<ショート・ペーパー>

プラント入力に振幅制限のある場合のモデル規範形適応制御系の一構成法*

藤井省三*・水野直樹*

Construction of a Discrete MRACS for Plants with the Restriction of Input Amplitude

Seizo FUJII* and Naoki MIZUNO*

1. 緒言

モデル規範形適応制御系の設計法に関しては、最近プラントの零点が安定であるという十分条件のもとで、プラントの入出力信号の有界性、出力誤差の零への収束が保証されることが示されている^{1),2)}。しかるに、実際にはパラメータの初期値などによってはプラント入力が一時的に非常に大きくなり、実用上好ましくない。また、実際のシステムでは必ず入力に飽和をもつため、それを考慮することなく設計された適応制御系の制御経過はよいとはいえ安定性もはっきりしない。一方、入力の飽和を積極的に導入してプラント入力を制限することは制御経過の安定化、ひいては危険防止に役立ちうる。大川・米沢は離散時間系に対し、プラント入力の振幅制限をプラントの入出力の有界性を積極的に実現する手段とした設計法³⁾を示しているが、その仮定の妥当性が明らかでない。本論文では、安定な離散時間系において、プラント入力に振幅制限の存在する場合にも対応が可能な制御系が簡潔に構成できることを示し、シミュレーションによってその有効性を明らかにする。

2. 問題の設定

ここでは、1入力1出力のプラントを離散時間で適応制御を行う場合を考え、つぎのように記述する。

$$y(k) = \sum_{i=1}^n a_i' y(k-i) + \sum_{i=0}^m b_i' u(k-l-i) \quad (1)$$

ここで、 $y(k)$ 、 $u(k)$ はそれぞれ k 時点におけるプラントの出力および入力であり、 a_i' 、 b_i' はプラントの未知パラメータで、 b_0' は符号が既知で零でないとする。 l はプラントのむだ時間を表す1以上の既知整数である。また、プラントは安定で、その零点は全て z 平面の単位円内に存在するものと仮定する。さらに、プラント入力 $u(k)$ には次式で示すような振幅制限が存

在するものとする。

$$|u(k)| \leq R, \quad R > 0 \text{ で既知} \quad (2)$$

制御系の構成に先立ち(1)式で書き表わされるプラントをつぎのような予測モデル表現に書き改める。

$$y(k+l) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{m+l-1} b_i u(k-i) \quad (3)$$

ここで、 a_i 、 b_i はそれぞれ a_i' と l 、 a_j' 、 b_j' と l によって定まる未知定数で、 $b_0 = b_0'$ である。ここで考える制御の目的は、与えられた有界な目標値 $y^*(k)$ にプラント出力 $y(k)$ を追従させる入力を $|u(k)| \leq R$ の条件のもとで構成することである。

3. 適応制御系の構成

つぎに、プラント出力と目標値との誤差、パラメータ誤差を

$$\left. \begin{aligned} e(k) &= y^*(k) - y(k) \\ d_i &= \theta_i - a_i \quad (i=0, 1, \dots, n-1) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

で定義する。ただし、 θ_i は任意定数とする。

(4)式中、目標値 $y^*(k)$ の数列は既知で、 k 時点で $y^*(k+l)$ が入手可能であればよく、たとえば次式で表わされる規範モデルの出力とする。

$$y^*(k) = \sum_{i=1}^n a_i'^* y^*(k-i) + \sum_{i=0}^m b_i'^* r(k-l^*-i) \quad (5)$$

ただし、 $l^* \geq l$ で、 $a_i'^*$ 、 $b_i'^*$ は規範モデルが安定で、有界な規範入力 r に対して望ましい応答となるよう、あらかじめ設計者が決定する。(3)、(4)式より誤差方程式はつぎになる。

$$\begin{aligned} e(k+l) &= y^*(k+l) - \sum_{i=0}^{n-1} \theta_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{n-1} d_i y(k-i) \\ &\quad - \sum_{i=0}^{m+l-1} b_i u(k-i) \end{aligned} \quad (6)$$

さらに、(6)式の両辺に $\alpha e(k+l-1) + \beta e(k+l-2)$ (ただし、 $z^2 + \alpha z + \beta$ が安定多項式となるよう α 、 β を選定する)を加え、

$$\left. \begin{aligned} e_f(k) &= e(k) + \alpha e(k-1) + \beta e(k-2) \\ y_f(k) &= y(k) + \alpha y(k-1) + \beta y(k-2) \\ y_f^*(k) &= y^*(k) + \alpha y^*(k-1) + \beta y^*(k-2) \\ u_f(k) &= u(k) + \alpha u(k-1) + \beta u(k-2) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

と置くと、(6)式は次式となる。

† 第24回自動制御連合講演会で発表(昭56・11)

* 名古屋工業大学工学部 名古屋市昭和区御器所町

* Nagoya Institute of Technology, Nagoya

(Received December 10, 1981)

(Revised June 10, 1982)

Keyword: adaptive control, model reference control, discrete time system, input saturation

$$e_f(k+l) = y_f^*(k+l) - \sum_{i=0}^{n-1} \theta_i y_f(k-i) + \sum_{i=0}^{n-1} d_i y_f(k-i) - \sum_{i=0}^{m+l-1} b_i u_f(k-i) \quad (8)$$

つぎに、プラント入力 $u(k)$ をその振幅制限を考慮して次式を用いて発生させる。

$$u(k) = \begin{cases} u_c(k) & , |u_c(k)| \leq R \\ R \operatorname{sgn}(u_c(k)) & , |u_c(k)| > R \end{cases} \quad (9)$$

ただし、信号 $u_c(k)$ は推定パラメータを用いて、

$$u_c(k) = 1/b_0(k) \left[y_f^*(k+l) - \sum_{i=0}^{n-1} \{\theta_i + \hat{d}_i(k)\} \times y_f(k-i) - \sum_{i=1}^{m+l-1} \hat{b}_i(k) u_f(k-i) \right] - \alpha u(k-1) - \beta u(k-2) \quad (10)$$

により、計算される。ここで、(10)式右辺に含まれる入力情報として、 u_c ではなく u_f , u が入ることに注意されたい。また、(7), (9), (10)式より、信号 $u_f(k)$ を求めると、つぎになる。

$$u_f(k) = 1/b_0(k) \left[y_f^*(k+l) - \sum_{i=0}^{n-1} \{\theta_i + \hat{d}_i(k)\} \times y_f(k-i) - \sum_{i=1}^{m+l-1} \hat{b}_i(k) u_f(k-i) \right] + (u(k) - u_c(k)) \quad (11)$$

上式を(8)式に代入して整理すると、

$$e_f(k+l) = (\hat{g}^T(k) + \theta^T - g^T) \delta(k) - \hat{b}_0(k) (u(k) - u_c(k)) \quad (12)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \hat{g}^T(k) &= [\hat{d}_0(k), \dots, \hat{d}_{n-1}(k), \hat{b}_0(k), \dots, \hat{b}_{m+l-1}(k)] \\ \theta^T &= [\theta_0, \dots, \theta_{n-1}, 0, \dots, 0] \\ g^T &= [d_0, \dots, d_{n-1}, b_0, \dots, b_{m+l-1}] \\ \delta^T(k) &= [y_f(k), \dots, y_f(k+1-n), \\ &\quad u_f(k), \dots, u_f(k+1-m-l)] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

である。(12)式中の右辺第2項はプラント入力に振幅制限が存在することにより生ずる項で、 $|u_c(k)| \leq R$ のとき零となる。この(12)式中の推定パラメータベクトル $\hat{g}(k)$ を、Landau により提案されたつぎのような一般的なアルゴリズム⁴⁾によって調整する。

$$\hat{g}(k) = \hat{g}(k-1) + F(k) \delta(k-l) \nu(k) \quad (14)$$

$$F(k) = \frac{1}{\lambda_1(k-1)} \left[F(k-1) - \frac{F(k-1) \delta(k-l-1) \delta^T(k-l-1) F(k-1)}{\lambda_1(k-1) + \delta^T(k-l-1) F(k-1) \delta(k-l-1)} \right] \quad (15)$$

$$\nu(k) = \frac{y_f(k) - \hat{g}^T(k-1) \delta(k-l)}{1 + \delta^T(k-l) F(k) \delta(k-l)} \quad (16)$$

ここで、 $F(0) > 0$, $0 < \lambda_1(k) \leq 1$, $0 \leq \lambda_2(k) < 2$ である。この適応則を用いたとき、プラント入力に振幅制限が存在しなければ $k \rightarrow \infty$ で $e(k) \rightarrow 0$ が保証される。

4. 収束性の検討

ここでは、プラント入力に振幅制限が存在する場合を考えているので、それを考慮して出力誤差の零への収束を検討する。(14)~(16)式の適応則を用いるとき、 $\lim_{k \rightarrow \infty} |u_c(k)| \leq R$ となれば $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$ は明かなので、 $k \rightarrow \infty$ で $|u_c(k)| \leq R$ が成立するか否かを検討する。シミュレーションによると推定パラメータ $\hat{b}_0(k)$ の収束値によっては $k \rightarrow \infty$ で $|u_c(k)| > R$ となり、プラントの入力が制限値に固定される現象が生じ、実用上問題となる。そこで、以下では、そのような現象の生じる条件を考察し、プラントが安定で、そのパラメータ b_0 の符号が既知であれば、常にこの現象を避けることができることを示す。

いま、目標値 $y^*(k)$ の定常値は $|u(k)| \leq R$ なるプラント入力で実現できるとする。たとえば、プラントが安定で、ステップ的な規範入力に対する目標値変化では次式が成立する。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |y^*(k)| \leq \left| \sum_{i=0}^{m+l-1} b_i \right| \left(1 - \sum_{i=0}^{n-1} a_i \right) \cdot R \quad (17)$$

この仮定のもと、 $k \rightarrow \infty$ で適応誤差が零に収束し、かつプラント入力が制限に固定される場合を考える。すなわち、 $\nu(k) = 0$, $u(k) = R$, ($|u_c(k)| > R$) で、これは(12)~(16)式より $e(k) \neq 0$ の場合である。このとき、矛盾が生ずることを示す。プラントが安定で、その入力が制限値に固定されているので、次式が成立する。

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} y(k) &= y^\infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} y_f(k) = y_f^\infty \\ y^\infty &= \sum_{i=0}^{m+l-1} b_i \left(1 - \sum_{i=0}^{n-1} a_i \right) \cdot R, \\ y_f^\infty &= (1 + \alpha + \beta) \cdot y^\infty \end{aligned} \quad (18)$$

また、以下ではプラントの DC ゲイン $\left(\sum_{i=0}^{m+l-1} b_i \right) \left(1 - \sum_{i=0}^{n-1} a_i \right)$ は正、 b_0 も正として議論しても一般性を失わない。推定パラメータ $\hat{d}_i(k)$, $\hat{b}_i(k)$ に関して、 $\nu(k) = 0$ より、つぎの式が成立する。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{d}_i(k) = \hat{d}_i^\infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{b}_i(k) = \hat{b}_i^\infty \quad (19)$$

したがって(7), (13), (16)式より信号 y_f^∞ は

$$y_f^\infty = (1 + \alpha + \beta) \left(\sum_{i=0}^{m+l-1} \hat{b}_i^\infty \right) \left(1 - \sum_{i=0}^{n-1} (\theta_i + \hat{d}_i^\infty) \right) \cdot R \quad (20)$$

と表わされる。(10), (18)~(20)式より, $u_c(k)$ はつぎになる.

$$\begin{aligned} u_c(k) &= 1/b_0 \left[y_f^*(k+l) - \sum_{i=0}^{n-1} (\theta_i + \hat{d}_i) y_f^* \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^{m+l-1} \hat{b}_i (1+\alpha+\beta) \cdot R \right] - (\alpha+\beta) R \\ &= 1/b_0 \left[y_f^*(k+l) - (1+\alpha+\beta) \right. \\ &\quad \left. \times \left(\sum_{i=0}^{m+l-1} b_i \right) / \left(1 - \sum_{i=0}^{n-1} a_i \right) \cdot R \right] + R \quad (21) \end{aligned}$$

(21)式中, 右辺第一項の大カッコ内は(17)式の仮定より負となる. このとき, (14)~(16)式のアルゴリズムにおいて $\lambda_1(k)$, $\lambda_2(k)$ を制約内で変化させることにより, 常に $\hat{b}_0(k)$ の符号を正にできるので, $|u_c(k)| \leq R$ となって最初の設定に矛盾する.

$k \rightarrow \infty$ で $v(k)=0$, $u(k)=-R(|u_c(k)| > R)$ かつ $e(k) \neq 0$ でも同様に矛盾を生じる. したがって, u が制限値に固定されて, かつ $e(k) \neq 0$ は起らない. なお, 入力が制限値に固定される以外の不都合な現象は, シミュレーション等において見出されていないので, その場合には $k \rightarrow \infty$ で $e(k) \rightarrow 0$ となる.

5. 数値計算例

ここで構成した制御法の妥当性を検討するため, つぎのような3次系を例とし, 規範入力がステップ的变化の場合のシミュレーションを行った. (1)式のプラントにおいて, $a_0=2.14$, $a_1=-1.92$, $a_2=0.507$,

Fig. 1

$b_0=0.00838$, $b_1=0.00355$, $b_2=0.00447$, $l=1$ とする. また, (5)式の規範モデルにおいて, $a_1^*=2.46$, $a_2^*=-2.03$, $a_3^*=0.560$, $b_0^*=0.0511$, $b_1^*=-0.00269$, $b_2^*=-0.0394$, $l^*=1$ とした. 設計パラメータはつぎの値とした.

$\theta_i=0(i=0, 1, 2)$, $\hat{b}_0(0)=b_0^*$, $\alpha=\beta=0$, $\lambda_1(k)=\lambda_2(k)=1$ (最小2乗法に相当) さらに, プラント入力の振幅制限値は $R=\infty, 10, 2$ の3通りとした.

Fig. 1 にシミュレーション結果を示す.

この例では目標値を定常的に実現するプラント入力は約0.7であるが, 入りに振幅制限のない場合, プラント出力は一時的に大きくなり, その入力は過渡的に非常に大きな値となる (縦軸における10→100の目盛間隔に注意されたい). さらに, この例ではプラントが-0.97という減衰の悪い零点をもつため, 入力が定常値に近づくのに長い時間を要し, 実用上好ましくない. これに対して, 入力の振幅制限値を10とした場合, 出力は過渡的に大きくずれることなく制御性能は改善される. さらに, 入力の振幅制限値を2と非常に厳しくした場合には, 過渡的に遅れが生じ, 追従が不可能であるのは当然であるが, 目標値付近に達してから制御経過は特に支障なく良好である. なお, 設計パラメータを変えた場合, 目標値を正弦波状とした場合などのシミュレーションを行い, 問題の生じないことを確認している.

6. 結 言

安定な離散時間系に対し, プラント入力に振幅制限の存在する場合に対応が可能なモデル規範形適応制御系の一構成法を示し, シミュレーションによりその有効性を明らかにした. なお, 不安定系にも対応可能な構成法の開発および, ここで取扱った以外の不都合な現象が生じないことの理論的解明は今後の課題である.

参 考 文 献

- 1) G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Caines: Discrete-Time Multivariable Adaptive Control, IEEE Trans. AC-25-3, 449/456 (1980)
- 2) 藤井, 水野: 離散時間モデル規範形適応制御系の一設計法, 計測自動制御学会論文集, 17-1, 16/22 (1981)
- 3) 大川, 米沢: 入力振幅に制限のあるモデル規範形離散値適応制御系の設計, 第6回システムシンポジウム資料, 329/334 (1980)
- 4) L. Lozano and I. D. Landau: Redesign of Explicit and Implicit Discrete Time Model Reference Adaptive Schemes, International J. of Control, 33-2, 247/268 (1981)