多重モード発振を用いた円筒共振式圧力計[†]

池 田 恭 一*

Pressure Measurement Using Multi-Mode Self-Oscillating Cylinder Resonator

Kyoichi IKEDA*

A new technique for a mechanical resonator self-oscillating at its multiple natural frequencies has been developed. This technique has been applied for vibrating cylinder pressure transducers to eliminate temperature coefficient and influences of fluid density, cylinder surface contamination and elastic relaxation.

In this article it has been cleared that the pressure sensitivity of natural frequency is a function of vibrating mode numbers and the shape of cylinder, but the temperature sensitivity is independent of vibrating mode numbers. Then two vibrating modes have been selected. One of them is the most sensitive and the other is the least sensitive for pressure. An adequate function consisting of these two frequencies has high sensitivity for pressure but very low sensitivity for temperature, fluid density, cylinder surface contamination and elastic relaxation.

The system of pressure transducer consists of a cylinder pressure sensor, a frequency counter and a micro-computer. The micro-computer calculates the values of measuring pressure from the function of the two natural frequencies.

The accuracy of this pressure transducer is less than 0.01% F.S.

Keyword: pressure measurement, digital transducer, vibrating cylinder, multi-mode oscillation, microcomputer application

1. はじめに

弾性体の固有振動数が外力、圧力、温度、流体密度などにより変化することを利用した共振式トランスデ

ューサにはつぎのような特長がある。(1)出力が周波数である。(2)Q(共振の鋭さ)を上げることにより出力の安定度を向上できる。(3)精度の高い周波数基準が容易に入手できるため、トランスデューサの出力を高精度で校正できる。(4)ディジタル処理が容易であり、コンピュータとの結合性がよい¹⁾。

一方、つぎのような欠点をもっている。(1)出力周波数が測定量に対して非線形であるためリニアライザが必要である。(2)アナログ出力を得るためにはA/Dコンバータが必要である。しかし最近のマイクロコンピュータをはじめとするLSI技術の発展と普及は上記の欠点を2次的な問題に変えつつある²⁾。

共振式トランスデューサによる圧力の測定には従来より主として二つの方法がある。一つは圧力をペローズなどの受圧素子で受けて力に変換し、その力を共振ワイヤあるいは共振梁に加え、その共振周波数の変化量より圧力を測定する間接的測定法である³⁾。もう一つは共振しているダイヤフラムあるいは薄肉円筒シェルに圧力を加え、その共振周波数の変化量より圧力を測定する直接的測定法である^{4), 5)}。前者は受圧素子および受圧素子と力変換器との結合部に誤差を生じやすい。後者は流体密度によっても共振周波数が変化するという問題がある。また両者とも共振子の弾性係数の温度による変化および経時変化も誤差の一因となる。

Fig. 1 A cross-sectional view of a cylinder resonator

[†] 第19回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭55・8)

* (株)横河電機製作所 東京都武蔵野市中町 2-9-32

* Yokogawa Electric Works Ltd, Musashinoshi, Tokyo

(Received October 30, 1981)

(Revised March 3, 1982)

本論文においては、薄肉円筒共振子を用いた圧力の直接測定法において上記の欠点を除くために、圧力に対する感度の異なる複数の振動モードの共振周波数を、機械共振子の多重モード発振技術を用いて、実時間で測定し、マイクロコンピュータを用いて演算し、温度、振動面の汚れ、流体密度などに対する感度を効果的に抑える新しい手法を提案し、その実用性を検討した⁶⁾。

2. 円筒共振子の圧力感度

Fig. 1 に用いた円筒共振子の形状を示す。この構造は円筒の中心軸に平行な断面が音叉状の形状をしており、振動エネルギーが外部に逃げにくく、高いメカニカル Q ($=10,000 \sim 20,000$) が得られる特長がある^{7,8)}。

円筒に内圧を加えると円筒面の張力が変化し、円筒の共振周波数が変化する。この構成の圧力計は受圧部と変換部を円筒がかねているためノイズの混入する過程が少ない。

長さ L 、半径 R 、肉厚 H 、円環振動次数 n の円環の固有振動数 f^{FREE} は Timoshenko により次式で与えられる⁹⁾。

$$f^{\text{FREE}} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{EIn^2}{\rho_0 AR^4} \cdot \frac{(1-n^2)^2}{1+n^2} \right\}^{1/2} \quad (1)$$

$$I = LH^3/12$$

$$A = LH$$

$$E: \text{縦弾性係数}$$

$$\rho_0: \text{材料の密度}$$

一方、上記の円環の一端に十分厚いディスクを形成し、他端にも十分厚いフランジを形成すると Fig. 1 の円筒になる。この形の円筒の固有振動数 f^{FIXED} は Arnold ほかにより次式で与えられる¹⁰⁾。

ただし、 σ は材料のポアソン比、そして Δ は次式の正の実根である。

$$\Delta^3 + K_2 \Delta^2 + K_1 \Delta + K_0 = 0 \quad (3)$$

(3)式において $K_0 \sim K_3$ は円筒の形状 (H/R 、有効長/ R)、振動モード次数 (円環モード次数 n 、軸方向モード次数 m) およびポアソン比の関数である。

f^{FIXED} と f^{FREE} との差は円筒両端における拘束条件によって生じたものであるから、同一振幅におけるそれぞれの振動エネルギーの差は拘束による剛性の増加に基づくポテンシャル・エネルギーの増加分 ΔT に等しいと考えられる。

$$\Delta T = T^{\text{FIXED}} - T^{\text{FREE}} \quad (4)$$

ただし、 T^{FIXED} および T^{FREE} は両端拘束および両端自由における同一振幅のポテンシャルエネルギーで

ある。この拘束条件による剛性の差は円筒面に加わる圧力 P による張力によって変化することはないから $\partial \Delta T / \partial P = 0$ である。したがって (5) 式が成立する。

$$\frac{\partial T^{\text{FIXED}}}{\partial P} = \frac{\partial T^{\text{FREE}}}{\partial P} \quad (5)$$

圧力感度 ($1/f \cdot \partial f / \partial P$) を S とし、変形すると

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f^2} \cdot \frac{\partial f^2}{\partial P}$$

f^{FIXED} の近傍においては

$$S = \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma \delta^2 f^2 \text{FIXED}} \cdot \frac{\partial}{\partial P} (\gamma \delta^2 \cdot f^2 \text{FIXED}) \quad (6)$$

(6)式において γ は質点の質量、 δ は質点の振動振幅である。したがって $\gamma \delta^2 f^2 \text{FIXED} / 2$ は運動エネルギーを与えるが、共振周波数においては減衰率を無視すると運動エネルギーはポテンシャル・エネルギーに等しいから (6) 式は改めて (7) 式のように表わされる。

$$S = \frac{1}{\gamma \delta^2 f^2 \text{FIXED}} \cdot \frac{\partial T^{\text{FIXED}}}{\partial P} \quad (7)$$

(5)式より

$$S = \frac{1}{\gamma \delta^2 f^2 \text{FIXED}} \cdot \frac{\partial T^{\text{FREE}}}{\partial P}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f^2 \text{FIXED}} \cdot \frac{\partial f^2 \text{FREE}}{\partial P} \quad (8)$$

円筒の内側に加えられた圧力 P は円筒内面に円周方向と軸方向に張力を発生する。軸方向の張力 $\pi R^2 P$ は円筒と軸方向の曲げ剛性を変化させる。円筒の軸方向曲げ剛性はモード次数によって異なるが、低次モードにおいては大きな値となり軸方向張力の影響は無視できる。円筒の円周方向張力は薄肉円環の面内振動を強く拘束する。このときの円環 n 次モードの固有振動数の変化率は、長さ $2\pi R$ 、幅 L 、厚さ H の単純支持はりに軸力として $U (=2RLP)$ が印加されたときの固有振動数に等しいと考えられ容易に計算される¹¹⁾。

$$f^2 \text{FREE}, U = f^2 \text{FREE} \left(1 + \frac{UR^2}{n^2 EI} \right) \quad (9)$$

Fig. 2 Pressure sensitivity of cylinder resonators (m : axial mode No., n : circumferential mode No.)

したがって, (1), (8), (9) 式より感度 S は次式によって表わされる.

$$S = \frac{1}{2} \frac{(1-n^2)^2}{1+n^2} \cdot \frac{R}{H} \cdot \frac{1-\sigma^2}{E\Delta} \quad (10)$$

Fig. 2 に各種形状の圧力感度を示す. 実験値とよく一致している.

3. 二重モード発振の原理

一般に 1 個の検出器より複数の信号を取り出し, 不要なパラメータに対する感度を抑圧する手法がしばしば用いられる. 差動静電容量式圧力計において二つの電極間の静電容量の差より圧力を求め, 和より誘電率などの変動を求めて測定量を補正するなどの手法である¹²⁾. Fig. 2 において顕著なことは振動モードにより圧力感度が大幅に異なることである. したがって同一の円筒共振子の圧力感度の異なる二つのモードの固有振動数を測定すれば上記と同様な手法が適用できる.

Fig. 3 に 2 重モード発振回路の原理構成を示す. 円環 2 次, 軸方向 1 次モード (以下 (2, 1) 次モードと略記する) と (4, 1) 次モードを用いている.

a ~ d は円筒の振動の節部 (Fig. 1 参照) に付けられた圧電素子の電極端子を表わす. 各電極は円周方向に 90° 間隔で設置されている. (4, 1) 次モードの振動で圧電素子に誘起される電圧は, a, b 両端子間においては同相であるが, (2, 1) 次モードでは逆相で現れる. (4, 1) 次および (2, 1) 次モードが重畳発振している場合, f 点において a と b の信号を加算すると (2, 1) 次モードは消えて (4, 1) 次モードの信号が 2 倍になって現れる. 他方 e 点で a と b の信号の差を取ると (4, 1) 次モードの信号は消えて (2, 1) 次モードの信号が 2 倍になって現れる. このようにして弁別されたそれぞれの信号は低域通過フィルタにより適当な位相の回転と, 自動利得回路により適当に増幅されて正帰還発振に必要な条件を与えられたあと, 再び g 点, h 点において加算, 減算されて c, d の圧電端子に印加される.

Fig. 3 Schematic diagram for dual-mode self-oscillation

(a) Output of terminal a,

(b) Outputs of terminal i and j triggered by i ,

(c) similarly by j ,

(d) Outputs observed by ALT mode.

Photo. 1 Observed waveforms of dual-mode selfoscillation

このように構成すると, 円筒共振子は (4, 1) 次および (2, 1) 次モードでそれぞれ独立非同期に自励発振する.

Photo. 1 (a)~(b) に発振波形を示す. (a) は a 点における波形である. $f_{4,1}$ (6.33 kHz), $f_{2,1}$ (8.71 kHz) の波形が重畳されている. (b) および (c) は CHOP モードで出力 (i 点, j 点) の波形を観察したものである. (b) は $f_{4,1}$ に, (c) は $f_{2,1}$ に同期して観察しているため, ほかのモードの波形は流れている. (d) は ALT モード観察した場合で二つの波形が時分割で画面に現れる. 以上の一連の写真より二つのモードが互いに非同期で発振しているようすがわかる.

この重畳発振の構成ポイントは圧電素子を適当に配置して, 空間フィルタを構成する点にある.

4. 絶対圧力計への応用

Fig. 4 に絶対圧力計の構成を示す. 測定圧力は円筒の内側に印加される. 円筒の外側は溶接されたケースとの間で基準真空室を構成している. したがって円筒には絶対圧力が印加されている.

この構成の特長は受圧部と変換部が一体でシンプルであること, また圧力によって発生する単位歪み当りの固有振動数の変化率が大きい (Fig. 2(a) の例では約 1600) ことなどである. したがって低ヒステリシス, 高分解能 (10^{-5} 以下) である. 一方, 材料の温度係数, 測定流体の密度に対する感度などは測定精度に限界を与える.

Fig. 4 The construction of the absolute pressure transducer

Fig. 5 Temperature characteristics of cylinder resonators made from several materials

絶対圧力計のゼロ点変動は特に重要視される。ゼロ点をチェックするためには真空排気装置が必要で、測定現場においては一般に困難であるからである。ゼロ点変動の原因は温度係数、経時変化、振動面の汚れおよび真空室のリークが考えられる。真空度の問題に対しては、円筒をケースに溶接後、真空中で材料の析出硬化熱処理と同時にベーキングを行い、電子ビーム溶接機 ($<10^{-5}$ Torr) の中で排気口を封止し、He リークディテクタの検出限界内にリークを抑えている。

圧力ゼロにおける固有振動数 f_{ij} は温度係数、経時変化、汚れなどを考慮すると¹³⁾(2)式より(11)が得られる。

$$f_{i,j} = \frac{1}{2\pi R} \left\{ \frac{E \Delta_{i,j}}{\rho_0'(1-\sigma^2)} \right\}^{1/2} (1 + \alpha T) \left(1 + B \log \frac{t}{t_0} \right) \quad (11)$$

$\Delta_{i,j}$: (i, j) 次モードの(3)式で与えられる Δ

ρ_0' : 汚れによる振動子の等価的な密度

α : (縦弾性係数の温度係数)/2

T : 温度

β : 経時変化率¹⁴⁾

t : 時刻

t_0 : 初期時刻

ここで (i, j) 次モードと (l, m) 次モードの固有振動数の比 r を考えると(11)式より

Fig. 6 Pressure calibration characteristic of the barometer using dual-mode self-oscillating pressure transducer

Fig. 7 Variations of the natural frequencies with surface contamination by MgO

Fig. 8 Long term stability of the barometer using dual-mode self-oscillating pressure transducer at $P_{abs}=0$

$$r = \left(\frac{\Delta_{i,j}}{\Delta_{l,m}} \right)^{1/2} \quad (12)$$

すなわち、周波数比 r は縦弾性係数の温度係数、経時変化率および振動面の汚れに対して感度がない。圧力に対する周波数比 r の変化率は(10)式より求められる。

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial P} = S_{i,j} - S_{l,m} \quad (13)$$

$S_{i,j}, S_{l,m}$: (i, j) 次および (l, m) 次モードの圧力感度

(4, 1) 次モードを主モード, (2, 1) 次モードを副モードとして用い, Fig. 3 の回路により二重モード発振させた。圧力感度は 80%/MPa および 5%/MPa である。

Fig. 5 に種々の耐食材料を用いた場合の温度係数を示す。二重モード発振により大幅に温度係数が改善されていることがわかる。

しかし多少の温度係数が残っている。この主な原因は円筒面の振動が曲げと捩りを伴った振動であるためポアソン比の温度係数の影響と思われる。

Fig. 6 に圧力校正特性を示す。直線化は 3 次式を用い, マイクロコンピュータにより演算している。

この圧力計は高精度気圧計として設計した。材料は EL-3 (住友特殊金属 42Ni, 5.5Cr, 2.5Ti, 残 Fe) を用いている。この材料は熱処理温度によりポアソン

Fig. 9 Long term stability of the barometer using dual-mode self-oscillating pressure transducer at atmospheric pressure

Fig. 10 Schematic diagram of the sensing part of the barometer

比の温度係数を制御できるので、大気圧付近での空気の密度の温度係数による指示誤差を打消すように熱処理温度を決定した。その結果 0~40°C において精度 ± 10 Pa, 分解能 1 Pa の性能が得られた。

Fig. 7 に円筒面の汚れによる指示変化を示す。MgO の煙を付着させて測定した。周波数比は単一周波数に比べて 10 倍改善されている。

Fig. 8, Fig. 9 に 1 年間の連続試験によるゼロ点(真空)および大気圧における指示誤差を示す。大気圧の基準器はフォルタン式水銀気圧計を用いた。

Fig. 10 に気圧計の構成を示す。

5. 差圧計への応用

大気圧基準の圧力測定や流量測定に円筒共振式圧力計を用いると静圧変動による気体の密度変化が誤差となって現れる。

流体中の円筒振動の解析は Young ほかによって報告されており、流体密度 ρ による円筒の面積密度の増加 M は次式のように表わされる¹⁵⁾。

$$M = \rho \cdot \frac{R}{n} \left\{ \frac{1 + (R/R_0)^{2n}}{1 - (R/R_0)^{2n}} + 1 \right\} \quad (14)$$

ただし、 R_0 はケースの内半径である。(14)式より単

Fig. 11 Static pressure characteristic of the differential pressure transducer

Fig. 12 Pressure calibration characteristic of the differential pressure transducer

位密度当りの周波数の変化率 $S_{dn}(1/f \cdot \partial f / \partial \rho)$ は次式のようなになる。

$$S_{dn} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{C_n}{1 + C_n \cdot \rho} \approx -\frac{1}{2} C_n \quad (1 \gg C_n \rho) \quad (15)$$

ただし

$$C_n = \frac{R}{\rho_0 n H} \left\{ \frac{1 + (R/R_0)^{2n}}{1 - (R/R_0)^{2n}} + 1 \right\} \quad (16)$$

ここで二つのモードの固有振動数を f_1, f_2 , それぞれの圧力感度を S_1, S_2 , および密度感度を S_{d1}, S_{d2} とし、高次の非線形項を無視すると差圧 p , 流体密度 ρ に対して次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= f_{10}(1 + S_1 p + S_{d1} \rho) \\ f_2 &= f_{20}(1 + S_2 p + S_{d2} \rho) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

上式より ρ を消去すると次式を得る。

$$p = A \{ (f_1/f_{10} - 1) - (f_2/f_{20} - 1) \cdot B \} \quad (18)$$

ただし、 A, B は校正定数、 f_{10}, f_{20} はそれぞれ真空中における f_1 および f_2 である。すなわち圧力感度の異なる二つのモードの固有振動数の基準状態 (f_{10}, f_{20}) からの変化率を測定すれば(18)式より流体密度 ρ に影響されずに差圧 p を求めることができる。

(4, 1)次を主モード、(2, 1)次を副モードとし絶対圧力計と同一の形状の差圧センサを試作した。ただし円筒の外側とケースの間を基準圧力室とする。

Fig. 11 に差圧 $p=0$ の状態で静圧を変えたときの指示変化を示す。

Fig. 12 に差圧校正特性を示す。高次の非線形項を考慮し、次式を用いて演算した。

$$\left. \begin{aligned} p &= Ax^3 + Bx^2 + Cx \\ x &= (f_1/f_{10} - 1) - (f_2/f_{20} - 1) \cdot D \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

A, B, C, D : 校正定数

6. あとがき

多重モード発振方式を採用した円筒共振式圧力セン

サはマイクロコンピュータと結合することにより、シンプルな構造、高い Q を生かした高分解能、高精度の圧力計となりうる事が明らかになった。

(1) 単純な構成であるため固有振動数、圧力感度、温度係数、流体密度感度などが精度よく計算できる。

(2) 多重モード発振方式により、不要なパラメータに対する感度を大幅に低減できる。

(3) 周波数出力であるためにマイクロコンピュータとの結合性がよく、複雑な演算処理が容易に行える。

(4) 受圧機能と変換機能を兼用した円筒共振式圧力センサ、二重モード発振回路、およびマイクロコンピュータの組合せにより高精度 0.01% の圧力計が実現された。

多重モード発振方式は他の構成のセンサにも適用が可能であり、新しい発展が期待できる。

最後に、本研究に当り終始御指導を賜った(株)横河電機製作所 大野 勇研究開発部長ならびに原田謹爾室長、また実験に協力いただいた安藤元善君に心より謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Richard C. Meyer: A New Digital Pressure Transducer, ISA AC 72-601 (1972)
- 2) Jerome M. Paros: Digital Pressure Transducers, Measurements & Data, 10-2, (1972)
- 3) H.M. Morris: D/P Cell Outputs Either Current or Frequency, Control Engineering, 26-2, 53/54 (1979)
- 4) W.C. Blanchard: Design of a Resonant Pressure sensor, Instrument & Control System, 45-10, 35/36, (1972)
- 5) R.J. Halford: Pressure Measurement Using Vibrating Cylinder Pressure Transducer, Instrument Practice, 823/829, (1972)
- 6) 池田, 安藤: 複合モード発振を用いた円筒共振式トランスデューサ, 第19回 SICE 学術講演会予稿集, 549/550 (1980)
- 7) Derrick Green: Resonance frequency, measurement tool of the Seventies?, Control & Instrumentation, 40/43 (1975)
- 8) P.N. Potter: Frequency Domain Transducers and Their Applications, Instrument Practice, 849/853 (1969)
- 9) 谷口, 田村訳: 新版工業振動学, 428, コロナ社 (1977)
- 10) R.N. Arnold and G.B. Warburton: The Flexural Vibrations of Thin Cylinders, Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, 167, 62/80, (1953)
- 11) 上記 9) 407
- 12) 大手: 差動容量式変換器, 計測自動制御学会論文集, 3-1, 45/53 (1967)
- 13) Robert A. Johnson: Mechanical Filters Take on Selective Jobs, Electronics, 81/85, 13 (1977)
- 14) Warren D. Weinstein: Microperformance of Metals, Machine Design, 174/181 (1969)
- 15) M.K. Young: Free Vibration of Fluid-coupled Coaxial Cylindrical Shells of Different Length, Transactions of ASME Journal of Applied Mechanics, 480/484 (1976)