detector has the multilayered structure as if the multiple conventional DFE's are arranged in a parallel form. A method is also developed to estimate the error probability of the detector, and its analysis and simulation results show that, by increasing the level of the multilayers and the tap number of the feedforward filter, the proposed scheme can achieve the error rate performance very near to that of the ML bit estimation.

1. ま え が き

伝送路の歪みによる符号間干渉や混入する外部雑音などの劣化を受けるディジタルデータ伝送系において、検出の誤りをできるだけ少なくするには、統計的立場に立った最適な検出器を構成することが有効であり、最尤ビット推定^{1),2)}や、Viterbi のアルゴリズムにより実行される最尤系列推定^{3),4)}などが提案されている。ところが統計的手法はアルゴリズム形であるため、計算量やメモリの点から簡単な回路での実装化が困難という問題点があり、これらを軽減するための簡略化が必要となっている。最尤系列推定に関しては、Viterbi のアルゴリズムのメモリ必要量を低減する方法も考えられているが^{5),6)}、それでも実装は容

易ではない。

本論文は、2 値データ伝送系において、最尤ビット推定を実行するアルゴリズムに対して判定帰還の考え方を導入することにより、最適ではないが簡略化された新しいビット検出器を提案している。これは判定帰還を利用しているため、従来の判定帰還形等化器 (DFE) の構成法⁷⁾⁻¹⁰⁾を大幅に拡張したものであり、機能的には従来の DFE を多重化構造にした形とみなすことができる。本手法により従来のものより SN 比を著しく改善でき、簡単な構造にもかかわらず最尤ビット推定に近い性能をもつことが誤り率特性を解析することにより明らかにされる。文献¹¹⁾でも最尤ビット推定に判定帰還を利用し、歪みの小さな伝送路に対して有効な手法を与えているが、そこで得られた等化器とは構造的にも機能的にも異なったものである。そのほか、従来の DFE に不感帯をもつスライサを併用したものなどがあるが¹²⁾、誤り率はそれほど改善が期待できるものではない。

最後に本手法の有効性を示すために、ある伝送路特性に対してシミュレーションと誤り率の解析を行い、従来の手法との比較を行っている。

2. 多重化構造をもつ判定帰還形等化器の導出

ディジタル PAM 基底帯域伝送路のモデルが

$$y_k = \sum_{i=0}^N q_i s_{k-i} + w_k \quad (1)$$

のように表わされるとする。ここで、 $\{s_k\}$ は等確率で ± 1 の 2 値をとる独立な伝送信号系列である。 $\{q_i\}$ は伝送路のインパルス応答列で、 $q_i = 0$, $i > N$ とする。さらに $\{w_k\}$ は付加雑音で、平均値ゼロ、分散 σ^2 の正規白色過程であると仮定する。

受信信号 $\{y_{k+D}, y_{k+D-1}, \dots, y_1\}$ が与えられたとき、統計的に最適な復号化の一つに最尤推定法があるが、このとき送信パルスの最尤ビット推定値 $\hat{s}_k$ は、

$$\hat{s}_k = \arg[\max_{s_k} p(y_{k+D}, \dots, y_1 | s_k)] \quad (2)$$

から求められる。(2)式はさらに、

* 慶応義塾大学理工学部 横浜市港北区日吉 3-14-1

* Faculty of Science and Technology, Keio University, Yokohama

(Received June 23, 1981)

(Revised October 6, 1981)

$$\begin{aligned} \hat{s}_k = & \arg[\max_{s_k} \sum_{s_{k+D}} \cdots \sum_{s_{k+1}} \sum_{s_{k-1}} \cdots \sum_{s_1} p(y_{k+D} | s_{k+D}, \cdots \\ & \cdots, s_{k+D-N}) p(y_{k+D-1} | s_{k+D-1}, \cdots, s_{k+D-N-1}) \cdots \\ & \cdots p(y_2 | s_2, s_1) p(y_1 | s_1)] \quad (3) \end{aligned}$$

と変形できる。ところで、(3)式右辺の計算は逐次的に実行可能であるが¹⁾、その際、 $2(N+D)$ 回の指数関数の総和計算やテーブルの作成などが必要となるため、簡単な回路で実現できないばかりか演算時間も無視できない。

そこで、つぎのように判定帰還(Decision Feedback)の考え方を導入する。すなわち、時刻 k よりも以前の信号に関しては最も確からしい $s_{k-1}, s_{k-2}, \dots$ の値として、それ以前にすでに得られている推定値 $\hat{s}_{k-1}, \hat{s}_{k-2}, \dots$ を利用する。これが判定帰還の考え方である。

つぎに、(3)式における $s_{k+D}, \dots, s_{k+1}$ に関して総和をとる操作、すなわち $\sum_{s_{k+D}} \cdots \sum_{s_{k+1}}$ を $\max_{s_{k+D}, \dots, s_{k+1}}$ なる操作で近似的に置き換える。以上の二つの操作により、 $\hat{s}_k$ を求める手続きはつぎのように簡略化される。

$$\begin{aligned} \hat{s}_k \cong & \arg \{ \max_{s_k} [\max_{s_{k+D}} \cdots \max_{s_{k+1}} p(y_{k+D} | s_{k+D}, \cdots, s_{k+D-N}) \\ & \cdots p(y_{k+1} | s_{k+1}, s_k, \hat{s}_{k-1}, \cdots, \hat{s}_{k-N}) \\ & \cdots p(y_k | s_k, \hat{s}_{k-1}, \cdots, \hat{s}_{k-N})] \} \\ = & \arg \{ \min_{s_k} [(y_k - q_0 s_k - \sum_{i=1}^N q_i \hat{s}_{k-i})^2 \\ & + \min_{s_{k+1}} (y_{k+1} - q_0 s_{k+1} - q_1 s_k - \sum_{i=2}^N q_i \hat{s}_{k+1-i})^2 \\ & + \min_{s_{k+2}} \cdots \min_{s_{k+1}} (y_{k+2} - q_0 s_{k+2} - q_1 s_{k+1} - q_2 s_k \\ & - \sum_{i=3}^N q_i \hat{s}_{k+2-i})^2 + \cdots \\ & + \min_{s_{k+l}} \cdots \min_{s_{k+1}} (y_{k+l} - \sum_{i=0}^{l-1} q_i s_{k+l-i} - q_l s_k \\ & - \sum_{i=l+1}^N q_i \hat{s}_{k+l-i})^2 + \cdots + \min_{s_{k+D}} \cdots \min_{s_{k+1}} (y_{k+D} \\ & - \sum_{i=0}^N q_i s_{k+D-i})^2] \} \quad (4) \end{aligned}$$

上の(4)式の表現は、説明の簡単さから、 $D=N$ の場合を想定しているが、任意の D に対しては、(4)式右辺において、

$$s_{k+j} = \begin{cases} \hat{s}_{k+j}; & j < 0 \text{ のとき} \\ s_{k+j}; & j \geq 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

のように考えればよい。

最尤ビット推定値を近似的に求める際に、時刻 k 以前の信号の取り扱いに判定帰還の考え方を導入する工夫は文献11)でも用いられているが、本手法の優れている特徴は、以下で示すように時刻 k よりも先の信号の処理方法にある。

さて、(4)式右辺の[]内の第2項以降の最小化を厳密に行うことは困難であるが、 $s_{k+1}, \dots, s_{k+D}$ が連続値をとると見なせば、 $s_{k+1}, \dots, s_{k+D}$ に関して微分す

ることにより、 D 元の連立代数方程式が得られる。この解はつぎのように与えられる。

$$s_{k+1}^0 = (y_{k+1} - q_1 s_k - \sum_{i=2}^N q_i \hat{s}_{k+1-i}) / q_0$$

$$s_{k+2}^0 = (y_{k+2} - q_1 s_{k+1}^0 - q_2 s_k - \sum_{i=3}^N q_i \hat{s}_{k+2-i}) / q_0 \quad (5)$$

しかし、 $s_{k+1}, s_{k+2}, \dots$ のとりうる値は離散値であり、また s_k をパラメータとして含んでいるので、まず $s_k = +1$ と仮定したとき、(5)式から得られる離散値解をそれぞれ

$$s_{k+1}^{(+)} = \text{sgn} [q_0^{-1} y_{k+1} - r_1 - \sum_{i=2}^N r_i \hat{s}_{k+1-i}]$$

$$s_{k+2}^{(+)} = \text{sgn} [q_0^{-1} y_{k+2} - r_1 s_{k+1}^{(+)} - r_2 - \sum_{i=3}^N r_i \hat{s}_{k+2-i}]$$

$$\dots \dots \dots s_{k+l}^{(+)} = \text{sgn} [q_0^{-1} y_{k+l} - \sum_{i=1}^{l-1} r_i s_{k+l-i}^{(+)} - r_l$$

$$- \sum_{i=l+1}^N r_i \hat{s}_{k+l-i}]$$

$$l=1, 2, \dots, D \quad (6a)$$

のように求めておく。ただし、

$$r_i \triangleq q_i / q_0, \quad i=0, 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

同様に、 $s_k = -1$ と仮定した場合の(5)式のおおの離散値解を求めると、

$$s_{k+l}^{(-)} = \text{sgn} [q_0^{-1} y_{k+l} - \sum_{i=1}^{l-1} r_i s_{k+l-i}^{(-)} + r_l$$

$$- \sum_{i=l+1}^N r_i \hat{s}_{k+l-i}]$$

$$l=1, 2, \dots, D \quad (6b)$$

となる。

(6a), (6b)式を(4)式へ代入し、[]内を最小にする $s_k \in \{+1, -1\}$ が求めるべきビット推定値 $\hat{s}_k$ である。結果を整理すると、 $\hat{s}_k$ はつぎのように与えられる。

$$\hat{s}_k = \text{sgn} [(q_0^{-1} y_k - \sum_{i=1}^N r_i \hat{s}_{k-i})$$

$$+ \frac{1}{4} \sum_{l=1}^D \{ (q_0^{-1} y_{k+l} - \sum_{i=0}^{l-1} r_i \hat{s}_{k+l-i} + r_l$$

$$- \sum_{i=l+1}^N r_i \hat{s}_{k+l-i})^2 - (q_0^{-1} y_{k+l} - \sum_{i=0}^{l-1} r_i \hat{s}_{k+l-i}$$

$$- r_l - \sum_{i=l+1}^N r_i \hat{s}_{k+l-i})^2 \}] \quad (8a)$$

$$= \text{sgn} [(q_0^{-1} y_k - \sum_{i=1}^N r_i \hat{s}_{k-i}) + \frac{1}{4} \sum_{l=1}^D \{ d_l^{(-)} - d_l^{(+)} \}] \quad (8b)$$

ここで、 $d_l^{(-)}, d_l^{(+)}$ の定義は、(8a), (8b)式の対照より明らかであろう。さらに、有効距離 d を

$$d \triangleq \sum_{l=1}^D d_l, \quad d_l \triangleq d_l^{(-)} - d_l^{(+)}, \quad l=1, \dots, D \quad (9)$$

のように定義すれば、もし、 $s_k = +1$ (-1) ならば、 d が絶対値の大きな正数 (負数) になればなるほど、検出能力が増加することがわかる。この点については次節で詳細な議論を行う。

ここで導かれた (8) 式の推定値と、従来の判定帰還形等化器 (DFE)¹⁰⁾ との比較をしてみよう。前置 (フィードフォワード) フィルタをもたない従来の DFE では、

$$\hat{s}_k = \text{sgn}[q_0^{-1}y_k - \sum_{i=1}^N r_i \hat{s}_{k-i}] \quad (10)$$

のように推定値 $\hat{s}_k$ を求めているが、これは本手法の $D=0$ の場合に相当していることがわかる。提案した新しい検出器では、第 2 項の D 個の和の補正項によって実質的な SN 比を高め、誤り率特性を改善していることが理解できよう。

従来の DFE では、歪みの大きな伝送路に対して特性向上のために、受信データ $\{y_k\}$ をまずトランスバーサル形の前置フィルタで処理している。本手法の場合にも、(6a), (6b), (8) 式においてそれぞれ受信データのための前置フィルタを付加することが可能であり、 $N=D=2$ の場合には、本検出器は Fig. 1 で示すような回路で実現できる。図から明らかのように、機能的には中央の従来の DFE の上下にそれぞれ D 個の DFE をあたかも並列的に並べた多重化構造になっている点が従来にない特徴であり、しかもおのおののタップ係数 $\{a_i; i=0, \dots, M\}$, $\{b_i; i=1, \dots, N\}$ は各層で同一にとれるので、自動等化や適応等化などがきわめて容易になる長所ももっている¹⁴⁾。

M を前置フィルタのタップ数とすると、各係数はつぎのように与えられる。

$$\sum_{i=0}^M a_i \{\phi(i, k) + \phi(i, k)\} = q_k, \quad k=0, \dots, M \quad (11)$$

$$b_m = \sum_{i=0}^M a_i q_{m+i}, \quad m=1, \dots, N \quad (12)$$

ただし、

$$\phi(i, k) = \begin{cases} \sum_{l=0}^i q_l q_{i+k-l}; & i \leq k \text{ のとき} \\ \sum_{l=0}^k q_l q_{i+l-k}; & i \geq k \text{ のとき} \end{cases} \quad (13)$$

$$\phi(i, k) = \sigma^2 \delta_{ik} \quad (14)$$

本手法を実装化する場合、前置フィルタのタップ数 M と多重化のレベル数 D は自由に選択できるわけであ

Fig. 1 Schematic diagram of the presented new decision feedback equalizer with the multilayered structure in the case of $N=D=M=2$

り、後述の数値例で示すように M と D を増加することにより、本検出器の特性は簡略な構造であるにもかかわらず、最尤ビット推定にきわめて近いものとなる。

3. 誤り特性の解析と評価

本節では、(6a), (6b), (8) 式の多層化により、従来の DFE よりもどの程度誤り率が改善されるかを解析する。誤り率 $p(s_k \neq \hat{s}_k)$ を厳密に求めることは、時刻 k よりも先の受信データ $\{y_{k+d}\}$ を利用しているため、 $\{y_{k+d}\}$ に関する多重積分を含み、困難である²⁾。しかし前述のように、(9) 式の d の絶対値が大きければ大きい程誤り率を小さくできることから、 d の期待値を評価できれば誤り率の目安が得られることがわかる。ここでは、簡単のために前置フィルタをもたない場合について議論する。

3 種類の検出誤差信号をつぎのように定義する。

$$\begin{aligned} e_{k-l} &\triangleq s_{k-l} - \hat{s}_{k-l}, \quad l=0, 1, \dots, N-1 \\ \left. \begin{aligned} (-) & & (-) \\ e_{k+l} &\triangleq s_{k+l} - \hat{s}_{k+l} \\ (+) & & (+) \\ e_{k+l} &\triangleq s_{k+l} - \hat{s}_{k+l} \end{aligned} \right\} l=1, 2, \dots, D \end{aligned} \quad (15)$$

この誤差信号 e_k は $\{+2, 0, -2\}$ のいずれかの値をとり、 $+2(-2)$ のときは、 $s_k = +1(-1)$, $\hat{s}_k = -1(+1)$ の場合にそれぞれ対応している。これらを用いて、 d_i を表わすと、

$$d_i \triangleq \begin{matrix} (-) & (+) \\ \hat{s}_i & -\hat{s}_i \end{matrix}$$

$$d_i = \left\{ \sum_{i=0}^{l-1} r_i \varepsilon_{k+l-i} + r_l (s_k \mp 1) + \sum_{i=l+1}^N r_i \varepsilon_{k+l-i} + q_0^{-1} w_{k+l} \right\}^2 \quad (16)$$

(±は複号同順)

となる。一方、(6a), (6b)式も(15)式を用いて、

$$s_{k+i} = \text{sgn}[s_{k+i} + \sum_{i=1}^{l-1} r_i \varepsilon_{k+l-i} + r_l (s_k \mp 1) + \sum_{i=l+1}^N r_i \varepsilon_{k+l-i} + q_0^{-1} w_{k+i}] \quad (17)$$

のように表わされる。以上の準備のもとで、誤り確率の下界と上界を求めてみよう。

3.1 下界の評価

s_k の誤り率の下界の一つは、時刻 k よりも過去の推定値 $\{s_{k-l}; l=1, \dots, N-1\}$ がすべて正しく検出された場合、すなわち

$$\varepsilon_{k-l} \equiv 0, \quad l=1, 2, \dots, N-1 \quad (18)$$

の場合から求められる。この条件のもとで、(16)式の $E\{d_i\} = \sum E\{d_i\}$ を計算することが問題となるが、 $\{s_k\}$ は等確率でかつ独立に ± 1 をとるので、 $s_k = +1$ と仮定して各 d_i の期待値を求めてよい。

記述の繁雑を避けるために、 $E\{d_1\}$ の計算について詳細に述べ、一般の $E\{d_i\}$ に関してもほぼ同様な手順で求められるので、結果のみを示すにとどめる。

さて、(18)式の条件を(16)式へ代入すると、

$$d_1 = (\varepsilon_{k+1} + 2r_1 + q_0^{-1} w_{k+1})^2 - (\varepsilon_{k+1} + q_0^{-1} w_{k+1})^2 \quad (19)$$

となるので

$$E\{d_1\} = \sum_{s_{k+1}} \int d_1 p(s_{k+1}, w_{k+1}) dw_{k+1} \quad (20)$$

を求めればよい。一方、(17)式より、

$$s_{k+1} = \text{sgn}[s_{k+1} + 2r_1 + q_0^{-1} w_{k+1}] \quad (21a)$$

$$s_{k+1} = \text{sgn}[s_{k+1} + q_0^{-1} w_{k+1}] \quad (21b)$$

であるから、 $s_{k+1}=1$ ならば、

$$\left. \begin{aligned} q_0^{-1} w_{k+1} < -1 - 2r_1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= +2 \\ q_0^{-1} w_{k+1} > -1 - 2r_1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= 0 \\ q_0^{-1} w_{k+1} < -1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= +2 \\ q_0^{-1} w_{k+1} > -1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= 0 \\ s_{k+1} = -1 \text{ ならば, } \\ q_0^{-1} w_{k+1} < 1 - 2r_1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= 0 \\ q_0^{-1} w_{k+1} > 1 - 2r_1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= -2 \\ q_0^{-1} w_{k+1} < 1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= 0 \\ q_0^{-1} w_{k+1} > 1 \text{ のとき, } \varepsilon_{k+1} &= -2 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

が成立している。この関係と、 w_{k+1} の密度関数を(20)

式へ代入して計算すると、

$$\begin{aligned} E\{d_1\} &= \frac{1}{2} \int_{-1-2r_1}^{-1-2r_1} (2+2r_1+q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{-1-2r_1}^0 (2r_1+q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^{1-2r_1} (2r_1+q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{1-2r_1}^1 (-2+2r_1+q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_{-1-2r_1}^{-1} (2+q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_{-1}^0 (q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_0^1 (q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_1^{1-2r_1} (-2+q_0^{-1} w_{k+1})^2 p(w_{k+1}) dw_{k+1} \\ &= 4r_1^2 + 2(1+2r_1)Q[q_0(1+2r_1)/\sigma] \\ &\quad + 2(1-2r_1)Q[q_0(1-2r_1)/\sigma] - 4Q[q_0/\sigma] \\ &\quad - 2(\sigma/q_0\sqrt{2\pi})\{\exp[-q_0^2(1+2r_1)^2/2\sigma^2] \\ &\quad + \exp[-q_0^2(1-2r_1)^2/2\sigma^2]\} \\ &\quad + 4(\sigma/q_0\sqrt{2\pi})\exp[-q_0^2/2\sigma^2] \\ &\triangleq d_1 \end{aligned}$$

を得る。ここで、誤差関数と積分公式として

$$\begin{aligned} Q[x] &\triangleq (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^\infty \exp[-y^2/2] dy \\ (1/\sqrt{2\pi}\sigma) \int x \exp[-x^2/2\sigma^2] dx \\ &= -(\sigma/\sqrt{2\pi}) \exp[-x^2/2\sigma^2] \end{aligned}$$

を利用している。

さて、一般の d_i に対しても同様な計算を行い、期待値を確率変数 $\{s_{k+i}\}$ および $\{w_{k+i}\}$ に関してとる操作を行うと、最終結果として

$$\begin{aligned} E\{d_i\} &= \sum_{\varepsilon_{k+l-1}} \sum_{\varepsilon_{k+l-1}} \dots \sum_{\varepsilon_{k+1}} \left[(\varepsilon_{k+l-1} r_1 + \varepsilon_{k+l-2} r_2 + \dots + 2r_i)^2 \right. \\ &\quad + 2\{1 + (\varepsilon_{k+l-1} r_1 + \varepsilon_{k+l-2} r_2 + \dots + 2r_i)\} \\ &\quad \cdot Q[q_0(1 + \varepsilon_{k+l-1} r_1 + \dots + 2r_i)/\sigma] \\ &\quad + 2\{1 - (\varepsilon_{k+l-1} r_1 + \varepsilon_{k+l-2} r_2 + \dots + 2r_i)\} \\ &\quad \cdot Q[q_0(1 - \varepsilon_{k+l-1} r_1 - \dots - 2r_i)/\sigma] \\ &\quad - 2(\sigma/q_0\sqrt{2\pi})\{\exp[-q_0^2(1 + \varepsilon_{k+l-1} r_1 + \dots \\ &\quad + 2r_i)^2/2\sigma^2] + \exp[-q_0^2(1 - \varepsilon_{k+l-1} r_1 - \dots \\ &\quad \dots - 2r_i)^2/2\sigma^2]\} \left. \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot p(\varepsilon_{k+l-1} | \varepsilon_{k+l-2}, \dots, \varepsilon_{k+2}, \varepsilon_{k+1}) \\
& p(\varepsilon_{k+l-2} | \varepsilon_{k+l-3}, \dots, \varepsilon_{k+1}) \dots \\
& p(\varepsilon_{k+2} | \varepsilon_{k+1}) p(\varepsilon_{k+1}) - \sum_{\varepsilon_{k+l-1}} \sum_{\varepsilon_{k+l-2}} \dots \sum_{\varepsilon_{k+1}} \\
& \left[(\varepsilon_{k+l-1} r_1 + \varepsilon_{k+l-2} r_2 + \dots + \varepsilon_{k+1} r_{l-1})^2 \right. \\
& + 2 \{ 1 + (\varepsilon_{k+l-1} r_1 + \varepsilon_{k+l-2} r_2 + \dots + \varepsilon_{k+1} r_{l-1}) \} \\
& \cdot Q[q_0(1 + \varepsilon_{k+l-1} r_1 + \varepsilon_{k+l-2} r_2 + \dots \\
& + \varepsilon_{k+1} r_{l-1})/\sigma] \\
& + 2 \{ 1 - (\varepsilon_{k+l-1} r_1 + \varepsilon_{k+l-2} r_2 + \dots + \varepsilon_{k+1} r_{l-1}) \} \\
& \cdot Q[q_0(1 - \varepsilon_{k+l-1} r_1 - \varepsilon_{k+l-2} r_2 - \dots \\
& - \varepsilon_{k+1} r_{l-1})/\sigma] \\
& - 2(\sigma/q_0\sqrt{2\pi}) \{ \exp[-q_0^2(1 + \varepsilon_{k+l-1} r_1 + \dots \\
& + \varepsilon_{k+1} r_{l-1})^2/2\sigma^2] \\
& + \exp[-q_0^2(1 - \varepsilon_{k+l-1} r_1 - \dots \\
& - \varepsilon_{k+1} r_{l-1})^2/2\sigma^2] \} \Big] \\
& \cdot p(\varepsilon_{k+l-1} | \varepsilon_{k+l-2}, \dots, \varepsilon_{k+2}, \varepsilon_{k+1}) \\
& p(\varepsilon_{k+l-2} | \varepsilon_{k+l-3}, \dots, \varepsilon_{k+1}) \dots \\
& p(\varepsilon_{k+2} | \varepsilon_{k+1}) p(\varepsilon_{k+1}) \\
& \triangleq \bar{d}_l, \quad l=2, 3, \dots, D \quad (24)
\end{aligned}$$

が得られる。

ここで、(24)式に含まれるおのおの条件付確率は、ある $j(j=2, \dots, D)$ に対して、

$$\begin{aligned}
& p(\varepsilon_{k+j-1} = \pm 2 | \varepsilon_{k+j-2}, \dots, \varepsilon_{k+1}) \\
& = 0.5 Q[q_0 \{ 1 \pm (\varepsilon_{k+j-2} r_1 + \varepsilon_{k+j-3} r_2 + \dots \\
& + \varepsilon_{k+1} r_{j-1}) \} / \sigma] \\
& \triangleq p_{\pm}(j) \quad (\text{複号同順}) \quad (25a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p(\varepsilon_{k+j-1} = 0 | \varepsilon_{k+j-2}, \dots, \varepsilon_{k+1}) \\
& = 1 - p_{+}(j) - p_{-}(j) \quad (25b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p(\varepsilon_{k+j-1} = \pm 2 | \varepsilon_{k+j-2}, \dots, \varepsilon_{k+1}) \\
& = 0.5 Q[q_0 \{ 1 \pm (\varepsilon_{k+j-2} r_1 + \varepsilon_{k+j-3} r_2 + \dots \\
& + \varepsilon_{k+1} r_{j-2}) \} / \sigma] \\
& \triangleq p_{\pm}(j) \quad (\text{複号同順}) \quad (26a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& p(\varepsilon_{k+j-1} = 0 | \varepsilon_{k+j-2}, \dots, \varepsilon_{k+1}) \\
& = 1 - p_{+}(j) - p_{-}(j) \quad (26b) \\
& j=2, 3, \dots, D
\end{aligned}$$

のように求められる。

以上により、(18)式の条件のもとで、(9)式の d の

期待値を厳密に求める計算法が示された。これを

$$E\{d\} = \sum_{i=1}^D \bar{d}_i \triangleq \bar{d} \quad (27)$$

と置く。このとき、 $\bar{d}/4$ は(4)式右辺の第2項以降に含まれる s_k の信号パワーの平均的な増加分を表わしており、これだけ SN 比が増加し、結局誤り率の下界は目安として次式で与えられる。

$$p\{s_k \neq s_k\} > Q[q_0\sqrt{1+\bar{d}/4}/\sigma] \quad (28)$$

さて、(23)~(26)式のままでは、従来の DFE や最尤ビット推定の誤り率の各下界との直観的な比較が難しい。そこで、もう少し具体的な議論を行うために、伝送路の歪みがそれ程大きくなく、SN 比が高い状況のもとで、上述した誤り率の下界の簡潔な表現式を求めてみよう。

前述の状況において、つぎの条件

$$|q_0|(1 - 2 \sum_{i=1}^D |r_i|)/\sigma \geq 1.5 \quad (29)$$

が成り立つような、低歪み、高 SN 比の条件のもとでは

$$Q[x] \cong (1/\sqrt{2\pi}x) \exp[-x^2/2]; \quad x \geq 1.5 \quad (30)$$

がいえるので¹³⁾、これを用いると、(23)式から、まず

$$E\{d_1\} \cong 4r_1^2 \quad (31)$$

が得られる。さらに、(24)式に含まれる条件付確率の積のうちで最も支配的な項は、(25)、(26)式に(29)、

(30)式の条件を適用すれば、 $\varepsilon_{k+j} = \varepsilon_{k+j} = 0, j=1, 2, \dots, D$ の場合に対応する項だけであり、それ以外の項は微量である $Q[\cdot]$ の2次以上の積を含むので無視できることがわかる。したがって、

$$\begin{aligned}
E\{d_l\} & \cong 4r_l^2 + 2(1+2r_l)Q[q_0(1+2r_l)/\sigma] \\
& + 2(1-2r_l)Q[q_0(1-2r_l)/\sigma] \\
& - 2(\sigma/q_0\sqrt{2\pi}) \{ \exp[-q_0^2(1+2r_l)^2/2\sigma^2] \\
& + \exp[-q_0^2(1-2r_l)^2/2\sigma^2] \\
& - 2[Q[q_0/\sigma] - (\sigma/q_0\sqrt{2\pi}) \exp \\
& [-q_0^2/2\sigma^2]] \} \\
& \cong 4r_l^2, \quad l=2, 3, \dots, D \quad (32)
\end{aligned}$$

となり、結局

$$E\{d\} \triangleq \bar{d} \cong 4(r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_D^2) \quad (33)$$

が得られる。このとき、(28)式より誤り率の下界の目安は、

$$\begin{aligned}
p\{s_k \neq s_k\} & \cong Q\left[q_0\sqrt{1 + \sum_{i=1}^D r_i^2}/\sigma\right] \\
& = Q\left[\sqrt{\frac{D}{\sum_{i=0}^D q_i^2}}/\sigma\right] \quad (34)
\end{aligned}$$

で与えられる。この確率は、(29)式の条件のもとでは、下界というよりも本手法の誤り率そのものの近似

値と考えてよい。

(34)式において、 $D=N$ と置いた誤り率の表現式は最尤ビット推定の誤り率の下界とも一致しており³⁾、多層化のレベルを $N=D$ した場合の本等化器は、最尤ビット推定にきわめて近い性能をもっていることが明らかにされた。一方、従来の DFE の誤り率の下界は、

$$p_L(\text{DFE})=Q[q_0/\sigma] \quad (35)$$

であることが知られているが¹⁰⁾、これは本手法の $D=0$ の場合に相当している。(34)式は明らかに D に関して単調減少であり、 D を 0 から N まで増加させるにつれて従来の DFE の誤り率を次第に改善でき、最尤ビット推定に匹敵する特性をもたせられることが明らかにされた。

3.2 上界の評価

誤り率の上界を評価することは、(18)式の条件をはずし、(8)、(16)、(17)式において過去の検出誤差 $\{e_{k-i}\}$ の影響をも考慮して解析しなければならないため非常に難しい。しかし前節と同様に各 d_i の期待値を求めることはさほど困難ではなく、新たに確率変数 $\varepsilon_{k-1}, \varepsilon_{k-2}, \dots, \varepsilon_{k-N+1}$ に関する期待値操作を付加して前節と同様な計算を進めると、

$$E\{d_i\}=\bar{d}_i, \quad i=1, 2, \dots, D \quad (36)$$

が得られ、過去の検出誤差によらず下界の場合の $\bar{d}_i$ と等しいことがわかる。ただし、 $\bar{d}_i$ のまわりの分散は過去の検出誤差の影響分だけ増大する(説明は紙面の都合で割愛させていただく)。したがって、(8)式の本手法は前と同様に、平均的には、(8)、(15)式より、

$$\begin{aligned} \hat{s}_k &= \text{sgn}[q_0^{-1}y_k - \sum_{i=1}^N r_i \hat{s}_{k-i} + \bar{d}/4] \\ &= \text{sgn}[s_k + \sum_{i=1}^N r_i \varepsilon_{k-i} + q_0^{-1}w_k + \bar{d}/4] \end{aligned} \quad (37)$$

のように機能していると見なしてよいのである。(37)式において過去の検出誤差 $\{e_{k-i}\}$ が誤り率にどのような影響を与えるかを解析すると、最終的には誤り率の上界は高々、

$$p\{\hat{s}_k \neq s_k\} < 2^N p_e^* / \{2p_e^*(2^N - 1) + 1\} \quad (38)$$

のおおきさえられる。ただし、 p_e^* は(28)式で求めた下界である。上式の導出についても割愛する¹⁴⁾。

4. 適用例

比較的歪みの小さな伝送路特性 ($q_0=1.0$, $q_1=0.4$, $q_2=-0.2$, $q_3=0.1$, $q_4=-0.05$) に対して、誤り率の評価および他の手法との比較を Fig. 2 に示した。一点鎖線は(35)式の従来の DFE の誤り率の下界であ

Fig. 2 Comparison of bit error probabilities and lower bounds for the channel response; $q_0=1.0$, $q_1=0.4$, $q_2=-0.2$, $q_3=0.1$ and $q_4=-0.05$: (a) the conventional DFE (Δ), (b) the proposed method ($\circ$) for $D=4$, and (c) the maximum likelihood bit estimator ($\bullet$) for $D=4$.

Fig. 3 Comparison of bit error probabilities for the channel response; $q_0=0.227$, $q_1=0.460$, $q_2=0.688$, $q_3=0.460$ and $q_4=0.227$: (a) the conventional DFE ($\Delta \dots M=4$ and $\blacktriangle \dots M=8$), (b) the proposed method ($\circ \dots M=D=4$ and $\bullet \dots M=D=8$), and (c) the maximum likelihood bit estimator ($\times \dots D=4$)

り、 Δ 印はシミュレーション値を示す。点線および実線はそれぞれ、本論文で求めた $D=N=4$ の場合の(28)式および(34)式の下界である。この伝送路では、(29)式の万件は必ずしも成立しているわけではないが、高 SN 比では充分(34)式は(28)式の代用になりうることを示されている。 $D=4$ の場合の本手法によるシミュレーション値 ($\circ$ 印)と、最尤ビット推定値 ($\bullet$ 印)

Fig. 4 Bit error probability in the space of the number of the feedforward filter (M) and the level of the multilayers (D) with SNR 17 dB for the same channel as Fig. 3

印; $D=4$) のそれとを比較しても明らかなように, 本手法は近似を導入して簡潔な構造であるにもかかわらず最尤ビット推定とほぼ同等の性能をもつことが理論解析およびシミュレーションにより明らかにされた。

つぎに歪みの大きな伝送路 ($q_0=0.227$, $q_1=0.460$, $q_2=0.688$, $q_3=0.460$, $q_4=0.227$) に対しての比較を行ったものが, Fig. 3 である。いずれもシミュレーション値を示している。また, 前置フィルタを付加して各等化器が構成されている。図から明らかなように, 従来の DFE よりも格段に誤り率が改善されていることがわかる。また, 従来の DFE では, 前置フィルタのタップ数 M を 4 から 8 に増加させても誤り率をそれ以上改善できないのに対して, 本手法では多重化のレベル D , および前置フィルタのタップ数 M の両者を増加させることにより著しく誤り率を向上させることができる。また, 同じ $D=4$ (○印) に対する最尤ビット推定 (×印) と比較してもほとんど劣化していないことがわかる。Fig. 3 をより詳しく示したものが Fig. 4 であり, 図から明らかなように, ある程度の前置フィルタの次数 M を確保しておけば, 多重化のレベル D ($D=0$ は従来の DFE に対応) をふやすことによる改善度はきわめて大きく, この論文で示した多重化構造のメリットが明らかにされている。

5. む す び

最尤ビット推定に判定帰還の考え方を導入することにより, 複雑な計算をまったく必要としないきわめて簡略化された新しい検出手法を提案した。得られた等化器は構造的には従来の DFD を大幅に拡張し, 多重化したものになっており, 多重化のレベル数および前置フィルタのタップ数をふやすことにより, 歪みの大きな伝送路に対しても最尤ビット推定にきわめて近い

誤り特性をもつことが明らかにされた。また, 誤り率の下界および上界の計算法を示し, 高 SN 比の場合には本手法はほぼ最尤ビット推定と同等であることを明らかにした。従来の DFE が提案されて以来, 本質的な構造の改善はまったくなかったわけであるが, 本手法は簡潔な構造にもかかわらず, 最尤ビット推定とのギャップを完全に埋めるものとして期待できる。最後に御協力いただいた慶応義塾大学大学院生 山崎準一君 (現, 富士通研) に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) K. Abend and B.D. Fritchman: Statistical Detection for Communication Channels with Intersymbol Interference, Proc. IEEE **58**, 779/785 (1970)
- 2) B.D. Fritchman, L.N. Kanai and J.D. Womer: Optimum Sequential Detector Performance on Intersymbol Interference Channels, IEEE Trans. Commun., **COM-22**, 788/796 (1974)
- 3) G.D. Forney: Maximum Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in The Presence of Intersymbol Interference, IEEE Trans. Inform. Theory, **IT-18**, 363/378 (1972)
- 4) G. Ungerboeck: Adaptive Maximum Likelihood Receiver for Carrier-Modulated Data Transmission Systems, IEEE Trans. Commun., **COM-22**, 624/636 (1974)
- 5) S. U. H. Qureshi and E. E. Newhall: An Adaptive Receiver for Data Trans-Mission over Time-Dispersive Channels, IEEE Trans. Inform. Theory, **IT-19**, 448/457 (1973)
- 6) W. U. Lee and F. S. Hill: A Maximum Likelihood Sequence Estimator With Decision Feedback Equalization, IEEE Trans. Commun., **COM-25**, 971/979 (1977)
- 7) D. A. George, R. R. Brown and J. R. Storey: An Adaptive Decision Feedback Equalizer, IEEE Trans. Commun., **COM-19**, 281/293 (1971)
- 8) P. Mosen: Feedback Equalization for Fading Dispersive Channels, IEEE Trans. Inform. Theory, **IT-17**, 56/64 (1971)
- 9) D. L. Duttweiler, J. E. Mazo and D. G. Messerschmitt: An Upper Bound on The Probability of Error in Decision Feedback Equalization, IEEE Trans. Inform. Theory, **IT-20**, 490/497 (1974)
- 10) A. P. Clark: Advanced Data Transmission Systems, Pentech Press (1977)
- 11) 佐野, 秋本, 山崎: 一般化された DFE の構成とその特性, 計測自動制御学会論文集, **17-6**, 650/656 (1981)
- 12) R. D. Gitlin and E. Y. Ho: A Null-Zone Decision Feedback Equalizer Incorporating Maximum Likelihood bit estimation, IEEE Trans. Commun., **COM-23**, 1243/1250 (1975)
- 13) H. L. van Trees: Detection, Estimation and Modulation Theory, pt. I, (1968)
- 14) 佐野, 山崎: 最尤符号推定を近似的に実行する適応的符号検出器, 電子通信学会論文誌, **65-A** (1982) 掲載予定