低次元化モデルを用いた原子力プラントの外乱推定

田 嶋 眞 一*・若 林 二 郎*

Disturbance Estimation of Nuclear Power Plant by Using Reduced-Order Model

Shin-ichi TASHIMA* and Jiro WAKABAYASHI*

An estimation method is proposed of multiplex disturbances which occur in a nuclear power plant. The method is composed of two parts: (i) the identification of a simplified model of multi-input and multi-output to describe the related system response, and (ii) the design of a Kalman filter to estimate the multiplex disturbance.

Concerning the simplified model, several observed signals are firstly selected as output variables which can well represent the system response caused by the disturbances. A reduced-order model is utilized for designing the disturbance estimator. This is based on the following two considerations. The first is that the disturbance is assumed to be of a quasistatic nature. The other is based on the intuition that there exist a few dominant modes between the disturbances and the selected observed signals and that most of the non-dominant modes which remain may not affect the accuracy of the disturbance estimator.

The reduced-order model is furtherly transformed to a single-output model using a linear combination of the output signals, where the standard procedure of the structural identification is evaded. The parameters of the model thus transformed are calculated by the generalized least square method.

As for the multiplex disturbance estimator, the Kalman filtering method is applied by compromising the following three items: (a) quick response to disturbance, (b) reduction of estimation error in the presence of observation noises, and (c) the elimination of cross-interference between the disturbances to the plant and the estimates from the Kalman filter.

The effectiveness of the proposed method

is verified through some computer experiments using a BWR plant simulator.

Keyword: nuclear power plant, disturbance estimation, reduced order model, identification, Kalman filter

1. 緒 言

原子力プラントなどの大規模システムにおいて、事故に直結するような重大な障害ではないが、長期間存在することにより、故障に発展する可能性のある軽微な異常が発生したとき、その原因となっている外乱の種類を判別し、さらにその大きさを推定することは、その外乱を早期に取り除き、炉停止に至るような故障を未然に防止するためにも重要である。この問題において筆者らは異常をいくつかのカテゴリーに分類し、あるカテゴリーに属すると判断されたものに対して、簡単なフィルタを用いて異常の推定を行う方法を提案したり^{1),2)}。しかしながら、これらの方法は単一外乱について論じたものであり、ある異常が発生し、それに対する操作を操作員が誤ったような場合や、ある異常が発生したとき、運転状態が変化することにより、それまで表面にでなかった異常（たとえば、バルブの固着等）が現れる場合をも含めた多重異常について適用することができなかった。本論文では、大規模なプラントを多入力多出力の低次元化モデルとして同定し、このモデルに対してフィルタを構成することにより、多重異常を含む外乱推定を行う方法について述べ、計算機シミュレーションによりその有効性を確かめた。

2. 問題の設定

プラントの外乱推定について考える。いま、プラントの外乱応答を

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2)$$

とする。ここで、 $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^l$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{l \times n}$, $D \in R^{l \times m}$ とする。さらに、

* 京都大学原子エネルギー研究所 宇治市五ヶ庄

* Institute of Atomic Energy, Kyoto University, Uji
(Received February 22, 1982)

(Revised October 6, 1982)

a) (1), (2) 式のシステムは、可制御、可観測かつ cyclic (3)

b) 行列 A は安定かつ正則 (4)

c) $\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = n+m$ (5)

を仮定する。このとき、入力 u の差分 $\tilde{u}$ を新たな入力とするシステム

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\tilde{u}(k) \quad (6)$$

$$y(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k) \quad (7)$$

を考えると、 u を状態として含むことから、(1), (2) 式における外乱推定は、(6), (7) 式における状態推定となる。ここで

$$\tilde{A} \triangleq \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} \triangleq \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} \triangleq [C \ D], \quad \tilde{x} \triangleq \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (8)$$

である。状態推定を行う方法として、Luenberger のオブザーバや Kalman フィルタなどが考えられるが、本論文では、外乱に対する速応性と観測雑音の影響の低減とのトレードオフの実現の容易なことや、最適レギュレータの双対であることからフィルタ利得行列の要素が過大となることが少なく、プラントの特性の変化に対して robust なことが期待できる Kalman フィルタを用いる。このようにして構成した外乱推定のためのブロック線図を Fig. 1 に示す。ここで、 u は外乱、 y は出力、 w は観測雑音、 $\hat{u}$ は外乱推定量である。

いくつかの外乱とそれに対して適当に選ばれた出力との間の入出力関係には、支配的なモードとそうでないモードが存在する。観測雑音が存在するため、外乱推定という観点からみれば、支配的でないモードはあまり有効でないうえに推定器の次数を上げ複雑にする。また長期間プラントに存在することにより故障に発展する可能性のある外乱の推定を目的とすることから、ここで対象となる外乱は定常的あるいは変化の緩やかなものと考えることができる。したがって、プラントの比較的早いモードはほぼ定常状態に達しているとして直達分で近似できる。これらのことから、(1), (2) 式とし低次のモデルを用いて外乱推定を行うことが有効でもあると考えられる。本論文では、この低次元モデルをプラントの入出力データから同定する。しかしながら、外乱を入力と考えることから、同定のための入出力データを実プラントの過去の運転経験や起動試験時に得ることを考えたとき同時に複数種類の

Fig. 1 Block diagram of disturbance estimation

外乱が生じているような場合は考え難い。ここでは、1 種類の外乱のみを加えたときの、入出力データ ($\{u_i(k), y_i(k), k=1, 2, \dots, N_i, i=1, 2, \dots, M\}$) をいくつか用いて、 A, B, C および D を推定する。このとき、得られたモデルが与えられた有限長のデータをよく表わすことを目標とする。なお、低次元化モデルの次数は、外乱推定まで含めて試行錯誤を繰返して定める。

3. A および B の推定

一般に、多出力系の同定を行う場合、まず構造同定という面倒な問題を解かなければならない。ところが、Gupta ら³⁾は仮定 a) のもとでシステムの出力の線形結合を新たな出力と考えることにより、構造同定を必要としない多出力系の同定法を提案した。本論文においても単一出力系に帰着させて考えるが、得られた低次元化モデルが、与えられた入出力データを最小 2 乗の意味でよく表現するように、同定アルゴリズムとして一般化最小 2 乗法を用いる。

任意の $\alpha \in R^l$ に対して、(1), (2) 式から単一出力系

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

$$z(k) = \alpha^T y(k) = \alpha^T Cx(k) + \alpha^T Du(k) \quad (9)$$

が得られる。仮定 a) から、ほとんどすべての α に対して、(1), (9) 式のシステムは可観測である。可観測ならば、一般性を失うことなく

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-1} \\ -a^T \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1^T \\ \vdots \\ b_n^T \end{bmatrix}, \quad \alpha^T C = [1 \ 0 \dots 0] \\ \alpha^T D = b_0^T, \quad a^T = [a_n \dots a_1] \quad (10)$$

とすることができる。このとき、(1), (9) 式から

$$z(k+i) = \varepsilon_{i+1}^T x(k) + \sum_{j=0}^i b_j^T u(k+i-j) \\ (i=0, 1, \dots, n-1) \quad (11)$$

$$z(k+n) = -a^T x(k) + \sum_{j=0}^n b_j^T u(k+n-j) \quad (12)$$

が得られる。ここで

$$\varepsilon_i^T = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & i-1 & & & m-i \end{bmatrix} \quad (13)$$

である。(11), (12) 式から ARMA モデル

$$z(k+n) + \sum_{i=1}^n a_i z(k+n-i) = \sum_{i=0}^n \beta_i^T u(k+n-i) \quad (14)$$

が得られる。ARMA パラメータと (10) 式の間には

$$\begin{bmatrix} \beta_0^T \\ \beta_1^T \\ \vdots \\ \beta_n^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ a_1 & \dots & 1 \\ \vdots & \dots & \vdots \\ a_n & \dots & a_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^T \\ b_1^T \\ \vdots \\ b_n^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

の関係がある。いま(14)式に観測雑音を含めて簡単のために

$$z(k+n) = Z^T(k)\theta + \alpha^T w(k+n) \quad (16)$$

と表わす。ここで

$$Z^T(k) \triangleq [z(k) \cdots z(k+n-1) \quad u^T(k) \cdots u^T(k+n)] \quad (17)$$

$$\theta^T \triangleq [-a_n \cdots -a_1 \quad \beta_n^T \cdots \beta_0^T] \quad (18)$$

である。このとき、 $(\{u_i(k), z_i(k) = \alpha^T y_i(k), k=1, 2, \dots, N_i\}, i=1, 2, \dots, M)$ に対して、一般化最小2乗法を適用し、 A および B を推定する。すなわち

a) パラメータ θ を評価関数

$$J = \sum_{i=1}^M q_i \left(\sum_{k=1}^{N_i-n} |z_i(k+n) - Z_i^T(k)\theta|^2 \right) \quad (19)$$

が最小となるように選ぶことにより

$$\theta = \left(\sum_{i=1}^M q_i \Omega_i \Omega_i^T \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^M q_i \Omega_i \omega_i^T \right) \quad (20)$$

を得る。ここで、 Z_i は(17)式において $\{u_i(k), z_i(k)\}$ を用いたものであり

$$\Omega_i \triangleq [Z_i(1) \cdots Z_i(N_i-n)] \quad (21)$$

$$\omega_i \triangleq [z_i(n+1) \cdots z_i(N_i)] \quad (22)$$

である。また q_i は入出力データの組に対する重みで

$$q_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^M q_i > 0 \quad (24)$$

とし、同定された低次元化モデルの応答が、与えられた入出力データにほぼ同様に一致するように q_i を変更し、再度同定を行うものである。

b) a)で得られた θ のもとで、(16)式における残差列 $(\{e_i(k) \triangleq z_i(k) - Z_i^T(k-n)\theta, k=n+1, \dots, N_i\}, i=1, 2, \dots, M)$ が白色雑音 $\{\gamma_i(k)\}$ から p 次のARモデル

$$e_i(k+p) + \sum_{j=1}^p \gamma_j^i e_i(k+p-j) = v_i(k) \quad (25)$$

で生成される有色雑音であると仮定し、評価関数

$$J_i = \sum_{k=n}^{N_i-p} |e_i(k+p) - E_i^T(k)\gamma_i|^2 \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (26)$$

を最小とするようにARパラメータ $(\gamma_i^T \triangleq [\gamma_p^i \cdots \gamma_1^i], i=1, 2, \dots, M)$ を選ぶことにより

$$\gamma_i = (\Pi_i \Pi_i^T)^{-1} \Pi_i \pi_i^T \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (27)$$

を得る。ここで

$$\begin{aligned} E_i^T(k) &\triangleq [e_i(k) \cdots e_i(k+p-1)] \\ \Pi_i &\triangleq [E_i(n) \cdots E_i(N_i-p)] \\ \pi_i &\triangleq [e_i(n+p) \cdots e_i(N_i)] \\ &\quad (i=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (28)$$

である。

c) b)で求め γ_i たを用いて、残差を白色化することにより

$$\bar{z}_i(k) = z_i(k) + \sum_{j=1}^p \gamma_j^i z_i(k-j) \quad (29)$$

$$\bar{u}_i(k) = u_i(k) + \sum_{j=1}^p \gamma_j^i u_i(k-j) \quad (30)$$

から、 $(\{\bar{u}_i(k), \bar{z}_i(k), k=1, 2, \dots, N_i\}, i=1, 2, \dots, M)$ を得る。

d) a)で求めたARMAパラメータが収束すれば、これらの手続きを終る。収束しなければc)で得られたデータを用いて、a)へ戻り以上の手順を繰返す。ただし、適当な回数の繰返しの後、収束しなければARMAモデルの次数 n を変更し、再度同定を行う。

4. CおよびDの推定

与えられた有限長の入出力データをよく表現する低次元化モデルを得ることが目的であることから、ここでは、前章で得られたパラメータのもとで最適な C および D を推定する。(11)式をまとめて

$$\bar{z}(k) = x(k) + F \bar{u}(k) \quad (31)$$

と表わすことができる。ここで

$$\bar{z}^T(k) = [\bar{z}(k) \cdots \bar{z}(k+n-1)] \quad (32)$$

$$\bar{u}^T(k) = [u^T(k) \cdots u^T(k+n-1)] \quad (33)$$

$$F = \begin{bmatrix} b_0^T & & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ b_n^T & \cdots & b_0^T \end{bmatrix} \quad (34)$$

である。これから、(2)式は

$$y(k) = [C \ D] G \bar{z}(k) \quad (35)$$

となる。ここで

$$G = \begin{bmatrix} I_n & -F \\ 0 & I_m & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\bar{Z}^T(k) = [\bar{z}(k) \cdots \bar{z}(k+n-1) \quad u^T(k) \cdots u^T(k+n-1)] \quad (37)$$

である。このとき、 $[C \ D]$ を評価関数

$$J' = \sum_{i=1}^M q_i \left(\sum_{k=1}^{N_i-n+1} |y_i(k) - [C \ D] G \bar{z}_i(k)|^2 \right) \quad (38)$$

が最小となるように選ぶことにより

$$[C \ D] = \left(\sum_{i=1}^M q_i \bar{\omega}_i \bar{\Omega}_i^T G^T \right) \left(\sum_{i=1}^M q_i G \bar{\Omega}_i \bar{\Omega}_i^T G^T \right)^{-1} \quad (39)$$

を得る。ここで、 $\bar{Z}_i$ は(37)式において $\{u_i(k), z_i(k)\}$ を用いたものであり

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_i &= [\bar{Z}_i(1) \cdots \bar{Z}_i(N_i-n+1)] \\ \bar{\omega}_i &= [y_i(1) \cdots y_i(N_i-n+1)] \\ &\quad (i=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (40)$$

である。

5. Kalman フィルタ

入力に積分器を仮想した(6), (7)式のシステムに対して Kalman フィルタ

$$\xi(k) = (I - P\tilde{C}^T W^{-1} \tilde{C}) \tilde{A} \xi(k-1) + P\tilde{C}^T W^{-1} y(k) \quad (41)$$

を構成する。ここで, $\xi^T \triangleq [\hat{x}^T \hat{u}^T]$ であり, $\hat{x}$, $\hat{u}$ はそれぞれ x , u の推定値である。また, P は Riccati 方程式

$$\tilde{A}P\tilde{A}^T - P - P\tilde{C}^T(W - \tilde{C}P\tilde{C}^T)^{-1}\tilde{C}P + \tilde{B}U\tilde{B}^T = 0 \quad (42)$$

の正定解である。さらに, W は正定行列, U は非負定行列である。このとき, Fig. 1 全体を一つのシステムとしてみるとき

a) u から $\hat{u}$ における非干渉性

b) u から $\hat{u}$ における速応性

c) w から $\hat{u}$ における低利得性

を有することが望ましい。ここで, a) は過渡状態において誤って他の外乱と推定しないためであり, b) は外乱をすみやかに推定するためであり, c) は観測

雑音の影響を軽減するためである。a) から c) の性質を同時に満たす Kalman フィルタを得るための, 重み行列 U および W を直接与える方法は見出されていない。したがって, 実際には CAD (計算機援用設計法) などを用いて, 試行錯誤法により適当な重み行列 U および W を探索するものとする。

6. 例 題

上述の方法の有効性を確かめるために, 計算機シミュレーションを行った。対象としたシステムは, Fig. 2 に示す BWR (Boiling Water Reactor) プラントモデルであり, 非線形 31 次微分方程式で記述されている。外乱として, バイパス弁蒸気漏れ b (主蒸気流量定格値の 0~10%), 負荷要求変動 l (定格値の 0~20% 減少), 反応度異常 ρ ($-0.065\% \sim +0.065\%$) の 3 種類を考え

$$u^T = [b \ l \ \rho] \quad (43)$$

とする。多数のプロセス信号の中から, 物理的考察の結果, 観測信号として, 中性子束密度 n , タービン入口圧力 p , 主蒸気流量 f , 再循環流量制御信号 r を選び

$$y^T = [n \ p \ f \ r] \quad (44)$$

Fig. 2 Boiling Water Reactor (BWR) model

とする。このモデルを用いて 300 秒間のシミュレーションを行い、0.3 秒ごとに 1000 点のデータを得た。ここで外乱として

$$u_i(t) = \begin{cases} \bar{u}_i(t/50) & (t \leq 50) \\ \bar{u}_i & (t > 50) \end{cases} \quad (45)$$

$$\bar{u}_1^T = [-5 \ 0 \ 0], \quad \bar{u}_2^T = [0 \ -10 \ 0],$$

$$\bar{u}_3^T = [0 \ 0 \ 0.065]$$

を用いた。このデータに対して

$$\alpha^T = [1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (46)$$

$$q^T = [q_1 \ q_2 \ q_3] = [1 \ 1 \ 100] \quad (47)$$

を用いて、まず、出力の数程度の次数として 4 次のモデルで同定を行った。このとき、3 章の一般化最小 2 乗法の繰返しによる ARMA パラメータの変化を **Fig. 3** に示す。ここで各パラメータは 20 回の繰返しの後の値で正規化してある。このパラメータから低次元化モデル

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2.735 \times 10^{-1} & 1.347 & -2.854 & 2.779 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -7.521 \times 10^{-2} & -5.707 \times 10^{-4} & 31.88 \\ 7.521 \times 10^{-4} & 1.259 \times 10^{-2} & -1.083 \\ 3.187 \times 10^{-2} & 2.403 \times 10^{-2} & -11.06 \\ 3.082 \times 10^{-2} & 3.376 \times 10^{-2} & -10.10 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$C = \begin{bmatrix} -39.15 & 99.80 \\ 2.804 \times 10^{-1} & -7.688 \times 10^{-1} \\ 21.50 & -56.78 \\ 18.36 & -42.25 \\ -90.89 & 30.81 \\ 7.572 \times 10^{-1} & -2.629 \times 10^{-1} \\ 54.57 & -19.17 \\ 35.56 & -11.38 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -9.966 \times 10^{-1} & -1.133 & 1108 \\ 3.387 \times 10^{-2} & -1.829 \times 10^{-4} & -5.176 \\ 4.785 \times 10^{-1} & 5.324 \times 10^{-1} & -482.1 \\ 4.520 \times 10^{-1} & 6.022 \times 10^{-1} & -461.5 \end{bmatrix}$$

が得られた。このシステムに対して、Kalman フィルタが 5 章で述べた a) - c) の性質を有するように重み行列 U , W を対角行列の範囲で探索の結果

$$U = \text{diag}[3 \times 10^{-4}, 10^{-3}, 3 \times 10^{-7}] \quad (49)$$

$$W = \text{diag}[10, 10^{-3}, 10, 10]$$

として Kalman フィルタを構成し、これを用いて多重外乱

$$u_{di} = \begin{cases} \bar{u}_{di}(t/50) & (t \leq 50) \\ \bar{u}_{di} & (t > 50) \end{cases} \quad (50)$$

$$\bar{u}_{d1}^T = [-50 \ -0.039],$$

(a) Entries of a

(b) 1st entries of β_i

(c) 2nd entries of β_i

(d) 3rd entries of β_i

Fig. 3 Convergence of ARMA parameters

$$\bar{u}_{d2}^T = [0 \ -10 \ -0.039],$$

$$\bar{u}_{d3}^T = [-5 \ -10 \ 0]$$

のシミュレーションデータについて外乱推定を行った結果を **Fig. 4~6** に示す。ここで、細線は外乱を、太線はその推定値を表す。また、観測雑音として実際の測定機器の雑音を考慮し、平均 0、分散

$$\Sigma = \text{diag}[3^2, 0.2^2, 1^2, 1^2] \quad (51)$$

の白色雑音を仮定した。これらの図から、外乱の範囲および変化の速度と観測雑音の大きさを考慮すれば、ほぼ、5 章で述べた a) から c) の性質をもつ外乱推定器が得られたことがわかる。このことは、3, 4 章の方法によって、十分により低次元化モデルが得られたことを示している。したがって低次元化モデルの次数は 4 次のままとした。以上から、ここで述べた外乱推定器の構成法は十分に有効である。

7. 結 言

多出力系の出力の線形結合を新たな出力と考えるこ

Fig. 4 Simulation results of disturbance estimation (disturbances: bypass leak and reactivity)

Fig. 5 Simulation results of disturbance estimation (disturbances: load demand and reactivity)

により、単一出力系とすることができる。これを用

Fig. 6 Simulation results of disturbance estimation (disturbances: bypass leak and load demand)

いることにより、構造同定を必要としない多出力系の同定手法が得られる。本論文では、直達分を考慮したモデルに対して、一般化最小 2 乗法を適用して、 A 、 B を推定し、このパラメータのもとで、 C 、 D を最小 2 乗法を用いて推定することにより低次で精度のよいモデルが得られた。この手法を用いて、数多くのプラント入出力データから推定されるプラントの低次元化モデルの、入力側に積分器を付加したシステムに対して Kalman フィルタ形の推定器を構成し、これを用いて多重外乱を含めた外乱推定を行う方法を扱い、例題により、その有効性を確かめた。

最後に、例題に用いた BWR プラントシミュレータ作成にあたり、有益な助言をいただいた盛岡俊彦、田辺章両氏（東京芝浦電気(株)）に謝意を表します。

参考文献

- 1) J. Wakabayashi, A. Fukumoto, S. Tashima and I. Kawahara: Application of Adaptive Kalman Filtering Technique for the Diagnostic System of Nuclear Power Plants, Proc. 19th IEEE Conf. on Decision and Control, **1**, 127/132 (1980)
- 2) J. Wakabayashia and A. Fukumoto: Simulation Study of a System for Diagnosis of Nuclear Power Plant Operation, Nuclear Tech., **54-1**, 19/30
- 3) R. D. Gupta and F. W. Fairman: Parameter Estimation for Multivariable Systems, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-19-5**, 546/549 (1974)