あいまい有限状態システムによる多目的システムの の 発 見 的 構 成

天 笠 美知夫*・田 崎 栄一郎**

Heuristic Structure Synthesis in a Class of Multi-Objective Systems Using Fuzzy Finite State System

Michio AMAGASA* and Eiichiro TAZAKI**

The development of theoretical approach to a large-scale, complex and multi-objective system synthesis is drawing increasing interest in various fields of engineering and other areas. In this paper, the synthesis problem of a class of multi-objective systems is formulated as a fuzzy scalar problem introducing a concept of degrees of satisfaction.

For the problem, a method of obtaining an optimal candidate empirically is given on the basis of the fuzzy finite state system, by which a heuristic synthesis method for the multi-objective system is proposed.

An example is illustrated to show how the proposed method works.

1. ま え が き

システム最適化は、操作変数、設計変数のみならずサブシステムの結合すなわちその構成の仕方によって大きく変化することはいうまでもない。この問題はこれまで組合せ問題として多く取り扱われてきたが、近時サブシステム間の結合関係を示す構造変数の導入により数理計画問題として解くことが可能となった¹⁾。しかしながら、システムの規模が増大するに従い、計算量が急速に増加し、数値計算上実行不可能になる恐れを含んでいる。一方、実際問題としてシステムの最適構成を考えると、一般にそこには、システム固有の性質に基づく制約が存在する。したがって、これらの要因および過去の経験、知識をシステム構造の決定

に際し反映することができるならば大規模、複雑なシステムに対しても効率よくより実際に即したシステム構成を得ることが可能となろう。これを実現するための一解法として、筆者などはあいまいオートマトンに基づく発見的システム構成法を提案している²⁾。しかし、そこでの解法を含めてこれまで発表された構成法においては、いずれも評価関数が単一である場合に限定されている。一方、社会システムをはじめとし、多くの大規模、複雑でかつ多目的システムの構成問題が増加しつつある。これらの問題を解決する手法としては、多目的計画法^{3),4)}の適用が考えられるが、システムの規模が増大、複雑になるにつれて単一目的における場合をはるかにしのぐ程度で計算量が急速に増加する。これに対して、前報⁵⁾においては多目的システム構成問題を解くためのそのファーストステップとして多目的ネットワークシステム構成問題を取り上げ、システム構成を得るための発見的機構をあいまい有限状態システムにより定式化し、それに基づく多目的ネットワークシステムの構成法を提案している。

本論文ではこの結果をさらに拡張し、多目的評価関数、入力、出力および決定ベクトルを有するサブシステム群から構成される多目的システム構成問題を取り上げる。特に、サブシステム間の出力と入力の一一致の制約をパナルティ関数化することにより多目的評価規範の中へ一つの目的関数として導入しているのが特徴である。さらにここでは、多目的システム構成問題をファジィ・スカラー化問題として構成し、システム構造を発見的に求めるための機構をあいまい有限状態システムに基づいて定式化し⁵⁾、それに基づく多目的システムの発見的構成法を提案する。そのためにここでは評価関数をもとに選好を反映した形で満足度関数を導入し、さらに選好解を与えるための一つの規範を導入しているのが特徴である。

* 大東文化大学経済学部 東京都板橋区高島平 1-9-1

** 東京理科大学理工学部 野田市山崎東亀山 2641

* Faculty of Economics, Daitobunka University, Itabashi-ku, Tokyo

** Faculty of Science and Technology, Science University of Tokyo, Noda

(Received April 3, 1981)

(Revised July 23, 1981)

さらに，具体的な例題に適用することにより本手法の妥当性を検証する。

2. 構成法に対する数学的準備

ここでは，多目的システムに対する発見的構成法を提案する数学的準備として，あいまい理論における強 α カット，あいまい対応およびあいまいグラフ⁶⁾に関する諸定義を示し，それらに基づいたあいまい有限状態システムについて示す。

今， $X=\{x\}$ を任意の通常の集合とする。このとき要素 x のメンバーシップ関数 $hA(x)$ により特性づけられる集合 $\tilde{A}(x)$ をつぎのように示し，これを X のあいまい部分集合とする。

$$\tilde{A}(x)=\{x|hA(x)\} \quad (1)$$

ここで， $hA(x)$ は x の $\tilde{A}$ に属する度合を示すメンバーシップ関数である。

【定義 1】 (あいまい部分集合の強 α カット) “ $\tilde{A}$ の強 α カットは， $\{\tilde{A}_\alpha\} \alpha \in [0, 1) = \{x|hA(x) > \alpha\} \alpha \in [0, 1)$ で定義される。”

以後，簡略化のために $\alpha \in [0, 1)$ を省略する。

【定義 2】 (あいまい対応) “ $\tilde{F}: X \rightarrow \tilde{P}(Y)$ なるとき $\tilde{F}$ を X から Y へのあいまい対応と定義する。ここで $\tilde{P}$ は Y のあいまい巾集合である。”

【定義 3】 (あいまい対応の合成) “ $\tilde{F}_1$ を X から Y へのあいまい対応， $\tilde{F}_2$ を Y から Z へのあいまい対応とすると，合成 $\tilde{F}_2 \circ \tilde{F}_1: X \rightarrow \tilde{P}(Z)$ は，

$$(\tilde{F}_2 \circ \tilde{F}_1)(x) = \bigcup_{y \in \tilde{F}_1(x)} \tilde{F}_2(y) \quad \text{で定義される。}”$$

【定義 4】 (あいまい対応のグラフ) “ $\tilde{F}$ を X から Y へのあいまい対応とするとき $\tilde{F}$ のグラフとは，

$$G(\tilde{F}) = \{(x, y) | x \in X, y \in \tilde{F}(x)\}$$

なる $X \times Y$ のあいまい部分集合である。”

つぎに，これらの諸定義に基づいたあいまい有限状態システムについて示す。

あいまい有限状態システムの根底システムである有限状態システム θ をつぎのように定義する。

$$\theta = (S, U, W, \Gamma, N_+) \quad (2)$$

ここで， S : 状態の空でない有限集合， $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ ， U : 制御入力 of 空でない有限集合， $U = \{u_1, u_2, \dots, u_M\}$ ， W : 外乱入力 of 空でない有限集合， $W = \{w_1, w_2, \dots, w_L\}$ ， Γ : 状態遷移関数， $\Gamma: S \times U \times W \rightarrow S$ ， N_+ : 非負整数の集合 (離散的時間を表わす)， $N_+ = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ である。

このとき，

$$\Gamma(s(n), u(n), w(n)) = s(n+1) \in S \quad (3)$$

が成り立つ。ここで， $s(n), u(n)$ および $w(n)$ はそれ

ぞれ時間 n における状態，制御入力および外乱である。

また， $P(S)$ を S のベキ集合とすると状態遷移関数 Γ を，

$$\Gamma: S \times U \times W \rightarrow P(S) \quad (4)$$

と拡張すれば，

$$\Gamma(s(n), u(n), W(n)) = S'(n+1) \subset P(S) \quad (5)$$

となる。ここで， $W(n)$: 時間 n での外乱の集合， $S'(n+1)$: 時間 $n+1$ での状態集合とする。

(4)，(5)式のもとにあいまい有限状態システムを構成する。

2.1 あいまい有限状態システム⁵⁾

あいまい有限状態システムを構成するためにつぎの仮定をする。

(i) システムは初期時間 $n=0$ においてあいまい初期状態 $\tilde{A}(0) \subset S$ にある。

(ii) システムには任意の時間 n において制御可能あいまい入力 $\tilde{B}(n) \subset U$ が与えられる。

(iii) システムには任意の時間 n において未知あいまい外乱 $\tilde{E}(n) \subset W$ が与えられる。

これより，あいまい有限状態システムにおける時間 $n+1$ でのあいまい状態集合 $\tilde{A}(n+1)$ を，

$$\tilde{A}(n+1) \triangleq \tilde{F}(\tilde{A}(n), \tilde{B}(n), \tilde{E}(n)) \quad (6)$$

で定義する。(5)式に対して強 α カットを適用すると

$$\begin{aligned} \tilde{A}(n+1)_\alpha = & \bigcup_{s(n) \in \tilde{A}(n)_\alpha} \bigcup_{u(n) \in \tilde{B}(n)_\alpha} \tilde{F}(s(n), \\ & u(n), \tilde{E}(n))_\alpha \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで， $\tilde{F}(s(n), u(n), \tilde{E}(n))$ (注1)は， $S \times U \times W$ から S へのあいまい対応として与えられる。

これより，

$$\tilde{A}(n+1) = \bigcup_{s(n) \in \tilde{A}(n)} \bigcup_{u(n) \in \tilde{B}(n)} \tilde{F}(s(n), u(n), \tilde{E}(n)) \quad (8)$$

となる⁶⁾。ここで， $G(\tilde{F}) = \{(s(n), u(n), s(n+1)) | (s(n),$

$$u(n)) \in S \times V, s(n+1) \in \tilde{F}(s(n), u(n), \tilde{E}(n))\} \quad (9)$$

とすると，

$$\begin{aligned} G(\tilde{F}) \circ \tilde{B}(n) \circ \tilde{A}(n) = & \bigcup_{s(n) \in \tilde{A}(n)} \bigcup_{u(n) \in \tilde{B}(n)} \tilde{F}(s(n), \\ & u(n), \tilde{E}(n)) \end{aligned} \quad (10)$$

となる。また，あいまい関係 $\tilde{R}(\tilde{E}(n)) \subset S \times U \times S$ を，

$$\begin{aligned} \tilde{R}(\tilde{E}(n)) = & \{(s(n), u(n), s(n+1)) | s(n) \in S, u(n) \in U, \\ & s(n+1) \in \tilde{F}(s(n), u(n), \tilde{E}(n))\} \end{aligned} \quad (11)$$

と定義し，これをつぎのように拡張する。

$$\begin{aligned} \tilde{R}(\tilde{E}(0), \dots, \tilde{E}(n)) = & \{(s(0), u(0) \dots u(n), s(n+1)) \\ & | s(0) \in S, u(0), \dots, u(n) \in U, \dots, U, s(n+1) \\ & \in \tilde{F}(s(0), u(0) \dots u(n), \tilde{E}(0) \dots \tilde{E}(n))\} \end{aligned} \quad (12)$$

(注 1) Γ は，構成アルゴリズムの中では遷移行列となっているが，これは各サブシステムの特性が変化しない限り一定である。

(7) 式は (10), (11) 式より

$$\tilde{A}(n+1) = (\tilde{R}(\tilde{E}(n)) \circ \tilde{B}(n)) \circ \tilde{A}(n) \quad (13)$$

となり, さらに (12) 式より (13) 式は,

$$\tilde{A}(n+1) = (\tilde{R}(\tilde{E}(n)) \circ \tilde{B}(n)) \circ (\tilde{R}(\tilde{E}(n-1)) \circ \tilde{B}(n-1)) \circ \dots \circ (\tilde{R}(\tilde{E}(0)) \circ \tilde{B}(0)) \circ \tilde{A}(0) \quad (14)$$

ここで, $\tilde{T}(\tilde{E}(n)) \triangleq \tilde{R}(\tilde{E}(n)) \circ \tilde{B}(n)$ と置くと

$$\tilde{A}(n+1) = (\tilde{T}(\tilde{E}(n)) \circ \tilde{T}(\tilde{E}(n-1)) \circ \dots \circ \tilde{T}(\tilde{E}(0))) \circ \tilde{A}(0) \quad (15)$$

となる. さらに, あいまい制御入力および未知あいまい外乱が定常, すなわち $\forall n \in N_+$ に対して $\tilde{B}(n) = \tilde{B}$, $\tilde{E}(n) = \tilde{E}$ と仮定すれば, (15) 式は,

$$\tilde{A}(n+1) = \tilde{T}(\tilde{E})^{n+1} \circ \tilde{A}(0) \quad (16)$$

となる.

これより通常の有限状態システムに対するあいまい表現が得られた. つぎにこれに基づく多目的システムの発見的構成について示す.

3. 多目的システムの発見的構成

多目的システムの構成問題をつぎのように設定する. “結合関係が確定していない $N+1$ 個のサブシステムからなるシステムにおいて, 与えられたベクトル値目的関数を最小にする入力サブシステム s_0 から出力サブシステム s_N へ至るシステム構成を求めよ.” (Fig. 1 参照) ここで, 各サブシステムはつぎのように与えられるものとする.

s_0 : 入力サブシステム

$J_0 = (0, 0, \dots, 0)$: 目的関数

$y_0 = x_0$: システム全体への入力 x_0 が入力サブシステム s_0 の出力 y_0 .

s_i ; $1 \leq i \leq N-1$: i 番目のサブシステム

$J_i(x_i, y_i, d_i) = (J_{i1}, \dots, J_{iM-1})$: i 番目のサブシステムの目的関数

$y_i = q_i(x_i, d_i)$: i 番目のサブシステムの出力方程式

$q_i(x_i, d_i) \leq 0$: i 番目のサブシステムの制約条件

s_N : 出力サブシステム

$J_N(x_N, y_N, d_N) = (J_{N1}, \dots, J_{NM-1})$: 出力サブシステムの目的関数

$y_N = q_N(x_N, d_N)$: 出力サブシステムの出力方程式

$q_N(x_N, d_N) \leq 0$: 出力サブシステムの制約条件

ここで x_i : サブシステム s_i の入力ベクトル, y_i : サブシステム s_i の出力ベクトル, d_i : サブシステム s_i

の操作ベクトルである.

さらに, 得られたシステム構成のベクトル値目的関数 J は, 各目的ごとにシステムを構成するサブシステムの目的関数の和で示される. システム構成を与えるサブシステムの連鎖を $s = (s_0, \dots, s_i, \dots, s_N)$ とすれば,

$$\begin{aligned} J(s) &= \left(\sum_{s_i \in s} J_{i1}(x_i, y_i, d_i), \dots, \sum_{s_i \in s} J_{iM-1}(x_i, y_i, d_i) \right) \\ &= (J_1(s), \dots, J_{M-1}(s)) \end{aligned} \quad (17)$$

で与えられる. したがって, 最適なシステム構成は,

$$J(s^*) = \min_{s^* \in \Sigma} J(s) \quad (18)$$

を満たすシステム構成 s^* となる. ここで, Σ はシステム構成を与えるサブシステムの連鎖の集合である.

一方, システム構成問題では, 得られたシステム構成 (サブシステムの連鎖) において, 結合しているサブシステム間に “出力と入力の一致” が前提となる. したがって, 結合されるサブシステム間の出力と入力についても考慮することが必要となる. そこでここでは制約条件 “出力と入力の一致” をペナルティ関数化することにより, 制約としてではなく本来の目的関数の集合の中に, 新たに目的関数 J_M として加え, (17) 式をつぎのように変更する.

$$J(s) = (J_1(s), \dots, J_{M-1}(s), J_M(s)) \quad (19)$$

つぎに各目的関数を基準化し, 各目的を比較可能にするために (19) 式で示したベクトル値目的関数に対し満足度の概念を導入すると,

$$\begin{aligned} \Pi(J(s)) &= [\Pi^1(J_1(s)), \dots, \Pi^{M-1}(J_{M-1}(s)), \\ &\quad \Pi^M(J_M(s))] \end{aligned} \quad (20)$$

となる. ここで, $\Pi(J(s))$: ベクトル目的関数 $J(s)$ に関するベクトル満足度関数, $\Pi^i(J_i(s))$, ($i=1, \dots, M$): i 番目の目的に関する満足度関数である.

本問題では最小化問題を扱っているので, 満足度関数 $\Pi^i(J_i(s))$, ($i=1, \dots, M$) は意志決定者の恣意性を反映した形で強意の単調減少関数で与えられるものとする. これより先に設定した問題はつぎのように変形される. “結合関係が確定していないサブシステムからなるシステムにおいて, ベクトル値目的関数 (19) 式に対する満足度関数ベクトル (20) 式を最大にするシステム構成を求めよ.”

本問題を解くために, 多目的計画問題における通常のスカラ化手法によるベクトル目的関数最小化問題に対応して, 全システム評価関数 $J(s)$ に対する満足度関数をつぎのように設定する⁴⁾.

$$\Pi(J(s)) = \bigvee_{i=1}^M [\tilde{W}_i \wedge \tilde{H}^i(J_i(s))] \quad (21)$$

Fig. 1 Multi-objective system synthesis problem

ここで, $\tilde{W}_i$: “重要視される目的” というあいまい集合に目的が属する度合, $\tilde{J}^i(J_i(\mathbf{s}))$: 目的関数 J_i の最適値を与えるシステム構成 $\mathbf{s}^*$ に対して $\mathbf{s}$ がどの程度満足するかを与える指数すなわち満足度である. また, $0 \leq \tilde{W}_i \leq 1, \tilde{J}^i: J_i \rightarrow [0, 1]$ で与えられる.

これにより意志決定者の選好解を得ることができる. 以上のように設定された構成問題に対して, 2章で示したあいまい有限状態システムとつぎのように対応づけることができる.

状態 S : サブシステムの集合, 制御入力 U : 構造を決定するときに考慮する目的の集合, あいまい制御入力 $\tilde{B}$: 各目的に対する重視の度合の集合, 未知あいまい外乱 $\tilde{E}$: 各目的に対し各サブシステム間の結合をあいまい化させる要因の集合, あいまい対応 $\tilde{F}(s_i, u_k, \tilde{E})$: k 番目の目的 u_k についてのみ着目したとき, サブシステム s_i のつぎに結合されるサブシステムのあいまい集合であり, そのメンバーシップ関数値は s_i と各サブシステムが結合される度合を示す. あいまい関係 $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E})$: 目的 u_k に関してサブシステム s_i からサブシステム s_j への遷移の度合を示す. また,

$$\begin{aligned} \tilde{R}(\tilde{E}) &= \tilde{R}_{u_p}(\tilde{E}) \circ \tilde{B} \\ &= \left[\bigvee_{p=1}^M [[a_{ij}^{u_p}] \wedge \tilde{b}_{u_p}] \right] \\ &\triangleq [a_{ij}], \quad i, j=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (22)$$

ここで, $\tilde{R}_{u_p}(\tilde{E}) = [a_{ij}^{u_p}]$, $\tilde{B} = (\tilde{b}_{u_1}, \tilde{b}_{u_2}, \dots, \tilde{b}_{u_M})$. このとき, (22)式は, 各目的に関するあいまい関係 $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E})$ が各目的に対する重視の度合を示すあいまい集合 $\tilde{B}$ に基づいて統合されたあいまい関係を示す. (22)式における $a_{ij}^{u_p}$ は目的 u_p に着目したとき, サブシステム s_i と s_j の結合の度合を示す. さらに $\tilde{R}(\tilde{E})$ の要素 a_{ij} は各目的に関する結合行列を各重視度に基づいて統合することにより得られた要素であり, サブシステム s_i と s_j の結合度合を示す.

つぎにサブシステム間の結合法について示す.

3.1 サブシステム間の結合

今, 得られたシステム構成を $\mathbf{s}$ とする. このとき各サブシステムが $\mathbf{s}$ に属する度合を示すメンバーシップ関数によって特徴づけられるあいまい集合 $\tilde{A}^* = (h\tilde{A}^*(s_1), h\tilde{A}^*(s_2), \dots, h\tilde{A}^*(s_N))$ を (22)式に対する最大固有あいまい集合⁷⁾として定義する. すなわち, $\tilde{A}^*$ はあいまい有限状態システムにおける時間 $n+1$ での状態 $\tilde{A}(n+1)$ であり, $\tilde{A}(n+1) = \tilde{R}(\tilde{E}) \circ \tilde{A}(n)$ において $\tilde{A}(n+1) = \tilde{A}(n)$ が満たされたときに得られるあいまい集合である. ここで, $\tilde{A}(n)$ は, 各サブシステムが n 時において $\mathbf{s}$ に属する度合を示すものである. また, $n=0$ における初期状態集合 $\tilde{A}(0) = (h\tilde{A}(0)(s_1), h\tilde{A}(0)(s_2),$

$\dots, h\tilde{A}(0)(s_N))$ は, $\tilde{R}(\tilde{E})$ において, 各サブシステムにおける最大のメンバーシップでつぎのように与えられるものとする.

$$h\tilde{A}(0)(s_j) = \bigvee_{i=1}^N a_{ij}, \quad j=0, 1, \dots, N \quad (23)$$

さらに, $\tilde{A}^*$ に基づいたサブシステム間の結合関係を決定するための発見的規範として, つぎの規範1, 2を設定する.

規範1: “サブシステム s_i と $\bigvee_i [h\tilde{A}^*(s_i) \wedge a_{ij}]$ を満足する s_i を結合せよ.”

規範2: “サブシステム s_j と $\bigvee_i [h\tilde{A}^*(s_i) \vee a_{ij}]$ を満足する s_j を結合せよ.”

ここで, 規範2は規範1によりつぎに結合すべきサブシステムを一意的に決定できない場合に採用されるものである. つぎに, あいまい関係およびあいまい制御入力の設定法について示す.

3.2 あいまい関係の設定

任意の目的 $u_k, 1 \leq k \leq M$ (k : 整数) に対する各サブシステム間の結合の度合を示すあいまい関係 $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E})$ の集合があいまい関係 $\tilde{R}(\tilde{E})$ である. そこで, いま任意の目的 u_k について示すこととし, 目的 u_k に関するあいまい関係 $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E})$ を

$$\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E}) = [a_{ij}^k], \quad i, j=0, 1, \dots, N \quad (24)$$

で表わす. ここで, a_{ij}^k は目的 u_k に着目したときのサブシステム s_i と s_j の結合の度合を示すものである. また, a_{ij}^k は, サブシステムがもつ特性の中で目的 u_k に関するサブシステム s_i と s_j との特性をそれぞれ f_i^k, f_j^k で表わすとき,

$$a_{ij}^k = \phi^k(f_i^k, f_j^k), \quad 0 \leq a_{ij}^k \leq 1 \quad (25)$$

で示される強意の単調減少関数で与える.

ここで, 本来の目的 u^k に関するあいまい関係は, 目的関数値を特性として, それに基づいてつぎのように設定される. すなわち, サブシステム $s_i, 0 \leq i \leq N$, (i : 整数) に入力ベクトル $\hat{x}_i$ が与えられたとき,

$$\begin{aligned} J_i(\hat{x}_i, \mathbf{y}_i^*(\hat{x}_i), \mathbf{d}_i^*(\hat{x}_i)) \\ = \min_{\substack{\mathbf{d}_i \in D_i(\hat{x}_i), \mathbf{y}_i \in Y_i(\hat{x}_i)}} J_i(\hat{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{d}_i) \end{aligned} \quad (26)$$

により得られた $(\hat{x}_i, \mathbf{y}_i^*(\hat{x}_i), \mathbf{d}_i^*(\hat{x}_i))$ に基づいて目的 u^k に関する特性 f_i^k を,

$$f_i^k = J_i^k(\hat{x}_i, \mathbf{y}_i^*(\hat{x}_i), \mathbf{d}_i^*(\hat{x}_i)) \quad (27)$$

で示す. このとき, 目的 u_k に関するあいまい関係 $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E})$ は, $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E}) = [a_{ij}^k], 0 \leq i, j \leq N, 1 \leq k \leq M-1$, (i, j, k : 整数)

(i) $1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq N, i \neq j$ に対して,

$$a_{ij}^k = \phi_1^k(f_i^k, f_j^k) \quad (28)$$

(ii) $i=0, 1 \leq i \leq N$ に対して,

$$a_{ij}^k = \phi_2^k(f_j^{*k}) \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & i=j, 1 \leq i \leq N-1 \text{ または, } 1 \leq i \leq N, j=0 \\ & \text{または, } i=N, 1 \leq j \leq N-1 \text{ に対して } a_{ij}^k=0. \end{aligned} \quad (30)$$

$$\text{(iv)} \quad i=j, i=0, N \text{ に対して, } a_{ij}^k=1 \quad (31)$$

で与えられる。ここで、 ϕ_1^* および ϕ_2^* はそれぞれ強意の単調減少関数で与えられるものとする。

つぎに、目的“出力と入力的一致”に関するあいまい関係 $R_{uM}(\tilde{E})$ について示す。この目的に関する各サブシステムの特性は入力および出力でありつぎのように与えられる。

$$\text{(i)} \quad i=0, f_0^M = \mathbf{y}_0 \quad (32)$$

$$\text{(ii)} \quad 1 \leq i \leq N, f_i^M = \hat{\mathbf{x}}_i \text{ または, } \mathbf{y}_i^*(\hat{\mathbf{x}}_i) \quad (33)$$

これより、“出力と入力的一致”に関するあいまい関係 $\tilde{R}_{uM}(\tilde{E})$ はつぎのように与えられる。

$$\tilde{R}_{uM}(\tilde{E}) = [a_{ij}^M], 0 \leq i, j \leq N$$

$$\text{(i)} \quad 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq N, i \neq j \text{ に対して, } a_{ij}^M = \phi^M(\mathbf{y}_i^*(\hat{\mathbf{x}}_i), \hat{\mathbf{x}}_j) \quad (34)$$

$$\text{(ii)} \quad i=0, 1 \leq j \leq N \text{ に対して, } a_{ij}^M = \phi^M(\mathbf{y}_0, \hat{\mathbf{x}}_j) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & i=j, 1 \leq i \leq N-1 \text{ または, } 1 \leq i \leq N, j=0 \\ & \text{または, } i=N, 1 \leq j \leq N-1 \text{ に対して, } a_{ij}^M=0 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\text{(iv)} \quad i=j, i=0, N \text{ に対して, } a_{ij}^M=1 \quad (37)$$

3.3 あいまい制御入力の設定

あいまい制御入力 $\hat{B}$ は各目的に対する重視の度合を示すものである。あいまい初期制御入力 $\hat{B}_{\langle 1 \rangle}$ は各目的の重視の度合に関する過去の経験、知識およびシステム固有の性質などに基づいて設定される。さらにそれが完全なものであり、意味づけが十分である場合には、この制御入力は修正される必要はない。しかし、それらの情報がなければ任意に $\hat{B}_{\langle 1 \rangle}$ を設定し、それを逐次修正する必要がある。ここで、 $\langle \rangle$ 内の数字は試行回数を示すものとする。

3.4 あいまい制御入力の修正

l 回目の試行で求められたシステム構成を $\mathbf{s}_{\langle l \rangle}$ とする。このとき、 $\mathbf{s}_{\langle l \rangle}$ に対するベクトル目的関数値は、

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\langle l \rangle} &= \mathbf{J}(\mathbf{s}_{\langle l \rangle}) \\ &= [J_1(\mathbf{s}_{\langle l \rangle}), \dots, J_M(\mathbf{s}_{\langle l \rangle})] \\ &\triangleq [J_{1\langle l \rangle}, \dots, J_{M\langle l \rangle}] \end{aligned} \quad (38)$$

で与えられ、 $\mathbf{J}_{\langle l \rangle}$ に対するベクトル満足度関数値は、

$$\begin{aligned} \Pi_{\langle l \rangle} &= \Pi(\mathbf{J}_{\langle l \rangle}) \\ &= [\Pi^1(J_{1\langle l \rangle}), \dots, \Pi^M(J_{M\langle l \rangle})] \\ &= [\Pi^1_{\langle l \rangle}, \dots, \Pi^M_{\langle l \rangle}] \end{aligned} \quad (39)$$

で示されるものとする。

(39)式における $\Pi^j_{\langle l \rangle}$ は、システム構成 $\mathbf{s}_{\langle l \rangle}$ における j 番目の目的 u_j の達成度を示すものであり、ベクトル目的関数値を改善するために達成度の最小の目的への重視度を、その目的の達成度より大きい目的への重視度より相対的に高く修正する一種の最小成分最大化を行う。すなわち、 $l+1$ 回目の試行でのあいまい制御入力 $\hat{B}_{\langle l+1 \rangle}$ のメンバーシップ関数を、

$$h_{B_{\langle l+1 \rangle}}(u_k) = \rho(\Pi^k_{\langle l \rangle}) \quad (40)$$

とする。ここで、 ρ は各目的の達成度(満足度)からその不満足度を求める強意の単調減少関数であり、つぎの試行における重視度として与えられるものである。

これらに基づいて多目的システム構成問題に対する構成アルゴリズムをつぎのように提案する。

3.5 構成アルゴリズム

Step 1: 入力サブシステム s_0 から出力 $\mathbf{y}_0$ を設定する。各サブシステム $s_i, 1 \leq i \leq N$ に対して任意の許容入力 $\hat{\mathbf{x}}_i$ を設定する。

Step 2: Step 1 で与えられた $\hat{\mathbf{x}}_i$ に基づいて、各サブシステム $s_i, 1 \leq i \leq N$ において多目的最適化を行う。そのとき得られた目的関数値を f_i^{*k} とし出力を $\mathbf{y}_i^*(\hat{\mathbf{x}}_i)$ とする。

Step 3: 各サブシステム $s_i, 1 \leq i \leq N$ における $\mathbf{y}_0, \hat{\mathbf{x}}_i, \mathbf{y}_i^*(\hat{\mathbf{x}}_i), f_i^{*k}$ に基づいて目的 $u^k, 1 \leq k \leq M$ (k : 整数) に関するあいまい関係 $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E})$ を設定する。

Step 4: 各目的に対する重視の度合を表わすあいまい初期制御入力 $\hat{B}_{\langle 1 \rangle}$ を設定する。さらに、 $\hat{B}_{\langle m \rangle} = \hat{B}_{\langle 1 \rangle}$ とする。ここで $\langle m \rangle$ は m 回目の試行を示す。

Step 5: Step 4 で与えられたあいまい制御入力 $\hat{B}_{\langle m \rangle}$ に基づいて Step 3 で設定した各目的 $u_k, 1 \leq k \leq M$ に関するあいまい関係 $\tilde{R}_{u_k}(\tilde{E})$ を統合する。 $\tilde{R}_{\langle m \rangle} = \tilde{R}(\tilde{E}) \circ \hat{B}_{\langle m \rangle}$

Step 6: $\tilde{R}_{\langle m \rangle}$ に対する最大固有あいまい集合 $\tilde{A}^*_{\langle m \rangle}$ を求める。

Step 7: $\tilde{A}^*_{\langle m \rangle}$ と $\tilde{R}_{\langle m \rangle}$ に対し発見的規範 1, 2 を適用し、システム構成 $\mathbf{s}^*_{\langle m \rangle}$ を求める。

Step 8: $\mathbf{s}^*_{\langle m \rangle}$ に対するベクトル目的関数値 $\mathbf{J}(\mathbf{s}^*_{\langle m \rangle})$ を求め、それに対する満足度 $\Pi(\mathbf{J}(\mathbf{s}^*_{\langle m \rangle}))$ を求める。さらにこれに基づいて $\mathbf{s}^*_{\langle m \rangle}$ に対する不満足度を求め、それを試行回数 $m+1$ におけるあいまい制御入力 $\hat{B}_{\langle m+1 \rangle}$ とする。

Step 9: m 回目の試行におけるベクトル満足度関数値 $\Pi(\mathbf{J}(\mathbf{s}^*_{\langle m+1 \rangle}))$ における最小成分の値 $\beta_{\langle m \rangle} = \min_{1 \leq k \leq M} (\Pi^k(\mathbf{s}^*_{\langle m+1 \rangle}))$ を求める。 $\beta_{\langle m \rangle} > \beta_{\langle m-1 \rangle}$ ならば $\langle m \rangle \leftarrow \langle m+1 \rangle$ として Step 5 へ行く。 $\beta_{\langle m \rangle} \leq \beta_{\langle m-1 \rangle}$ ならば反復を終了し、 $\langle m-1 \rangle$ において得られた構造 $\mathbf{s}^*_{\langle m-1 \rangle}$ が最適システム構成に対する有力候補として

得られる。

なお、本アルゴリズムは、システムを構成するサブシステムの数が有限であり、かつ満足解が得られれば反復を終了するという条件からも明かなように有限回で収束する。

つぎに、ここで提案したアルゴリズムを具体的な例題に適用することによりその妥当性を検証する。

4. 具体的な例題

ここでは、結合関係が確定していない多目的システムを構成する3目的サブシステムをつぎのように設定する。(Fig. 2 参照)

s_0 : 入力サブシステム

$$\mathbf{J}_0 = [0, 0, 0], \quad y_0: s_0 \text{ からの出力} \quad (41)$$

$s_i, i=1, \dots, 4$: サブシステム

s_N : 出力サブシステム

$$\mathbf{J}_i = [J_{i1}, J_{i2}, J_{i3}] \quad (42)$$

$$\begin{aligned} J_{ik} &= J_{ik}(x_i, \mathbf{d}_i) \\ &= \alpha_{i1}^k x_i + \alpha_{i2}^k d_{i1} + \alpha_{i3}^k d_{i2} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} y_i &= q_i(x_i, \mathbf{d}_i) \\ &= \beta_{i1} x_i + \beta_{i2} d_{i1} + \beta_{i3} d_{i2} \end{aligned} \quad (44)$$

$$f_i(x_i, \mathbf{d}_i) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, 4, N \quad (45)$$

具体的には、つぎのように設定する。

$$S_0: \mathbf{J}_0 = [0, 0, 0] \quad y_0 = x_0 \quad x_0 = 4 \quad (46)$$

$$\begin{aligned} S_1: \mathbf{J}_1 &= [J_{11}, J_{12}, J_{13}] \\ J_{11} &= x_1 + d_{11} + 0.8 d_{12} \\ J_{12} &= x_1 - 0.5 d_{11} + 0.5 d_{12} \\ J_{13} &= 0.5 x_1 - d_{11} - 0.5 d_{12} \\ y_1 &= 2x_1 - d_{11} + 0.5 d_{12} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} S_2: \mathbf{J}_2 &= [J_{21}, J_{22}, J_{23}] \\ J_{21} &= 2x_2 + 0.5 d_{21} + d_{22} \\ J_{22} &= 0.5 x_2 + 2d_{21} - 0.5 d_{22} \\ J_{23} &= 2x_2 - 0.5 d_{21} + d_{22} \\ y_2 &= 0.5 x_2 + d_{21} + d_{22} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} S_3: \mathbf{J}_3 &= [J_{31}, J_{32}, J_{33}] \\ J_{31} &= 1.5 x_3 - 0.5 d_{31} + 0.5 d_{32} \\ J_{32} &= x_3 + 1.5 d_{31} - 0.5 d_{32} \\ J_{33} &= 0.75 x_3 + 1.5 d_{31} + d_{32} \\ y_3 &= x_3 + 2d_{31} - 0.5 d_{32} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} S_4: \mathbf{J}_4 &= [J_{41}, J_{42}, J_{43}] \\ J_{41} &= -0.5 x_4 + d_{41} - 0.5 d_{42} \\ J_{42} &= 0.5 x_4 - d_{41} + 0.5 d_{42} \\ J_{43} &= x_4 + 1.5 d_{41} + 0.5 d_{42} \\ y_4 &= x_4 - 0.5 d_{41} - 0.5 d_{42} \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} S_5: (s_N) \mathbf{J}_5 &= [J_{51}, J_{52}, J_{53}] \\ J_{51} &= 1.5 x_5, \quad J_{52} = 0.5 x_5 \\ J_{53} &= x_5, \quad y_5 = 1/2 x_5 \end{aligned} \quad (51)$$

Fig. 2 Illustrative example

$$2 \leq y_i \leq 7, \quad 1 \leq d_{i1} \leq 3, \quad 1 \leq d_{i2} \leq 3,$$

$$3 \leq d_{i1} + d_{i2} \leq 5, \quad i=1, 2, \dots, 4$$

$$\mathbf{J} = [\sum_s \mathbf{J}_{i1}, \sum_s \mathbf{J}_{i2}, \sum_s \mathbf{J}_{i3}], \quad \min_s \mathbf{J}$$

以上のように設定した問題に対して、3章で提案した構成アルゴリズムを適用する。ここで、あいまい関係および満足度関数をそれぞれ目的関数、入力および出力に基づいてつぎのように設定する。

$$\tilde{R}_{uk}(\tilde{E}), \quad k=1, 2, 3, 4$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{u1}(\tilde{E}): a_{ij}^1 &= 1/\exp((f+2.0)/8.5) \\ \text{where } f &= (J_{i1} + J_{j1})/2 \\ a_{jj} &= 0, a_{j0} = 0, a_{5j} = 0 \\ i, j &= 0, 1, \dots, 5 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{u2}(\tilde{E}): a_{ij}^2 &= 1/\exp((f-1.0)/5.5) \\ \text{where } f &= (J_{i2} + J_{j2})/2 \\ a_{jj} &= 0, a_{j0} = 0, a_{5j} = 0 \\ i, j &= 0, 1, \dots, 5 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{u3}(\tilde{E}): a_{ij}^3 &= 1/\exp((f+2.5)/8.5) \\ \text{where } f &= (J_{i3} + J_{j3})/2 \\ a_{jj} &= 0, a_{j0} = 0, a_{5j} = 0 \\ i, j &= 0, 1, \dots, 5 \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{u4}(\tilde{E}): a_{ij}^4 &= 1/\exp((x_i - y_j)/2) \\ \text{where } a_{jj} &= 0, a_{j0} = 0, a_{5j} = 0 \\ i, j &= 0, 1, \dots, 5 \end{aligned} \quad (55)$$

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{s}) = [\Pi_1(\mathbf{s}), \Pi_2(\mathbf{s}), \Pi_3(\mathbf{s}), \Pi_4(\mathbf{s})]:$$

$$\Pi_1(\mathbf{s}) = 1/\exp\left(\sum_{i \in s} J_{i1} \middle/ \sum_{i=1}^5 J_{i1}\right) \quad (56)$$

$$\Pi_2(\mathbf{s}) = 1/\exp\left(\sum_{i \in s} J_{i2} \middle/ \sum_{i=1}^5 J_{i2}\right) \quad (57)$$

$$\Pi_3(\mathbf{s}) = 1/\exp\left(\sum_{i \in s} J_{i3} \middle/ \sum_{i=1}^5 J_{i3}\right) \quad (58)$$

$$\Pi_4(\mathbf{s}) = 1/\exp\left(\sum_{i \in s} J_{i4} \middle/ \sum_{i=1}^5 J_{i4}\right) \quad (59)$$

ここでは、最悪のシステム構成(注²)に対する全システムの評価関数を基準値としてとらえ満足度を求める。さらに次回の試行における重視度 $\rho(\mathbf{s}^*)$ を

$$\rho(\mathbf{s}^*) = 1 - \{\Pi^k(\mathbf{s}^*)\}^2, \quad k=1, 2, 3, 4 \quad (60)$$

で求める。

1° システム入力を $x_0=4$ とする。さらに各サブシス

テムに対する許容入力 $\hat{x}_i$, ($i=1, 2, \dots, 5$) を与える。なお、ここでは各目的関数および各制約条件はいずれも線形で与えられているので x_i の係数に着目し $\hat{x}$ をつぎのように設定する。

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{i1}^1 \geq 0, \alpha_{i1}^2 \geq 0 \text{ ならば } \hat{x}_i = x_{i \min} = \min x_i \\ \alpha_{i1}^1 < 0, \alpha_{i1}^2 \leq 0 \text{ ならば } \hat{x}_i = x_{i \max} = \max x_i \end{array} \right\} \quad (61)$$

$$\alpha_{i1}^1 \geq 0, \alpha_{i1}^2 < 0 \text{ または } \alpha_{i1}^1 < 0, \alpha_{i1}^2 \geq 0 \text{ ならば} \\ \hat{x}_i = (x_{i \min} + x_{i \max})/2$$

具体的には、

$$(\hat{x}_0, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4, \hat{x}_5) = (4.0, 2.0, 2.0, 2.0, 3.0, 2.0)$$

を与える。

2° 1° で与えた $\hat{x}$ のもとで各サブシステムごとにつぎのように最適化を行う。

今、各サブシステム s_i , $i=1, 2, \dots, 5$ においてつぎの定義を行う。 $k=1, 2$ に対して

$$J_{ik}^* = \min_{\mathbf{d}_i \in D_i(\hat{x}_i)} J_{ik}(\hat{x}_i, \mathbf{d}_i) \quad (62)$$

を満たす操作ベクトルを $\mathbf{d}_{i1}^{k*} = [d_{i1}^{k*}, d_{i2}^{k*}]$ で示し、 $k, k'=1, 2$ ($k \neq k'$) に対し、

$$J'_{ik} = J_{ik}(\hat{x}_i, \mathbf{d}_{i1}^{k*}) \quad (63)$$

とする。各目的関数において、その最小値と最大値をそれぞれ、

$$J_{ik}^{\min} = \min_{1 \leq i \leq 5} J_{ik}^* \quad (64)$$

$$J_{ik}^{\max} = \max_{1 \leq i \leq 5} J'_{ik}, \quad k=1, 2 \quad (65)$$

とする。

さらに、各サブシステムにおける任意の端点 $\mathbf{d}_i$ の評価を目的 u_k に関してつぎのように行う。

$$\mu^k(\mathbf{d}_i) = \frac{J_{ik}^{\max} - J_{ik}(\hat{x}_i, \mathbf{d}_i)}{J_{ik}^{\max} - J_{ik}^{\min}} \quad (66)$$

ここで、 $\mu^k(\mathbf{d}_{i1}^{k*}) \geq \mu^k(\mathbf{d}_{ik}^{k*})$ となることは明らかである。

したがって、各目的関数に関する最適な端点 $\mathbf{d}_{ik}^{k*}$, $\mathbf{d}_{ik}^{k*}$ において、 $\mu^{k'}(\mathbf{d}_{i1}^{k*}) > \mu^k(\mathbf{d}_{ik}^{k*})$ ならば $\mathbf{d}_{i1}^{k*} = \mathbf{d}_{ik}^{k*}$, $\mu^h(\mathbf{d}_{i1}^{k*}) = \mu^{k'}(\mathbf{d}_{i1}^{k*})$ のとき $\mu^k(\mathbf{d}_{i1}^{k*}) > \mu^{k'}(\mathbf{d}_{i1}^{k*})$

Table 1 Result of the local optimization

	X_i	Y_i	D_i	(J_1, J_2, J_3)
S_0	4.0	4.0	(0.0, 0.0)	(0.0, 0.0, 0.0)
S_1	2.0	1.5	(3.0, 1.0)	(5.8, 1.0, -2.5)
S_2	2.0	5.0	(3.0, 1.0)	(6.5, 6.5, 3.5)
S_3	2.0	2.5	(1.0, 3.0)	(4.0, 2.0, 6.0)
S_4	3.0	1.0	(1.0, 3.0)	(-2.0, 2.0, 6.0)
S_N	2.0	2.0	(0.0, 0.0)	(3.0, 1.0, 2.0)

(注 2) 実際に最悪の評価関数を与えるシステム構成が事前に求められない場合にはこれに準ずる構成によって与えられる評価関数を基準値とすればよい。

ならば $\mathbf{d}_{i1}^{k*} = \mathbf{d}_{ik}^{k*}$ 。

によってサブシステム s_i , ($i=1, 2, \dots, 5$) における最適な端点 $\mathbf{d}_{i1}^{k*} = \mathbf{d}_{i1}^{k*}(\hat{x}_i)$ を求める。

これより Table 1 に示す結果が得られた。

3° 2° で得られた結果、(52)~(54)式および(55)式に基づいてあいまい関係 $\tilde{R}_{u_i}$, ($i=1, 2, 3, 4$) を設定する。

$$\begin{array}{c} \tilde{R}_{u_1} = s_0 \\ \begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{array} \end{array} \begin{bmatrix} 0.000 & 0.562 & 0.539 & 0.625 & 0.889 & 0.662 \\ 0.000 & 0.000 & 0.383 & 0.444 & 0.632 & 0.471 \\ 0.000 & 0.383 & 0.000 & 0.426 & 0.607 & 0.643 \\ 0.000 & 0.444 & 0.426 & 0.000 & 0.703 & 0.524 \\ 0.000 & 0.632 & 0.607 & 0.703 & 0.000 & 0.745 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\begin{array}{c} \tilde{R}_{u_2} = s_0 \\ \begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{array} \end{array} \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.664 & 1.000 & 1.000 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.441 & 0.913 & 0.913 & 1.000 \\ 0.000 & 0.441 & 0.000 & 0.554 & 0.554 & 0.607 \\ 0.000 & 0.913 & 0.554 & 0.000 & 0.834 & 0.913 \\ 0.000 & 0.913 & 0.554 & 0.834 & 0.000 & 0.913 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$\begin{array}{c} \tilde{R}_{u_3} = s_0 \\ \begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{array} \end{array} \begin{bmatrix} 0.000 & 0.863 & 0.014 & 0.524 & 0.524 & 0.662 \\ 0.000 & 0.000 & 0.703 & 0.607 & 0.607 & 0.724 \\ 0.000 & 0.703 & 0.000 & 0.426 & 0.426 & 0.539 \\ 0.000 & 0.607 & 0.426 & 0.000 & 0.368 & 0.465 \\ 0.000 & 0.607 & 0.426 & 0.368 & 0.000 & 0.465 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$\begin{array}{c} \tilde{R}_{u_4} = s_0 \\ \begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{array} \end{array} \begin{bmatrix} 0.000 & 0.368 & 0.368 & 0.368 & 0.607 & 0.368 \\ 0.000 & 0.000 & 0.779 & 0.779 & 0.472 & 0.779 \\ 0.000 & 0.223 & 0.000 & 0.223 & 0.368 & 0.223 \\ 0.000 & 0.779 & 0.779 & 0.000 & 0.779 & 0.779 \\ 0.000 & 0.607 & 0.607 & 0.607 & 0.000 & 0.607 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \quad (70)$$

4° $m=1$ とし、重視度 $\tilde{B}_{\langle m \rangle}$ を与える。

$$\tilde{B}_{\langle m \rangle} = (1.00, 1.00, 1.00, 1.00) \quad (71)$$

5° $\tilde{R}_{u_i}$, $i=1, 2, 3, 4$ を統合し、 $\tilde{R}_{\langle m \rangle}$ を求める。

Fig. 3 Result of example (at trial 1)

Fig. 4 Result of example (at trial 2)

$$\tilde{R}_{\langle m \rangle} = \begin{matrix} & s_0 & s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ \begin{matrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.664 & 1.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.779 & 0.913 & 0.913 & 1.000 \\ 0.000 & 0.223 & 0.000 & 0.554 & 0.607 & 0.634 \\ 0.000 & 0.779 & 0.779 & 0.000 & 0.834 & 0.913 \\ 0.000 & 0.607 & 0.607 & 0.834 & 0.000 & 0.913 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (72)$$

6° 最大固有あいまい集合 $\tilde{A}^*_{\langle m \rangle}$ を求める.

$$\tilde{A}^*_{\langle m \rangle} = (1.00, 1.00, 0.779, 1.00, 1.00, 1.00) \quad (73)$$

7° 選好解を求める. (Fig. 3 参照) さらに, これに対して (56) ~ (59) 式および (60) 式に基づいて満足度およびつぎの試行 $m+1$ での重視度 $\tilde{B}_{\langle m+1 \rangle}$ を求める.

$$\text{満足度: } \boldsymbol{\Pi}_{\langle m \rangle} = (0.601, 0.852, 1.000, 0.735),$$

$$\beta_{\langle m \rangle} = 0.735,$$

$$\text{不満足度: } (0.639, 0.274, 0.000, 0.460)$$

$m+1$ での重視度:

$$\tilde{B}_{\langle m+1 \rangle} = (1.000, 0.429, 0.000, 0.720)$$

8° $\tilde{R}_{ui}, i=1, 2, 3, 4$ を $\tilde{B}_{\langle m+1 \rangle}$ に基づいて統合し $\tilde{R}_{\langle m+1 \rangle}$ を求める.

$$\tilde{R}_{\langle m+1 \rangle} = \begin{matrix} & s_0 & s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ \begin{matrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.000 & 0.562 & 0.539 & 0.625 & 0.889 & 0.662 \\ 0.000 & 0.000 & 0.720 & 0.720 & 0.632 & 0.720 \\ 0.000 & 0.429 & 0.000 & 0.429 & 0.607 & 0.643 \\ 0.000 & 0.720 & 0.720 & 0.000 & 0.720 & 0.720 \\ 0.000 & 0.632 & 0.607 & 0.703 & 0.000 & 0.745 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (74)$$

9° $\tilde{R}_{\langle m+1 \rangle}$ に対する最大固有あいまい集合 $\tilde{A}^*_{\langle m+1 \rangle}$ を求める.

$$\tilde{A}^*_{\langle m+1 \rangle} = (1.000, 0.720, 0.720, 0.720, 0.889, 1.000) \quad (75)$$

10° 選好解を求める. (Fig. 4 参照)

$$\text{満足度: } \boldsymbol{\Pi}_{\langle 2 \rangle} = (0.944, 0.787, 0.587, 0.794)$$

$$\beta_{\langle m+1 \rangle} = 0.587, \beta_{\langle m+1 \rangle} < \beta_{\langle m \rangle}.$$

したがって, 試行 1 における結果が本例題に対する選好解として得られた. なお, ここで得られた結果は, 別途, 各目的関数に対して, 同じ重みを乗じてスカラ化問題として解いた結果と一致しており, ここで提

案した方法の妥当性が検証された.

5. あとがき

本研究においては, 多目的システムの構成問題を満足度の概念を導入したファジィ・スカラー問題として構成し, それに対する選好解を得るための機構をあいまい有限状態システムに基づいて定式化した. さらに, システム構成を実現するために, それに基づく構成アルゴリズムを提案し, これを具体的な例題に適用したところ妥当な結果を得た.

一方, 提案したアルゴリズムは発見的な方法であるがために意志決定者にとって不満足な解を導出する可能性がある. しかしながら, システムの規模が増大し, 複雑かつ多目的である場合において, 本手法は過去の経験, 知識およびシステム固有の性質などを直接的にシステム構成に反映することができ, したがって意志決定者にとっては, より現実的な選好解を得ることが期待できる. なお, 各目的に関するあいまい関係や構成されたシステムに対する評価を示す満足度関数あるいは重視度などについては, 対象とするシステム固有の性質, 過去の経験および知識などに基づいて主観的に決定されるものである. また, 意志決定者にとって満足な選好解が得られるか否かは, これらのメンバーシップ関数の設定の仕方に依存している. したがって, これらを考え合せるとき, 意志決定者にとってより実際に即したシステム構成を実現することが可能と考えられる人間機械形会話方式を導入する余地があり, 今後の課題として残されている.

参考文献

- 1) A. Ichikawa and L. T. Fan: Optimal Synthesis of Process Systems-Necessary Condition for Optimal System and Its Use in Synthesis of Systems, Chem. Eng. Sci. **28**, 357/375 (1973)
- 2) 田崎, 天竺: Fuzzy Automata によるシステムの発見的構成, システムと制御, **20-4**, 46/52 (1976)
- 3) 志水, 日吉, 広瀬: 多目的計画法—多目的システムの最適化手法, 計測自動制御学会論文集, **11-2** (1970)
- 4) C. L. Hwang, A. S. M. Masud ed.: Multiple Objective Decision Making Methods and Applications, Springer-Verlag, Newyork (1979)
- 5) 田崎, 天竺, 関口: あいまい有限状態システムによる多目的ネットワークシステムの発見的構成, システムと制御, **24-12**, 779/806 (1980)
- 6) M. Sugeno: Fuzzy System with Underlying Deterministic Systems, Summary of Papers on General Fuzzy Problems, December (1977)
- 7) E. Sanchez: Resolution of Eigen Fuzzy Sets Equations, Int. J. Fuzzy Sets Syst. **1-1**, 69/74 (1978)