区分線形化法による配水管網のフィードバック制御

瀬古沢 照 治*・船 橋 誠 寿*・宮 岡 伸一郎*・増 位 庄 一*

A Feedback Control Law for Water Distribution Networks by Piece-Wise Linearization

Teruji SEKOZAWA*, Motoshi FUNABASHI*, Sin-ichiro MIYAOKA* and Shoichi MASUI*

A feedback control law for water distribution networks by piece-wise linearization is proposed and evaluated. In the proposed control law, several linearized control models in accordance with water demand are prepared in order to cope with nonlinearity of water distribution networks. The applicability range of each linearized control model is clarified for its practical use.

First, a problem of controlling water distribution networks is formulated, and based on this formulation a linearized feedback control model is derived. Then, stability condition of the derived model is obtained for a simple water distribution structure and the condition is extended for large scale distribution networks by computer simulation study. It is also shown that adjustment of the coefficients of the performance index can extend the stability range of the linearized model. Finally, a control law composed with multiple linearized models is proposed and it is demonstrated that the proposed law is practically useful for controlling actual water distribution networks by computer simulation.

Keyword : feedback control, piece-wise linearization, water distribution networks, stability, real-time computation

1. ま え が き

都市上水道においては、省資源、省エネルギーを目指した運用制御の要請が強く、特に配水系統における圧力適正化の制御は、漏水低減などの効果が大きいことから、その実現が期待されている¹⁾。

配水管路網の役割は、全ての需要家に常に安定した

上水を供給することである。しかし、需要の時間的変化のために、地域によっては、水圧が高くなり過ぎて漏水を起したり、水圧不足で水が出なくなったりする。このような状況を避けるため、配水制御では、需要量が時々刻々変化する中で、圧力計あるいは流量計から入手した計測情報をもとに、管路網の圧力や流量をバルブやポンプでオンライン制御しなければならない。

この制御を行う方法として、非線形最適化計算によって、操作量を決定するものがある^{2),3)}。しかし、この方法では、流量、圧力、操作量が相互に非線形な関係をもつため、配水系統が数百ノードの規模にもなれば、最適化計算の時間がかかり過ぎ、オンライン環境下での実行は難しいという問題があった。

これに対して、本論文では、区分線形化法による配水管路網のフィードバック制御を提案し、評価する。提案する方法は、需要量の大きさに応じて線形化したモデルを複数個もつことにより、実時間での計算処理の高速化を図るものである。これを実用化するためには、制御対象が非線形特性を示す配水系統であるがゆえに、線形制御モデルの適用範囲を明確化しておくことが必要である。

2章で制御対象である配水管路網と線形制御則の定式化を行う。3章では、簡単な非線形制御対象に対する線形制御則の安定条件を導き、大規模管路網でもほぼ同様な安定範囲を得られることをシミュレーションで確認する。4章と5章では、目的関数の重み係数の安定性への影響と、実需要データによるシミュレーション実験から得た制御系設計上の知見について述べる。

2. 問題の定式化

2.1 配水制御の原問題

線形制御則を導く前に、非線形の原問題について述べる。配水制御の対象である配水管路網の物理的特性

* (株)日立製作所システム開発研究所 川崎市麻生区王禅寺 1099

* Systems Development Laboratory, Hitachi Ltd., Kawasaki

(Received December 10, 1981)

(Revised April 16, 1982)

は、流量収支式、圧力平衡式、および損失水頭と流量の関係を表すヘーゼンウィリアムスの式とからつぎのような管路網方程式として表わせる^{4), 5), 7)}。

$$\begin{aligned} & \text{①} \\ & \mathbf{R}_c \otimes \mathbf{g}_c(\mathbf{x}_c) - \mathbf{F}_a^T \mathbf{e} - \mathbf{F}_c^T [\mathbf{R}_i \otimes \mathbf{g}_i(\mathbf{F}_N \mathbf{u}_D - \mathbf{F}_c \mathbf{x}_c) \\ & + \mathbf{V}^T (\mathbf{u}_V \otimes \mathbf{g}_V(\mathbf{V}(\mathbf{F}_N \mathbf{u}_D - \mathbf{F}_c \mathbf{x}_c)))] = \mathbf{0} \quad (1) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n$ ：管路木流量、 $\mathbf{x}_c \in \mathbf{R}^l$ ：管路補木流量、 $\mathbf{u}_D \in \mathbf{R}^k$ ：流出枝補木流量、 $\mathbf{P}_i \in \mathbf{R}^n$ ：管路木損失水頭、 $\mathbf{P}_c \in \mathbf{R}^l$ ：管路補木損失水頭、 $\mathbf{e} \in \mathbf{R}^k$ ：配水池水頭、 $\mathbf{R}_i \in \mathbf{R}^n$ ：管路木の管路抵抗値、 $\mathbf{R}_c \in \mathbf{R}^l$ ：管路補木の管路抵抗値、 $\mathbf{u}_V \in \mathbf{R}^n$ ：バルブの抵抗係数、 $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ：バルブの設置位置を示す行列、 $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i) = (|x_{i1}|^{\alpha} \text{sgn}(x_{i1}), \dots, |x_{in}|^{\alpha} \text{sgn}(x_{in}))^T$ 、 $\mathbf{g}_c(\mathbf{x}_c) = (|x_{c1}|^{\alpha} \text{sgn}(x_{c1}), \dots, |x_{cl}|^{\alpha} \text{sgn}(x_{cl}))^T$ 、 $\mathbf{g}_V(\mathbf{V} \cdot \mathbf{x}_i) = (|x_{v1}|^{\beta} \text{sgn}(x_{v1}), \dots, |x_{vm}|^{\beta} \text{sgn}(x_{vm}))^T$ 、 $\alpha = 1.85$ 、 $\beta = 2.0$ 。また、 $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{n \times l}$ 、 $\mathbf{F}_N \in \mathbf{R}^{n \times k}$ 、 $\mathbf{F}_a \in \mathbf{R}^{k \times l}$ は、接続を表わす行列、さらに、バルブは、管路木上にあるとして表わした（これは、実際上さしつかえない）。 $\mathbf{u}_D(t)$ は、需要家が自由に決める操作変数とみなす。

管路の結合構造等の既知情報を全て(1)式に与え、時刻における管路網の状態を未知変数で便宜的に表わすと次式になる。

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_c(t), \mathbf{u}_V(t), \mathbf{u}_D(t)) = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^l$

制御の目的をもって、管路網の状態を計測できる変数として、圧力計が設置されている節点の圧力があ。これを計測系として表わすと次式になる。

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{P}_0 - \mathbf{H}[\mathbf{R}_i \otimes \mathbf{g}_i(\mathbf{F}_N \mathbf{u}_D - \mathbf{F}_c \mathbf{x}_c) \\ & + \mathbf{V}_i(\mathbf{u}_V \otimes \mathbf{g}_i(\mathbf{V}(\mathbf{F}_N \mathbf{u}_D - \mathbf{F}_c \mathbf{x}_c)))] \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^S$ ：計測情報、 $\mathbf{P}_0 \in \mathbf{R}^S$ ：基準点圧（最大標高にある配水池水位の標高）、 $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{S \times l}$ ：基準点から圧力計設置点までの管路木の結合構造。

(2)式と同様に既知情報を与えて、時刻 t における計測系を整理すると、

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_c(t), \mathbf{u}_V(t), \mathbf{u}_D(t)) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{h} \in \mathbf{R}^S$

と表現できる。(2)、(4)式は流量、操作量、需要量を変数とする非線形代数方程式となっている。

配水制御の目的は、末端需要家に対して、常に安定した水を供給するとともに、水資源の有効利用を図ることである。つまり、水圧不足で水が出なくなったり、あるいは水圧が高くなりすぎて漏水を起したりするような状況避けることである。さらに、オーバー

シュートなどによるバルブや各種機器の故障を低減したり、バルブ開度調節時の水撃作用による機器や管路への損傷を避けなければならない。ここでは、圧力の制御と操作量に注目して、つぎのような制御指標をとることにする。¹⁾

$$J = \|\mathbf{z}_r - \mathbf{z}(t)\|_p^2 + \|\mathbf{u}_V(t) - \mathbf{u}_V(t-1)\|_Q^2 \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{S \times S}$ ：計測点重み係数行列、 $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ：バルブ重み係数行列、 $\mathbf{z}_r \in \mathbf{R}^S$ ：圧力の制御目標値。 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{Q}$ は正定とする。 $\|\cdot\|_p = (\cdot)^T \mathbf{P}(\cdot)$ 、 $\|\cdot\|_Q = (\cdot)^T \mathbf{Q}(\cdot)$ 。

以上のように、ここで取り上げる原問題は、管路網方程式(2)と観測方程式(4)から、制御指標の(5)式を最小にする操作量を決定することである。

2.2 線形制御則の誘導

配水管路網は、方程式の変数の数が千にも及ぶ大規模な系であり、負荷あるいは外乱をもつ連立非線形代数方程式として表現される。このような制御対象に対して、制御用計算機でオンライン制御するためには制御則が簡単でなければならない。そこで、制御モデルを線形化することによって簡易な制御則を導く。負荷 $\mathbf{u}_{Dr}$ が検針データや需要予測値によって与えられた需要量で、そのとき、圧力最適となるように操作量 ($\mathbf{u}_r$ とする) と流量 ($\mathbf{x}_r$ とする) が求められているとする。これは、非線形の最適化計算をあらかじめ行うことに相当²⁾ する。その基準点で管路網方程式(2)を線形化すれば、

$$\Delta \mathbf{x} = - \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{x}_c} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{u}_V} \right) \Delta \mathbf{u}_V - \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{x}_c} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{u}_D} \right) \Delta \mathbf{u}_D \quad (6)$$

ここで、 $\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{x}_c} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r, \mathbf{u}_{Dr})}{\partial \mathbf{x}_c}$ 、 $\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{x}_c}$ は正則である⁷⁾ と表現できる。

制御量の変化（管路網からの出力変化） $\Delta \mathbf{z}$ は、

$$\Delta \mathbf{z} = \mathbf{U}_r \Delta \mathbf{u}_V + \mathbf{Y}_r \Delta \mathbf{u}_D \quad (7)$$

ここで、

$$\mathbf{U}_r = \left\{ - \frac{\partial \mathbf{h}_r}{\partial \mathbf{x}_c} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{x}_c} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{u}_V} \right) + \frac{\partial \mathbf{h}_r}{\partial \mathbf{u}_V} \right\} \in \mathbf{R}^{S \times m} \quad (7a)$$

$$\mathbf{Y}_r = \left\{ - \frac{\partial \mathbf{h}_r}{\partial \mathbf{x}_c} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{x}_c} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{f}_r}{\partial \mathbf{u}_D} \right) + \frac{\partial \mathbf{h}_r}{\partial \mathbf{u}_D} \right\} \in \mathbf{R}^{S \times k} \quad (7b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}_r}{\partial \mathbf{x}_c} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r, \mathbf{u}_{Dr})}{\partial \mathbf{x}_c}$$

となる。

$\mathbf{U}_r$ は、制御量の操作量に対する感度であり、 $\mathbf{Y}_r$ は、制御量の負荷（あるいは外乱）に対する感度である。

動的な線形制御則を導くために、(7)式を、ある時点 t での離散時間の系としてとらえると、次式になる。

$$\Delta \mathbf{z}(t) = \mathbf{U}_r \Delta \mathbf{u}_V(t) + \mathbf{Y}_r \Delta \mathbf{u}_D(t) \quad (8)$$

(注1) $\otimes$ の説明

$$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \\ \vdots \\ a_n b_n \end{pmatrix}$$

(注2)
ここで、 $\text{Im}(U_r) \supset \text{Im}(Y_r)$ がほとんど成り立つように操作点、観測点が設置されているものとする。また、この式で状態量が、時間的に変動する外的要因は、需要変動によるものである。しかし、配水管網の需要量は、需要端でのオンライン計測はなく、別に月間検針データが集計されるのみであるから、 Δu_D についての統計的性質が事前に得られない。この場合、つぎのような仮定を置かざるを得ない。

$$\Delta u_D(t) = \Delta u_D(t-1) \quad (9)$$

この仮定は、制御周期に対して、上水道の状態変化の緩やかさを考慮すれば、十分許容できるものである。

(9)式により $\Delta z(t-1)$ と $\Delta u_V(t-1)$ とから $Y_r \Delta u_V(t)$ が得られ需要量 $u_D(t)$ の推定をしなくてもよいオンライン制御向きの簡易な線形制御則を導くことができる。

(8)、(9)式のもとで(5)式を最小にする $u_V(t)$ を求める。(5)式は、

$$\begin{aligned} J = & \|U_r \Delta u_V(t) + Y_r \Delta u_D(t)\|^2_P \\ & + \|\Delta u_V(t) - \Delta u_V(t-1)\|^2_Q \\ = & [U_r \Delta u_V(t) + \Delta z(t-1) - U_r \Delta u_V(t-1)]^T \\ & P[U_r \Delta u_V(t) + \Delta z(t-1) - U_r \Delta u_V(t-1)] \\ & + [\Delta u_V(t) - \Delta u_V(t-1)]^T \\ & Q[\Delta u_V(t) - \Delta u_V(t-1)] \end{aligned} \quad (10)$$

となる。 P 、 Q は、正定であるから、 J が最小となる

条件 $\frac{\partial J}{\partial \Delta u_V(t)} = 0$ より、つぎの操作量が得られる。

$$\begin{aligned} (U_r^T P U_r + Q) \Delta u_V(t) + U_r^T P \Delta z(t-1) \\ - (U_r^T P U_r + Q) \Delta u_V(t-1) = 0 \\ u_V(t) = Q_r \Delta z(t) + u_V(t-1) \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、

$$G_r = -(U_r^T P U_r + Q)^{-1} U_r^T P \quad (11a)$$

と置き、 G_r をゲインと呼ぶことにする。

本制御則は、(9)式の需要変動を仮定したことによって、観測量と前回の操作量を入力とし、操作量の変位に対する制御量の感度 U_r によって構成した、非常に簡易な方法になっている。

以上のように、配水管路網の流量、圧力、需要量および操作量が非線形代数方程式として表わせる制御対象に対して、導出した簡易な線形制御則を適用するためには、需要の変動がどの範囲にあれば、安定であるかを明確化する必要がある。

3. 安定性からみた線形制御則の適用範囲

3.1 制御則の簡単な推察

本制御則の安定範囲を明らかにするために、Fig. 1に示す簡単な制御対象を例として考察する。制御対象の特性は管路方程式に既知情報を与えると、つぎのような3変数による非線形代数方程式として表わせる。

$$42.8 - z - (200 \times x^{1.85} + 20 \times u \times x^2) = 0 \quad (12)$$

ここで、 z ：需要端の圧力、 u ：バルブの抵抗係数、 x ：流量（ここでは需要量に等しい）、既知情報として基準圧を42.8 mAq、管路抵抗を200、弁径によって定まるパラメータを20と設定した。これらは実システムにおける幹線管路の代表値である。 z 、 u 、 x の3変数の相互関係を表わしたものがFig. 2である。横軸に u を、縦軸に圧力 z をとり、需要量一定のときの u と z との関係を示したものである。たとえば、需要量0.1 m³/sのとき操作量 u が50であれば圧力は目標値の30 mAqになる。この値は、幹線管路の平均的

Fig. 1 Simple example of controlled system

Fig. 2 Control characteristic of linearized control law

(注2) $\text{Im}(C) \triangleq \{y : y \in Q \text{ \& \> } \exists x \in X, y = Cx\} \subset Q$

流量に相当する。

制御則の安定性を調べるために、制御則における感度を制御対象の需要量が $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ のときの感度に一致させ、需要変化に対する制御性を考える。ただし、バルブ重み係数を 0、圧力計測重みを 1 とする。

今、需要量が $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ から $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ に増加したときの制御について調べる。操作量 u が最初 50 であるとする、圧力は、 30 mAq (A 点) から 25 mAq (B 点) に下がる。A 点での感度をもち制御装置は、 25 mAq から制御目標値 30 mAq に達するよう C 点にバルブを動作させる ($u=25$)。しかし、制御対象は実際に $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ 線上の感度をもちため、その圧力は D 点にある。そこで制御装置は、E 点に移そうとして実際は F 点になる。これを繰り返して G 点の 30 mAq に落ち着く。

また、需要量が $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ から $0.08 \text{ m}^3/\text{s}$ に減少したときの制御特性は、Fig. 2 上の $A \rightarrow b(\rightarrow c) \rightarrow d(\rightarrow e) \rightarrow f \cdots \rightarrow g$ の順に推移する。以上からもわかるように、一般に需要量が減少したときは安定である。ただし、需要の大幅減については、制御回数は多くなる。一方、需要が増加したときには、安定になる場合と不安定になる場合がある。実用に際しては、必ず安定範囲内で制御できるように需要変化を区分分割して、本制御則を適用しなければならない。そのために、制御の安定限界を明らかにする。

Fig. 3 において、制御則のもつモデルの感度は a 線にあり、需要の増加によって対象の実際の感度は b 線にあるとする。 ΔP_1 を需要増加によって変化する圧力、 ΔP_2 を制御後の目標圧からの圧力変化とすると、

$$|\Delta P_1| < |\Delta P_2| \quad (13)$$

のとき、圧力目標値から発散し不安定になる。これを感度の関係式となるように書き変える。

Fig. 3 Stability of control law

$$\frac{|\Delta u| + \overline{oc}}{|\Delta P_1|} = \frac{|\Delta u|}{|\Delta P_0|} \text{ と } \overline{oc} = \frac{|\Delta u|}{|\Delta P_1|} |\Delta P_2| \text{ より}$$

$$|\Delta P_1| < |\Delta P_2| = \frac{(\Delta P_1)^2}{|\Delta P_0|} - |\Delta P_1| \text{ となり、感度}$$

で表わすと、

$$2 \left| \frac{\Delta P_0}{\Delta u} \right| < \left| \frac{\Delta P_1}{\Delta u} \right| \quad (14)$$

となる。これは、制御モデルの感度 $\Delta P_0/\Delta u$ の 2 倍より、対象の実際の感度 $\Delta P_1/\Delta u$ が大きくなった（絶対値の意味で、以下同じ）とき、不安定になることを示している。つまり、(14) 式の不等号を逆にした式は、(12) 式の既知情報の値にかかわらず成り立つ本制御則の安定条件である。たとえば、 $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ から $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ に需要増加したときには、安定条件式が、 $2 \cdot |-0.2| > |-0.288|$ であるから安定であるが、 $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ から $0.15 \text{ m}^3/\text{s}$ に需要増加したときには、 $2 \cdot |-0.2| < |-0.45|$ となるから不安定であることがわかる。

以上の簡単な考察から、非線形方程式で表わせる実対象を線形化したモデルで制御する場合、需要の変動についての安定範囲を定量的に示すことができた。つぎに大規模ネットワークをもつ実管路網のシミュレーションを行い、系の安定範囲について調べる。

3.2 大規模管路網によるシミュレーション実験

某市の配水管路網の実データをもとに安定性に関するシミュレーションを行う。対象とする管路網は、配水基地 6 箇所、バルブ設置点 8 箇所、圧力観測点 35 箇所、節点数 486 点、管路数 654 本が Fig. 4 のように配置されている。ただし、Fig. 4 は節点数、管路数を縮約している。需要量の変化については、Fig. 5 のように 8 個のレベルに分割して検証する。その各需要レベルについて制御量の操作量に対する感度行列を計算し、3 次元表示したのが Fig. 6 である。前節で考察したように、大規模網においても需要が増加するに

Fig. 4 Large scale water distribution network

Fig. 5 Time varying demand

(a) Lowest level of demand
(b) Middle level of demand
(c) Highest level of demand

Fig. 6 Sensitivity matrix

従って感度も大きくなることが図から読み取れる。需要の増減によって感度行列の形状も多少変化しているが、大局的には各感度行列が似た形状を示している。これより、前節で示した安定条件が大規模管路網にも成り立つことが期待できる。

Fig. 6 の管路網に対してシミュレーション実験を行い、その検証結果をまとめるとつぎのようになる。なお、目的関数の重み係数行列 $P=I$ (単位行列), $Q=$ 零行列とする。

(1) 感度を作成したときの需要より、管路網の需要が減少した場合

Fig. 7(a) に需要減少前のバルブ操作量の状態で需要が減少したときの目標圧からの圧力増加分を示したもので、(a') には数回の制御後に目標圧近くに落ち着いていることを示している。全ての観測点において基準値そのものに収束しないのは、オフセットではなく、管路網構造、バルブの点数・配置、観測点の点数・配置、さらには需要変化のしかたによって生じたものであり、厳密な意味では可制御でないことによると考えられる。需要が減少したときの制御特性を調べると安定で、ハンチングやオーバーシュートが発生しないことを確かめた。

(2) 感度を作成したときの需要より、管路網の需要が増加した場合

Fig. 7(b), (b') で示すように、バルブ未操作の状態で需要増により圧力減となり、数回のバルブ操作によってオーバーシュートしながらも圧力基準値に収束する。しかし、需要量が過大に増加すると、ハンチングを起し不安定になる。本制御則の適用上、どの程度まで需要が増加すると不安定になるかを調べる必要がある。8 個の需要レベルに対して、おのおのの感度を作成した基準点より需要を増加させ、安定性が保たれる範囲をシミュレーションにより求める。各需要レベルの安定限界にある需要について非線形の圧力最適化計算を行うことによって、限界点での感度を作成し、それらの感度の平均値と各需要レベルの感度の平均値を比較して安定性の評価を試みた。その結果が Fig. 8 である。需要レベル 3 から 8 では、安定範囲が、管路網のもつ感度に対して、制御モデルのもつ感度の 2 倍以下であれば安定していることがわかる。しかし、感度の小さな需要レベル 1, 2 ではそれが成り立たず、感度の 2 倍以下でも不安定になる。この原因は、感度作成のときの誤差が感度平均値に対し相対的に大きくなること、さらに、バルブが全閉状態となり最適操作量の算出に制約がついたことによるものである。大規模管路網についても、感度の小さくないところで操作量に制約がない場合には、感度の平均値の 2 倍以下の範囲で管路網を安定に保つことが理解できる。

(3) 空間的な需要の変動に対する制御性

制御基準値は、一つの空間的な需要分布によって求

(a) Not controlled case with demand increase
 (a') Controlled case with demand increase
 (b) Not controlled case with demand decrease
 (b') Controlled case with demand decrease

Fig. 7 Valve control's effect on pressure

Fig. 8 Evaluation of a stable limit by average of sensitivity matrix

められたものであり、地域的な需要変動に対する制御性についても検証する必要がある。設定した需要分布から需要増加した地域は圧力減少となり、需要減少した地域は圧力増になる。この圧力変動に対して、本制御則で制御した結果、需要増加地域に設置されている圧力計測量の操作量に対する感度が、制御モデルのその地域に対する感度の2倍以下であるほどの需要増加ならば、圧力目標値に落ち着き安定である。しかし、地域的で大幅な需要増に対しては、(2)で示したように、不安定になることを確認した。

4. 目的関数の重み係数の安定範囲への影響

4.1 操作量に対する重み係数の安定範囲への影響

本制御則の制御指標である(5)式においては、どのようにバルブ操作量や圧力計に対する重み係数を与えるかが問題である。しかし、一般に制御の目的にあった重みを与える指針となるとあいまいである。本節では、バルブ操作量に対する重み係数によって、本制御則の安定範囲を広くすることができ、さらにハンチングやオーバーシュートをなくすることも可能にできることを示す。

まず、3章1節で用いた管路の簡単な例を用いて調べる。0.1 m³/sから0.15 m³/sに需要増加したとき、バルブ重みを与えなければ不安定であった。しかし、たとえば、バルブ重み $Q=0.01$ を与えた制御ゲイン(11a)式より作成)で、0.15 m³/sの需要時の制御を安定にできる。つまり、制御ゲインの逆数(-0.25)の2倍(-0.5)より管路の感度(-0.45)が小さいとき、安定になることが3章1節と同様な考察によって得られる。また、系が安定でかつオーバーシュートが発生しないようにするには、今、制御しようとする管路網の感度の逆数より制御則のもつゲインを小さくするようにバルブ重み係数を決めればよい。たとえば、需要が0.1 m³/sから0.12 m³/sに増加したとき、オーバーシュートを起さないためには、バルブ重みを0.0176以上にすればよいことがわかる。

大規模管路網において、バルブ重み係数をつぎのような指針で決定した。各需要レベルにおいて、その上位の需要レベルに対し、ハンチングやオーバーシュートが起らないようにバルブの重みを修正する。なぜなら、重みを過大にすると、その需要レベルでの感度行列の値をほとんど無視したゲインを作成することになり、また、制御の即応性も悪くなる。したがって、上位需要レベルの変動幅に対して、オーバーシュートを避ける位がよいと考えるためである。このようにすると、ほとんどの需要レベルでバルブ重み係数は、ほぼ同一にみなすことができる。なぜなら、バルブ重み係数を含む各ゲインが上位需要レベルのバルブ重み0のときのゲインに近い値に分布するからである。このよ

Fig. 9 Effect of the weight coefficient

うに、バルブ重み係数を決定することによって、安定性の範囲を広くし、かつ、オーバーシュートなどによるバルブの疲弊や管路への水撃を減少させることができる。この結果をシミュレーションにより比較検証すると、Fig. 9 のような効果が得られる。

4.2 観測量に対する重み係数の決定

おのおのの圧力計に対して重み係数を全て同一にした場合より、各圧力計に個別の重み係数を与えたほうが、目的に合った制御ができる。ここでは、つぎのような指針によって重みを決めた。

(1) 地域的な需要量に応じた重みの決定

需要量の管路網における分布は、通常人口の分布と類似したものであり、需要量の分布に対応した観測量の重み係数の決定は妥当と考える。そこで、一つの圧力計によって代表される地域に含まれる需要端⁶⁾の需要量を、その圧力計に対応する重みとする。

(2) バルブ操作の有無で圧力の影響が大きい地域

バルブ操作の有無によって敏感に圧力が影響する地域は、バルブ設置位置の下側（流れの下側）に多く分布し、他の地域を目標値に維持するために、圧力が犠牲になる可能性が高い。このような地域を代表する圧力計には重みを大きくとる。

5. 実負荷データによるシミュレーション実験

某市の大規模管路網における総配水量の時間的变化を示す実データを利用して、提案した線形制御則を需要の大きさに応じて区分分割し、分割点での固有のゲインを複数個用いることに

よってフィードバック制御するというシミュレーション実験を行う。これによって、区分線形化法のフィードバック制御が配水管路網に適用可能であることを示す。

需要量の時間変化をどのように区分分割するかが、一つの問題である。ここでは、前述した需要量を等分割したときの感度を用いる。より需要量レベルを細かく分割してもよいが、記憶容量の節約や、感度の切換回数を少なくしたいこと、さらに、多くの区分を作らずとも安定でかつオーバーシュートの少ないように重みなどを設定できるからである。また、感度の小さな需要レベル 1, 2 に関しては、前述の理由からこれを棄却し、需要レベル 3 から 8 までの 6 区分によりシミュレーション実験を行う。

各感度行列から作成したゲインを個別に用いて、1 日の実需要変化のどの範囲に対して本制御則が適用可能かを上記大規模管路網で検証した結果を Fig. 10 に示す。ここで適用可能な範囲とは、系が安定に保たれオーバーシュートが実用上問題でないほど少ない範囲、さらに、制御の即応性がよい範囲である。図に示すように、適用可能な範囲が非常に広いことがわかる。

本方式の運用として、たとえば、夜間時にはレベル③のゲインによって制御を行い、朝の 7 時から 8 時頃の間にはレベル⑦のゲインに切換えるというように、昼と夜の二つの需要変化に対し、区分線形化法によるフィードバック制御が大規模配水管路網に適用できることを示している。

区分線形化法によるフィードバック制御の特長は、制御則の簡易化にあり、計算時間、計算容量ともマイクロコントローラでも十分実行可能な方法である。

Fig. 10 Applicability range of linearized model

6. あとがき

大規模管路網を制御するうえで難点であった操作量算出時間の高速化対策として、需要量の大きさに応じて制御モデルを線形化した制御則の提案を行った。実用上の観点から、圧力、需要、操作量が相互に非線形現象を示す配水系統に対して線形制御則を用いるために生じる制御モデルの安定範囲と適用範囲を明確化することが重要であると考え、簡単な制御対象による考察から、定量的安定範囲を導いた。また、大規模管路網でもほぼ同様な安定範囲を得ることを、シミュレーションにより確認した。さらに、目的関数の重み係数により安定範囲への影響についても考察し、制御系設計上有用な知見を得た。

本研究を進めるに当り技術的な御討議をいただいた東北大学工学部 木村正行教授にお礼申し上げます。

また、本研究の機会を与えてくださった(株)日立製作所システム開発研究所所長 三浦武雄博士をはじめとする関係者の方々に深謝します。

参 考 文 献

- 1) 福田，他：上水道の送配水網の制御，電学誌**101-3**，200/203 (1981)
- 2) 宮岡，他：非線形最適化法の利用による配水管路網の運用計画，電学会全大，1368 (1981)
- 3) 小沢，他：配水管網における末端保持プログラム，三菱電技報，55年4月 (1980)
- 4) 築山，他：ファジー理論にによる配管網内需要推定，電学会研究会資料，IA-81-2 (1981)
- 5) 常松：管路水輸送システムのグラフ理論的解析，土木学会論文集，P.229 (1974)
- 6) 長谷川，他：配水コントロールのための監視・制御点設置位置決定法の開発，水道研究発表会 228/230 (1978)
- 7) 小沢，他：配管網ネットワーク的解析，第27回全水研究講演集 67/68 (1976)