未知外乱を伴った線形離散値系の適応観測[†]

田 村 捷 利*

Adaptive Observation of Linear Discrete Systems with the Presence of Disturbances

Katsutoshi TAMURA*

This paper discusses an adaptive observation system of the disturbance and the state vector for single-input, single-output linear discrete plants. It is assumed that the plant has unknown and time varying parameters and that step wise waveform disturbances act on the plant. The observability condition of the state and the disturbance is examined, the minimum time state and disturbance observer is given and the minimum time parameter identifier is obtained. The adaptive observation system using the identifier and the observer is presented. Numerical examples are given to illustrate the effectiveness of the observation system.

Keyword: adaptive control, adaptive observer, disturbance observation, disturbance accomodating control, residual projection method

1. ま え が き

近年、適応制御問題の研究が活発に行われている。中でも、適応観測器の設計とモデル規範形適応制御系に関する理論的研究は、一つの主流をなしていたと見ることができる。本論で扱う問題と深い関係のある適応観測器は1973年 R. L. Carroll と D. P. Lindorff¹⁾によって提案されて以来、数多くの研究がある。これらは統一化された形でまとめられてきており²⁾⁻⁵⁾、理論的にも一応の成果を得ている。

しかし、適応観測器を実システムに組み込んで、実用として用いるためには理論的にもさらにいくつかの問題点を解決しなければならない。その一つは適応観測器の収束特性の改善であり、また、プラントにノイズや外乱が存在するときにも有効に作動する適応観測器の開発などである。

一方、プラントのパラメータが既知である線形系の状態と外乱の観測は C. D. Johnson らによって行われている⁶⁾⁻⁹⁾。そこでは外乱を状態変数の一つと見なして、最小次元 Luenberger observer を構成し、状態変数を観測することによって未知外乱の値を得ている。

本論は、未知パラメータをもった線形離散値系に、ステップ状の未知外乱が入る場合に、プラントの状態変数と外乱の値の観測を最短時間で行うような、適応形の観測システムを構成するものである。ステップ状の未知外乱は、その大きさ、プラントに加わる時刻および変化する時刻も未知であるとする。このような外乱は、少なくとも有限時間では統計的性質が明確ではなく、ノイズ形の外乱に対して波形の外乱と呼ばれ、発電機や速度サーボ機構における荷重変動や摩擦、化学プラントの流量変動、航空機の空力変動や突風など多くの実システムに見られる。また、プラントのパラメータは未知で可変であるが、パラメータの変動は、プラントの次数 n の数倍程度のステップ内では一定と見なせるものであると仮定する。このようなパラメータの変動は、経年変化によるものとか、非線形系を線形化したときの動作点のゆっくりした変動などを対象としている。

本論の構成と主な結果はつぎのようである。次章で問題を定式化し、外乱の可観測性の条件と、最短時間の状態変数および外乱の観測システムを与える。3章では最短時間の同定器を考察する。そこでは直交射影法を用いた同定器の構成アルゴリズムが示されているが、事前情報がある場合に誤差ベクトルを小さくするような改良を行った。4章では、2, 3章の手法を統合した適応観測システムの構成を与え、この観測システムの有効性を示すために、数値シミュレーションの結果を示す。

2. 状態および外乱の観測

つぎのような、1入力、1出力の線形離散値系を考

[†] 第2回適応制御シンポジウムで発表 (昭 57・1)

* 上智大学理工学部 東京都千代田区紀尾井町7

* Faculty of Science and Technology, Sophia University, Chiyoda-ku, Tokyo

(Received October 14, 1981)

(Revised December 7, 1981)

える。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k) + \mathbf{d}w(k) \\ y(k) &= \mathbf{c}\mathbf{x}(k) \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{I}_{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{c} &= [1, 0, \dots, 0] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

プラントパラメータ $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ は未知かつ可変であるとし、観測パラメータ $\mathbf{c}$ およびパラメータ $\mathbf{d}$ は既知であるとする。 $w(k)$ はステップ状の未知外乱であり、そのシステムは(2)式で与えられる。

$$w(k+1) = w(k) + \delta(k) \quad (2)$$

ここで、 $\delta(k)$ は Fig. 1 に示すようなインパルスであり、その大きさや生起する時刻は未知であるとする。このような設定のもとで、未知パラメータ $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ を同定し、同時に未知外乱および状態変数を観測する適応観測システムについて考察する。

(1), (2) 式を合成し拡張システムを作る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ w(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{d} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ w(k) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta(k) \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 式および Fig. 1 より明らかなように、(3) 式において $\delta(k) = 0$ と置き、 $w(k)$ が未知でステップ状に変化すると仮定⁷⁾して、 $\mathbf{x}(k)$ および $w(k)$ の最短時間の観測システムを考察する。したがって、以下ではつぎの $(n+1)$ 次元システムについて議論を進める。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ w(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{d} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ w(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= [\mathbf{c} \ 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ w(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

このシステムの可観測性についてつぎの定理が得られる。

《定理 1》 (4) 式のシステムが可観測であるための必要十分条件は

$$d_0 = \sum_{i=1}^n d_i \neq 0 \quad (5)$$

が成立することである。ここで d_i は(4)式のシステムパラメータ $\mathbf{d}$ の第 i 成分である。

(証明) (4) 式の可観測行列を H とすると、 H は

Fig. 1 A wave form disturbance $w(k)$ and impulse $\delta(k)$

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \alpha_1 & 1 & \dots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ \alpha_n & \dots & \alpha_2 & \alpha_1 & \beta_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\beta_i = \sum_{j=1}^{i-1} \beta_{i-j} d_j + d_i + \beta_{i-1} \quad (7)$$

によって与えられる。 α_i は a_i, d_i ($i=1, 2, \dots, n$) によって定まる定数である。(7) 式を用いて H^T に行列の行に関する基本変形 (正則変換) を $n(n+1)/2$ 回施すことによって、 H^T を(8)式のように変形することができる (付録 1 参照)。

$$H^T \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \gamma_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \gamma_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^i d_j \quad (9)$$

(8), (9) 式より明らかなように H^T が正則であるための必要十分条件は(5)式が成立することである。

(4) 式のシステムに対する観測器を構成するために、(4) 式をつぎのように変形する。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ w(k+1) \end{bmatrix} &= M \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ w(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{t} y(k) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \end{aligned} \quad (10)$$

ただし

$$M = \begin{bmatrix} \mathbf{t} & \mathbf{I}_{n-1} & \mathbf{d} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{t} = [t_1, t_2, \dots, t_{n+1}]^T \quad (12)$$

である。 $\mathbf{t}$ は観測器を構成するときの設計パラメータである。行列 M についてつぎの定理を得る。

《定理 2》 (4) 式のシステムが可観測であるとする。このとき M がベキ零行列 (注 1) になるための必要十分条件は t_k がつぎの関係を満たすことである。

$$\left. \begin{aligned} t_k &= -\frac{1}{d_0} \sum_{i=k}^n d_i \quad k=1, 2, \dots, n \\ t_{n+1} &= -1/d_0 \\ d_0 &= \sum_{i=1}^n d_i \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(証明) 行列 M の特性多項式は

(注 1) $M^{k-1} \neq 0$ で $M^k = 0$ となる行列を次数 k のベキ零行列という。

$$\det [\lambda I - M]$$

$$= \lambda^{n+1} + (-1-t_1)\lambda^n + (t_1-t_2-d_1t_{n+1})\lambda^{n-1} \\ + \dots + (t_{n-1}-t_n-d_{n-1}t_{n+1})\lambda + (t_n-d_nt_{n+1})$$

と得られる。\$\lambda^n\$ 以下の係数を 0 と置くことにより

$$t_1 = -1$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & \dots & 1 & -d_1 \\ 1 & -1 & \dots & -d_2 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_2 \\ t_3 \\ \vdots \\ t_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

なる \$t_k\$ に関する方程式を得る。システムが可観測であるから、(14)式の係数行列を \$D\$ としたとき \$\det D = d_0 \neq 0\$ となり (14)式は唯一解をもつ。(14)式を解けば (13)式が得られ定理は証明された。

この定理は \$M\$ をベキ零行列にする設計パラメータ \$t_i\$ を \$d_i\$ の項で陽に与えている。これを用いると、(4)式のシステムに対する観測器は容易に求められる。これを定理の形で与えておく。

《定理 3》 プラントパラメータ \$\mathbf{a}, \mathbf{b}\$ が既知のとき、(4)式のシステムに対する最短時間観測器は

$$\mathbf{z}(k+1) = M\mathbf{z}(k) + \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ 0 \end{bmatrix} - \mathbf{t} \right\} \mathbf{y}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (15)$$

によって与えられる。

(証明) 誤差ベクトル \$\mathbf{e}(k)\$ をつぎのように定める。

$$\mathbf{e}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ w(k) \end{bmatrix} - \mathbf{z}(k)$$

(10), (15)式より

$$\mathbf{e}(k+1) = M\mathbf{e}(k)$$

が得られる。よって定理 2 より、

$$\mathbf{e}(n+1+k) = M^{n+1}\mathbf{e}(k) = 0$$

(4)式の可観測指数 \$\nu\$ は \$\nu = n+1\$ であるから、状態観測の最小ステップ数も \$n+1\$ となる¹⁰⁾。したがって (15)式の観測器は最短時間観測器となっている。

この最短時間観測器は \$\mathbf{a}, \mathbf{b}\$ が既知であるときに有効である。これを適応観測システムに組み込んで用いるのであるが、どのように用いるかについては 4 章で述べる。

3. 最短時間同定器の構成

本章では、(4)式のシステムに対する最短時間の同定器の構成法を述べるが、はじめに、つぎのようなシステムを考察する。

$$\mathbf{y}(k) = \langle \boldsymbol{\theta}, \mathbf{f}(k) \rangle, \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

ここで \$\boldsymbol{\theta}\$ は \$m\$ 次元の未知パラメータベクトル、\$\mathbf{f}(k)\$ \$m\$ 次元の既知ベクトル、\$\mathbf{y}(k)\$ は出力とする。\$\langle \cdot, \cdot \rangle\$ はベクトルの内積を表わす。\$\boldsymbol{\theta}\$ を最短時間で得るアルゴリズム¹¹⁾を直交射影法を用いたアルゴリズムを改良した形でつぎのように与える。このアルゴリズムをここでは Residual Porjection 法と呼ぶことにする。

Residual Projection 法

\$k=0\$: \$\mathbf{y}(0), \mathbf{f}(0)\$ が与えられる。\$\boldsymbol{\theta}_0\$ を未知パラメータ \$\boldsymbol{\theta}\$ の事前情報とする。\$\boldsymbol{\theta}\$ の推定値 \$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)\$ をつぎのように与える。

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \boldsymbol{\theta}_0 + (\zeta(0) - \xi(0))\mathbf{h}(0) \quad (17)$$

ただし、

$$\mathbf{h}(0) = (1/\|\mathbf{f}(0)\|)\mathbf{f}(0) \quad (18)$$

$$\zeta(0) = \langle \boldsymbol{\theta}, \mathbf{h}(0) \rangle = \mathbf{y}(0)/\|\mathbf{f}(0)\| \quad (19)$$

$$\xi(0) = \langle \boldsymbol{\theta}_0, \mathbf{h}(0) \rangle \quad (20)$$

ここで \$\|\mathbf{f}\|\$ は \$\mathbf{f}\$ のノルムを表わす。

\$k=i\$:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(i) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(i-1) + (\zeta(i) - \xi(i))\mathbf{h}(i) \quad (21)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}(i) &= \mathbf{f}(i) - \sum_{j=0}^{i-1} \langle \mathbf{h}(j), \mathbf{f}(i) \rangle \mathbf{h}(j) \\ \mathbf{h}(i) &= \bar{\mathbf{h}}(i)/\|\bar{\mathbf{h}}(i)\| \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\zeta(i) = \langle \boldsymbol{\theta}, \mathbf{h}(i) \rangle$$

$$= \frac{1}{\|\bar{\mathbf{h}}(i)\|} \left\{ \mathbf{y}(i) - \sum_{j=0}^{i-1} \langle \mathbf{h}(j), \mathbf{f}(i) \rangle \zeta(j) \right\} \quad (23)$$

$$\xi(i) = \langle \boldsymbol{\theta}_0, \mathbf{h}(i) \rangle \quad (24)$$

このアルゴリズムの結果 \$m\$ 回の繰返しで \$\boldsymbol{\theta}\$ 得ることができる。これを定理として述べる。

《定理 4》 \$\boldsymbol{\theta} \in R^m\$ とする。\$\mathbf{f}(k), k=0, 1, \dots, m-1\$ が線形独立のとき、(17)~(24)式で与えた Residual Projection 法によれば

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(m-1) = \boldsymbol{\theta} \quad (25)$$

$$\|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0\| \geq \|\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(0)\| \geq \dots \geq \|\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(m-1)\| = 0 \quad (26)$$

が成立する。

(証明) 上のアルゴリズムの \$\mathbf{h}(k)\$ の生成は Gram Schmidt の方法と同じなので \$\mathbf{f}(k), k=0, 1, \dots, m-1\$ が線形独立ならば、\$\mathbf{h}(k), k=0, 1, \dots, m-1\$ は \$m\$ 次元ユークリッド空間の正規直交系をなすことは明らかである。したがって

$$\boldsymbol{\theta} = \sum_{j=0}^{m-1} \langle \boldsymbol{\theta}, \mathbf{h}(j) \rangle \mathbf{h}(j) = \sum_{j=0}^{m-1} \zeta(j) \mathbf{h}(j) \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\theta}_0 = \sum_{j=0}^{m-1} \langle \boldsymbol{\theta}_0, \mathbf{h}(j) \rangle \mathbf{h}(j) = \sum_{j=0}^{m-1} \xi(j) \mathbf{h}(j) \quad (28)$$

が得られる。よって

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(m-1) = \boldsymbol{\theta}_0 + \sum_{j=0}^{m-1} (\zeta(j) - \xi(j)) \mathbf{h}(j)$$

$$= \sum_{j=0}^{m-1} \xi(j) \mathbf{h}(j) + \boldsymbol{\theta}_0 - \sum_{j=0}^{m-1} \xi(j) \mathbf{h}(j) \\ = \boldsymbol{\theta}$$

となり、(25)式が得られた。つぎに(26)式を証明する。(27)、(28)式より

$$\|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0\|^2 = \left\| \sum_{j=0}^{m-1} (\xi(j) - \xi(j)) \mathbf{h}(j) \right\|^2 \\ = \sum_{j=0}^{m-1} |\xi(j) - \xi(j)|^2$$

が得られる。一方、

$$\|\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)\|^2 = \|\boldsymbol{\theta} - \{\boldsymbol{\theta}_0 + \sum_{j=0}^k (\xi(j) - \xi(j)) \mathbf{h}(j)\}\|^2 \\ = \sum_{j=k+1}^{m-1} (\xi(j) - \xi(j)) \mathbf{h}(j) \|^2 \\ = \sum_{j=k+1}^{m-1} |\xi(j) - \xi(j)|^2$$

となるので、(26)式が証明された。

この定理から明らかなように、事前情報 $\boldsymbol{\theta}_0$ が $\boldsymbol{\theta}$ に近ければ、推定誤差も常にその範囲内にあり、また単調に減少する。したがって事前情報が得られる場合には、このアルゴリズムは大変有効なものとなる。もし、事前情報がまったく得られない場合は $\boldsymbol{\theta}_0 = 0$ とすればよい。このとき上記のアルゴリズムは文献10)に示されている直交射影法を用いたアルゴリズムと同じになる。上記の証明からわかるようにこのアルゴリズムは $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ が

$$\|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0 - \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)\|$$

を最小にするものととられている。

Residual Projection 法を用いて、(14)式のシステムに対する最短時間同定器をつぎのように構成する。そのために補助システムをつぎのように定める。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{h}_a(k+1) &= M^T \mathbf{h}_a(k) + \tilde{\mathbf{c}}^T y(k), & \mathbf{h}_a(0) &= 0 \\ \mathbf{h}_b(k+1) &= M^T \mathbf{h}_b(k) + \tilde{\mathbf{c}}^T u(k), & \mathbf{h}_b(0) &= 0 \\ \mathbf{h}_x(k+1) &= M^T \mathbf{h}_x(k), & \mathbf{h}_x(0) &= \tilde{\mathbf{c}}^T \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ただし

$$\tilde{\mathbf{c}} = [\mathbf{c}; 0]$$

である。(29)式によって定められる $(n+1)$ 次元ベクトルを用いると(4)式の入力・出力の関係は

$$\left. \begin{aligned} y(k) &= \langle \boldsymbol{\theta}, \mathbf{h}(k) \rangle \\ \boldsymbol{\theta} &= [\hat{\mathbf{x}}(0)^T, (\tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{t})^T, \tilde{\mathbf{b}}^T]^T \\ \mathbf{h}(k) &= [\mathbf{h}_x(k)^T, \mathbf{h}_a(k)^T, \mathbf{h}_b(k)^T]^T \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

と得られる。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(0) &= [\mathbf{x}(0)^T, \hat{\mathbf{w}}(0)^T]^T \\ \tilde{\mathbf{a}} &= [\mathbf{a}^T; 0]^T \\ \tilde{\mathbf{b}} &= [\mathbf{b}^T; 0]^T \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

したがって、(30)式に対して、Residual Projection

法を適用すれば、最短時間 (3n+3 回) で未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の同定ができる。

行列 M がベキ零行列になっていることより、(29)式において、 $\mathbf{h}_a(k)$ は $k=n+1$ 以降は 0 ベクトルとなる。したがって $k=0$ から $k=n$ までは(29)式の $\mathbf{h}_a(k)$, $\mathbf{h}_b(k)$ の式を解くだけにし、 $k=n+1$ 以降で(32)、(33)式に対して、Residual Projection 法を適用すれば、 $(2n+2)$ 回で未知パラメータが同定できて、かつ同定すべきパラメータの次元も $2(n+1)$ となる。

$$y(k) = \langle \boldsymbol{\theta}, \mathbf{h}(k) \rangle \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) &= [(\tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{t})^T, \tilde{\mathbf{b}}^T]^T \\ \hat{\mathbf{h}}(k) &= [\mathbf{h}_a^T(k), \mathbf{h}_b^T(k)]^T \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

4. 適応観測システムの構成と数値例

2章で示した最短時間状態観測器および3章の同定器を用いて、可変な未知パラメータと未知外乱が存在する(1)式のプラントに対する適応観測システムを構成する。このとき、1章で述べたように、可変な未知パラメータの変動はプラントの次数 n の数倍程度のステップでは一定と見なせるようなものとする。この観測システムは Fig. 2 に示すように、プラント、状態観測器、適応同定器、セレクターより構成されている。

状態観測器は、プラントパラメータ $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ を既知で固定であると仮定し、(15)式の最短時間観測器を用いる。これにより状態変数 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ と外乱 $\hat{\mathbf{w}}(k)$ を推定する。同時に $\hat{y}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k)$ としてこの情報をセレクターに送る。

セレクターは $y(k)$ と $\hat{y}(k)$ の情報を得て同定器のオン・オフを制御する。これを説明するためにつぎのような区間を定める。

SF 区間 (S-False Period): $|y(k) - \hat{y}(k)| > \varepsilon$ が s 回

以上存在する区間

RK 区間 (Running Period): 現時刻を k としたときの k までの $s+p$ 区間 ($p \geq 1$)

ID 区間 (Identification Period): 同定器がオンになっている区間

Fig. 2 The adaptive observation system

Fig. 3 An algorithmic diagram of the selector

ここで $s \geq n+1$ なる数であり, ε は $y(k)$ と $\hat{y}(k)$ が等しいと見なせる許容量である. RK 区間はプラントパラメータが推定値と等しいか (変化していないか) 否かを判断するための基本区間である. セレクターのアルゴリズムは Fig. 3 に示すように, RK 区間内に SF 区間を含まないときはパラメータ推定値は真 (パラメータ変化はない) と見なし, 同定器はオンとしない. SF 区間を含むときには, パラメータが変化したとして同定器をオンにし, 同時にセレクターをオフにする. このアルゴリズムの考えはつぎのようである. すなわち, もし, パラメータ推定値が真ならば, ステップ状未知外乱が変化しても状態観測器は $n+1$ ステップで状態変数と外乱の正しい推定を行うので, $s \geq n+2$ となることはないからである.

同定器がオンになったとき, 未知パラメータの事前情報 θ_0 として, これまで観測器で用いていたパラメータ値を与える. 同定器では (29) 式の第 1, 2 式を n 回さかのぼった時点から解き, (32), (33) 式に対して Residual Projection 法を適用する. したがって ID 区間は $2(n+1)$ となる. 同定が終了したなら, パラメータの真値を観測器に送り, セレクターをオンとする.

【例題 1】

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} a_1(k) & 1 \\ a_2(k) & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} b_1(k) \\ b_2(k) \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= [1, 0] x(k) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

で与えられる 2 次系の状態および外乱の適応観測を行う. プラントパラメータと外乱はつぎのようにステップ状に変化するものとした.

$$\begin{aligned} a_1(k) &= \begin{cases} -0.2 & k \leq 13 \\ -0.4 & k \geq 14 \end{cases} \\ a_2(k) &= 0.5 \\ b_1(k) &= 0.6 \\ b_2(k) &= \begin{cases} 1.0 & k \leq 13 \\ 0.7 & k \geq 14 \end{cases} \end{aligned}$$

Fig. 4 The simulation results of example 1

$$w(k) = \begin{cases} -2.0 & k \leq 6 \\ 0.7 & k \geq 7 \end{cases}$$

状態 (外乱) 観測器は定理 2, 3 を用いてつぎのように構成される.

$$\left. \begin{aligned} z(k+1) &= \begin{bmatrix} t_1 & 1 & 1 \\ t_2 & 0 & 2 \\ t_3 & 0 & 1 \end{bmatrix} z(k) + \begin{bmatrix} \hat{a}_1(k) - t_1 \\ \hat{a}_1(k) - t_2 \\ -t_3 \end{bmatrix} y(k) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \hat{b}_1(k) \\ \hat{b}_2(k) \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ t_1 &= -1, \quad t_2 = -2/3, \quad t_3 = -1/3 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

(35) 式において, $\hat{a}_i(0), \hat{b}_i(0), i=1, 2$, はプラントパラメータ値 $a_i(0), b_i(0)$ を与えた. 入力 $u(k)$ を

$$u(k) = 2 \cos(0.2k) + \sin(1.7k), \quad k=0, 1, \dots$$

として与えたときのシミュレーション結果を Fig. 4 に示す. パラメータの同定結果を (A), (B) に, 外乱の推定結果を (D) に示してある. この適応観測システム全体の動きを制御するセレクターがどのように働いたかを Fig. 4(C) を用いて述べる. セレクターを定めるパラメータは

$$\varepsilon = 0.02, \quad S = 4, \quad p = 2$$

とした. したがって RK 区間は 6 である. Fig. 4(C) の黒丸は $|y(k) - \hat{y}(k)| > \varepsilon$ を満たし, 白丸は ε 以下となるステップである. SF 区間は黒丸を 4 個以上含む区間であるが, $k=18$ ではじめて $RK \supset SF$ が満たされ, Fig. 3 の流れ図に従い ID 区間に入る.

【例題 2】 前例題では, 本論で示した適応観測システムの基本的な動作の説明のために, パラメータ, 外乱とも単純に変化するものを用いた. 本例題では, プラントパラメータが毎回変化する時変系に対して, 適応観測システムを用いた場合のシミュレーションである. プラントパラメータの変化は

$$\begin{aligned} a_1(k) &= -0.2 - 0.3 \{1 - \exp(-0.009k)\} \\ a_2 &= 0.5 \end{aligned}$$

Fig. 5 The observation result of the disturbance in example 2

Fig. 6 The identification of the parameters in example 2

$$b_1 = 0.6$$

$$b_2(k) = 1 - 0.3 \{1 - \exp(-0.008k)\}$$

とした。外乱の変化は Fig. 5 の実線で示すようなものとした。入力 $u(k)$ およびセレクトーの設定、状態観測器の設定は例題 1 と同じである。Fig. 5 は外乱の推定結果、Fig. 6 はパラメータの同定結果であり、いずれも実線が外乱およびパラメータの変化であり、黒丸が推定、同定値である。Fig. 6 においてパラメータ同定値が変化している区間は ID 区間である。Fig. 5, 6 から明らかなように、外乱の観測およびパラメータの同定は最短時間で行われ、パラメータの同定誤差は単調に減少していることがわかる。

5. あとがき

未知でかつ可変なパラメータをもつプラントに未知外乱が入る場合の状態変数および未知外乱の適応観測システムの構成を試みた。外乱と状態変数の観測中にはプラントパラメータは変化しない、また、同定幅には未知外乱は変化しないという条件のもとで本論の観測および同定機構は最短時間性を保証するものである。同定器による同定誤差は単調に減少する望ましい性質をもっている。適応観測システムの中で同定器をどの時点で作動させるかを制御するのがセレクトーである。このセレクトーの働きと上記の最短時間性により、適応観測システムを外乱が頻繁に変化し、プラントパラメータが毎回変化するような時変系に対して適用しても良好な結果が得られている。(例題 2)

本論では式のパラメータ d を既知としたが、特に離散値系では d も未知として扱わなければならない場合も多い。この点は今後解決されるべき重要な問題であ

る。本論の結果の多入力・多出力系への拡張および適応制御への応用は興味ある。かつ工学的に意義深いものであると考える。

参考文献

- 1) R.L. Carroll and D.P. Lindorff: An Adaptive Observer for Single-Input Single-Output Linear Systems, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-18**-5, 428/435 (1973)
- 2) B. Jora: A useful Transformation in the Synthesis of Adaptive Observers, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-21**-3, 417/419 (1976)
- 3) K. S. Narendra and L. S. Valavani: Stable Adaptive Observers and Controllers, Proc. IEEE, **64**-8, 1198/1208 (1976)
- 4) 田村, 坂田, 岡村: 適応観測器の統一的手法, 計測自動制御学会論文集, **15**-2, 195/205 (1980)
- 5) 鈴木: 適応観測器, 計測と制御, **19**-2, 195/205
- 6) C.D. Johnson: Accomodation of External Disturbances in Linear Regulator and Servomechanism Problems, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-16**-6, 635/644 (1971)
- 7) C.D. Johnson: Theory of Disturbance-Accommodating Controllers, in Control and Dynamic Systems, Advances in Theory and Applications, Vol. 12 Ed. by C. T. Leondes, Academic Press, New York (1976)
- 8) S-H. Wang, E. J. Davison and P. Dorato: Observing the State of Systems with Unmeasurable Disturbances, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-20**-1, 716/717 (1975)
- 9) P. Kudva and V. Gourishankan: Observers for Linear Discrete Multivariable Systems with in. Accessible Insuts, Int. J. of Control. **27**-1, 593/546 (1978)
- 10) 長田, 西村: 線形離散システムの最短時間問題, 電子通信学会論文誌, **56-D**-1, 507/514 (1973)
- 11) P.N. Nikiforuk, M.M. Gupta and K. Tamura: A Minimum Time Adaptive Observer for Linear Discrete Systems, Proceedings of Multivariable Technological Systems, IFAC 4th International Symposium, Fredericton, (1977)

《付 録》 ((8), (9) 式の証明)

はじめに、つぎの関係 (A-1) が成立することを示す。

$$\begin{aligned} \beta_k - \{ & \alpha_{k-1}d_1 + \alpha_{k-2}(d_1+d_2) + \cdots \\ & + \alpha_1(d_1+d_2+\cdots+d_{k-1}) \\ & = d_1+d_2+\cdots+d_k \quad k=1, 2, \dots, n \quad (A-1) \end{aligned}$$

$k=1$ のとき、(4), (5) 式より $\beta_1=d_1$ であるから (A-1) 式が成立している。 $k=i$ で (A-1) 式の成立を仮定する。 $k=i-1$ のとき、(7) 式を用いると

$$\begin{aligned} \beta_{i+1} - \{ & \alpha_i d_1 + \alpha_{i-1}(d_1+d_2) + \cdots \\ & + \alpha_1(d_1+d_2+\cdots+d_i) \} \\ & = \{ \alpha_i d_1 + \alpha_{i-1}d_2 + \cdots + \alpha_1 d_i + d_{i+1} + \beta_i \} \\ & - \{ \alpha_i d_1 + \alpha_{i-1}(d_1+d_2) + \cdots \\ & + \alpha_1(d_1+d_2+\cdots+d_i) \} \end{aligned}$$

$$= d_{i+1} + \beta_i - \{\alpha_{i-1}d_1 + \alpha_{i-2}(d_1 + d_2) + \dots$$

$$+ \alpha_1(d_1 + d_2 + \dots + d_{i-1})\}$$

$$= d_1 + d_2 + \dots + d_{i+1} \quad (\text{A-2})$$

が得られ (A-1) 式が証明された。

つぎに, (8), (9) 式が成立することを示そう。ま

ず, (4), (6) 式より

$$\beta_1 = \gamma_1 = d_1 \quad (\text{A-3})$$

が成立している。

$$\gamma_{k-1} = d_1 + d_2 + \dots + d_{k-1} \quad (\text{A-4})$$

が成立していると仮定する。 H^T を基本変形により, (8) 式の形にするので γ_k は

$$\gamma_k = \beta_k - \alpha_{k-1}\gamma_1 - \alpha_{k-2} - \dots - \alpha_1\gamma_{k-1} \quad (\text{A-5})$$

と得られる。 (A-5) 式に (A-4) 式を代入すると

$$\gamma_k = \beta_k - \{\alpha_{k-1}d_1 + \alpha_{k-2}(d_1 + d_2) + \dots + \alpha_1(d_1 + d_2 + \dots + d_{k-1})\} \quad (\text{A-6})$$

となる。 よって (A-6) 式に (A-1) 式を用いると (9) 式が得られる。