<ショート・ペーパー>

モデル規範形適応制御系の熱プラントへの適用例†

大 川 不 二 夫*・米 澤 洋**

Application of Model Reference Adaptive Control to a Thermal Plant

Fujio OHKAWA* and Yoo YONEZAWA**

1. ま え が き

モデル規範形適応制御系 (MRACS) に関して, 近年数多くの研究が発表され, 線形系に対する MRACS の設計法は理論的には確立されつつあるといえる。しかし, 実在の系に対する適用例は非常に少ない¹⁾。この主たる原因は, MRACS の設計法が, 一般には煩雑であること, および, 適用において選定すべき数多くのパラメータが存在することにあるといえる。また, 実在系へ適用した場合, 種々の問題が派生し, 適応制御といえども, ある程度の予備知識 (実験) あるいは試行錯誤が必要となる。しかし, それらに関する検討がほとんど報告されていない。

筆者らは, 比較的簡潔な MRACS の設計法を提案し²⁾, さらに, 実際的な入力に飽和制限値が存在する場合についても検討を加えた³⁾。

ここでは, MRACS の設計理論の現実への適用性を考察するために, ある熱プロセスを試作し, 適応制御実験を行った。まず, 設計法を実在系に適用する場合に問題となる変数変換について考察し, 適応制御が有効に動作するために必要となる適応アルゴリズムの修正について検討する。その結果, 試作した制御対象は修正アルゴリズムにより, 十分満足いく制御特性が得られたことを示す。

2. 適応アルゴリズム

対象とする未知プラントの数式モデルを

$$y_k = \sum_{j=1}^n (a_j y_{k-j} + b_j u_{k-j}) \quad (1)$$

とする。ここで, つぎの仮定を設定する。

† 第 20 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 56・7)

* 九州工業大学工学部 北九州市戸畑区仙水町 1-1

** 広島大学工学部 東広島市西条町大字下見

* Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology, Kitakyushu

** Faculty of Engineering, Hiroshima University, Higashi-Hiroshima

(Received June 18, 1982)

(Revised October 12, 1982)

Keyword: adaptive control, discrete system, thermal plant,

i) $b_1 \neq 0$

ii) 零点は全て z 平面の単位円内に存在する

iii) プラントは安定である

2.1 適応アルゴリズム

(1) 式のプラントにおいて入力 u_k を

$$u_k = \frac{1}{g_k^1} \left(x_{k+1} - \sum_{j=1}^n f_k^j y_{k+1-j} - \sum_{j=2}^u g_k^j u_{k+1-j} \right) \quad (2)$$

とする。ここで, x_k は規範応答で, f_k^j と g_k^j ($j=1, \dots, n$) は適応ゲインである。(2)式より

$$x_{k+1} = \sum_{j=2}^n (f_k^j y_{k+1-j} + g_k^j u_{k+1-j}) \quad (3)$$

となるので, 誤差方程式としては次式が得られる。

$$\begin{aligned} e_{k+1} &\equiv x_{k+1} - y_{k+1} \\ &= \sum_{j=1}^n \{ (f_k^j - a_j) y_{k+1-j} + (g_k^j - b_j) u_{k+1-j} \} \end{aligned} \quad (4)$$

この誤差方程式は, Kudva らが適応観測器に対し誘導したものと同形であり, 適応アルゴリズム

$$\begin{aligned} f_{k+1}^j &= f_k^j - \lambda_k \theta_k y_{k+1-j} \\ g_{k+1}^j &= g_k^j - \lambda_k \theta_k u_{k+1-j} \\ 0 &< \lambda_k < 2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\theta_k \equiv \frac{e_{k+1}}{\omega_k^T \omega_k} \quad \omega_k \triangleq [y_k \cdots y_{k+1-n} u_k \cdots u_{k+1-n}]^T$$

を用いれば, e_k の 0 への収束性が保証される⁴⁾。

2.2 変数変換と修正アルゴリズム

理論的には, 前節の適応アルゴリズムにより, 未知プラントの適応制御が可能である。しかし, 実際の系に適用すると種々の問題が生じ, このままでは適応制御が有効に動作しない場合がある。たとえば, ここで対象とする熱系では負の操作量を使用できないため, 前節の適応アルゴリズムの実行は不可能である。

したがって, ここでは前節で示した適応アルゴリズムを有効に動作させるための変数変換と適応アルゴリズムの修正について検討する。

まず, プラント出力 y_k に対して

$$\hat{y}_k = \frac{1}{f} (y_k - \hat{y}_0) \quad (6)$$

の変換をする。これは, プラント出力に定数 f によりスケール変換を行い, 入出力信号のスケールをそろえ

るためである。すなわち、(5)式の適応アルゴリズムにおいて、適応ゲインの修正は y_k と u_k の大きさに依存するので、それらの修正のかたよりをなくする。なお、 $\hat{y}_0$ は後述のような基準値で任意定数とする。

つぎに、入力 u_k と

$$u_k = \begin{cases} 1 & \dots\dots\dots \hat{r}_k \geq G_0 \\ G\hat{r}_k + r_0 & \dots\dots\dots -G_0 < \hat{r}_k < G_0 \\ 0 & \dots\dots\dots \hat{r}_k \leq -G_0 \end{cases} \quad (7)$$

$$G > 0 \quad r_0 = 0.5 \quad G_0 = \frac{1}{2G}$$

の関係を満足する $\hat{r}_k$ を導入する。

(6)と(7)式より、(1)式の系は次式で表現できる。

$$\begin{aligned} \hat{y}_k = & \sum_{j=1}^n \left(a_j \hat{y}_{k-j} + \frac{G}{f} b_j \hat{r}_{k-j} \right) \\ & + \frac{1}{f} \left\{ \sum_{j=1}^n (a_j \hat{y}_0 + b_j r_0) - \hat{y}_0 \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

さらに、

$$r_k = \begin{cases} 1 & \dots\dots\dots \hat{r}_k \geq G_0 \\ 2G\hat{r}_k & \dots\dots\dots -G_0 < \hat{r}_k < G_0 \\ -1 & \dots\dots\dots \hat{r}_k \leq -G_0 \end{cases} \quad (9)$$

の変換をすると、(8)式は次式となる。

$$\hat{y}_k = \sum_{j=1}^n \left(a_j \hat{y}_{k-j} + \frac{1}{2f} b_j r_{k-j} \right) + c_0 \quad (10)$$

$$c_0 = \frac{1}{f} \left\{ \sum_{j=1}^n (a_j \hat{y}_0 + b_j r_0) - \hat{y}_0 \right\} \quad (11)$$

(7)式と(9)式の間係を图示すると Fig. 1 となる。なお、ここでは $r_0 = 0.5$ とし入力の飽和制限値を 1 と規準化している。

すなわち、(7)式は負の入力が存在しない (u_k が負値をとりえない) 場合、(2)式を実行することが不可能であるが、その対策のために導入する。一方、(9)式は適応アルゴリズムに用いる信号値を 1~−1 に変換するために導入されている。

いま、(10)式で表現された系において、 r_k を

$$r_k = \frac{1}{g_k'} \left(x_{k+1} - \sum_{j=1}^n f_k^j \hat{y}_{k+1-j} - \sum_{j=2}^n g_k^j r_{k+1-j} - h_k \right) \quad (12)$$

とすると、誤差方程式は

$$e_{k+1} \equiv x_{k+1} - \hat{y}_{k+1}$$

Fig. 1 The relationship among u_k , r_k and $\hat{r}_k$

$$\begin{aligned} = & \sum_{j=1}^n \left\{ (f_k^j - a_j) \hat{y}_{k+1-j} + \left(g_k^j - \frac{1}{2f} b_j \right) r_{k+1-j} \right\} \\ & + h_k - c_0 \end{aligned} \quad (13)$$

となり、(5)式と同様にして次式の適応アルゴリズムが得られる。

$$\begin{cases} f_{k+1}^j = f_k^j - \lambda_k \theta_k' \hat{y}_{k+1-j} \\ g_{k+1}^j = g_k^j - \lambda_k \theta_k' r_{k+1-j} \\ h_{k+1} = h_k - \lambda_k \theta_k' \end{cases} \quad (14)$$

$$\theta_k' \equiv \frac{e_{k+1}}{\nu_k^T \nu_k} \quad \nu_k \triangleq [\hat{y}_k \dots \hat{y}_{k+1-n} r_k \dots r_{k+1-n} 1]^T$$

ここで、(1)式の未知プラントにおいて、入力 r_0 に対する、出力の平衡状態を y_0 、すなわち

$$y_0 = \sum_{j=1}^n (a_j y_0 + b_j r_0) \quad (15)$$

とすると(11)式は

$$c_0 = \frac{1}{f} (y_0 - \hat{y}_0) \quad (11')$$

となる。したがって、 y_0 が既知の場合には、 $\hat{y}_0 = y_0$ とすれば(11)式の c_0 は 0 とでき、新たに導入した適応ゲインは 0 とすればよく不要となる。

すなわち、変換された入出力信号値により、(14)式の適応アルゴリズムを実行し、(12)、(7)式と(9)式より入力 u_k を決定すれば、 $\varepsilon_k \rightarrow 0$ が保証される。したがって、(6)式の間係を考慮し、 x_k を設定すれば、プラント出力を希望の規範応答に追従できる。なお、ここでは入力に振幅制限が存在する場合についての解析は省略した。しかし、この場合にも、(14)式と同一の適応アルゴリズムでもって、 ε_k の 0 への収束性が保証されるが、仮定 iii) が必要となる³⁾。

3. 適応制御実験

ここでは、熱系に対して、前述の適応アルゴリズムを適用し、実験を行った結果について考察する。

3.1 実験装置

Fig. 2 に実験装置の概要を示す。制御量は第 2 タンクの水温である。测温抵抗体により計測された温度は A/D 変換され、デジタル計算機 (HP 6940 B) へ送られる。この値を用いて適応アルゴリズムにより計算された入力信号がリレーに送られ、ヒータがオンオフされる。ヒータは 3kW で、操作量としては、サンプル周期を 1 としたときの、ヒータオンの時間の割合で与えられる。第 1 と第 2 タンクの断面積はそれぞれ 40 cm×30 cm であり、熱交換器は内径 8 mm、長さ 2m の銅製のパイプをコイル状に巻いたものである。

このような熱系においては、目標温度、冷却水流量および循環水流量等によりその動特性は変動し、制御にあたっては、かなりの理論解析および予備実験が必

Fig. 2 A schematic diagram of the experimental system

として取扱い、適応アルゴリズムには陽に表われず、簡潔に制御が実行可能である。

3.2 実験結果

実験はつぎの条件で行った。

第1, 第2タンク合計水量: 30 l, 冷却水流量 Q : 3, 10 l/min, 循環水流量: 5.5 l/min, サンプル周期: 3 min

$n=2$, $f=10$, $y_0=26$, $G=1$, $\lambda_k=1$

目標値変化に対する結果が Fig. 3 である。制御量は 10 ステップ程で目標値 30°C に整定し、良好な結果が得られている。また、 $k=16$ で Q を 3 から 10 l/min, 目標値を 35°C に変更したが、同様な収束特性を示し、適応制御が有効に動作していることがわかる。

ここで、収束特性は変換ゲイン G に依存する。換言すれば、入力の変幅制限値に依存するので、入力信号が初期状態を除き、制限値を越えず可能な限り大きな値を取り得るように G を設定したほうが良好な収束特性が期待できる。これらの適応的な設定アルゴリズムの開発が今後の課題である。

また、収束特性は λ_k に依存するが、一般には適応ゲインの初期値のほうにより強く依存すると考えられる。したがって、ここではパラメータ誤差の収束性の観点より $\lambda_k=1$ を用いた。一方、 f は前述のように q_k のスケールが f_k と同程度となるように設定することにより、適応ゲインの修正が均等化され、良好な収束特性が期待できる。

Fig. 3 Experimental result of adaptive control

Table 1 Variation of adaptive gains

	f_k^1	f_k^2	q_k^1	q_k^2	h_k
Initial value	1	0	1	0	0
Converged value	1.29	0.25	0.89	-0.017	0.06

なお、適応制御装置が不安定極によりプラントの零点を相殺し、不安定に陥いることをさけるために、仮定 ii) を設定した。しかし、対象とする未知プラントがこの仮定を満足するか否かを判定することは、数式モデルの設定法や同定等の問題が存在し、必ずしも容易でない。また、周知のように、MRACS ではパラメータ誤差の収束性は必ずしも保証されず、出力誤差のみの収束性が保証される。適応ゲインの初期値と収束値 ($k=15$) を示したのが Table 1 であり、適応ゲインはその初期値の近傍でしか変動しないことがわかる。したがって、前述の零点の問題は、 $\left| \sum_{j=1}^n q_0^j z^{1-j} \right| = 0$ の根が z 平面の単位円内で、原点近傍に位置するように適応ゲインの初期値 q_0^j を設定しておけば、実際上は回避できると考えられる。ただし、これらの理論的解析は非常に難解で困難と思われる。

なお、正弦波状の目標値変化、あるいはタンクの水量変化などの特性変化についても実験を行ったが、同様に良好な制御結果が得られた。

5. あとがき

MRACS 理論の実際問題への適用性を考察するために、熱系に対する適応制御実験を行った。適用の際に問題となる変数変換を示し、出力誤差の原点への収束性を保証するために必要となる適応アルゴリズムに修正を加えた。この修正アルゴリズムを熱系に適用した結果、良好な制御性能が得られ、提案した適応アルゴリズムの有用性が裏付けられた。

終りに、装置の製作と実験に際して、ご指導いただいた九州工業大学 黒須頭二教授ならびに協力いただいた同研究室の諸氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 藤井：適応制御における最近の動向，システムと制御，25-12, 715/726 (1981)
- 2) 大川，米澤：むだ時間を含む多変数離散値系に対するモデル規範形適応制御系の設計，計測自動制御学会論文集，18-4, 357/362 (1982)
- 3) F. Ohkawa and Y. Yonezawa: A Discrete Model Reference Adaptive Control System for a Plant with Input Amplitude Constraints, International J. of Control, 36-5, 747/753 (1982)
- 4) P. Kudva and K.S. Narendra: An Identification Procedure for Discrete Multivariable Systems, IEEE Trans., AC-19, 549/552 (1974)