多管式熱交換器の動特性試験*

井 藤 綱 一**・秋 山 富 二**

Dynamic Response of Shell and Tube Heat Exchanger

Tsunaichi ITO and Tomiji AKIYAMA

Many researches on the dynamics of heat exchangers have been confined to outlet temperature response to inlet temperature disturbance of double pipe exchangers.

This paper is concerned with dynamic responses of shell and tube heat exchanger to inlet temperature and flow rate disturbances.

Experimental data were obtained for various flow rates. Those data were compared with theoretical results for frequency and time domain, and favorable agreements were obtained.

Shell and tube side flow patterns were investigated separately, and fluid mixing in the direction of bulk flow passing through shell side, and unbalanced flow rate in pipes of 12 tubes were recognized from the experiments.

1. ま え が き

熱交換プロセスの動特性に関する研究は数多く行なわれているが、コマーシャルサイズの熱交換器について実験的検証を行なったものとしては H. J. Morris の温度変化に関するものがあるだけで¹⁾、ほかにみるべきものがなく、流量変化については皆無といってよい。

筆者らは、Fig. 3 に示すような 3.7m² の多管式熱交換器について、温度変化はもちろん流量変化に関しても、各種の温度流量条件のもとに種々の大きさのステップ状およびパルス状の入力を与え、その過渡応答を計測した。この計測結果と理論解析との比較をアナログ計算機およびデジタル計算機により周波数領域および時間領域の両方において詳細に検討した。また流れ試験によって、熱交換器内に流れ方向の混合がかなりあることを認めた。

2. 理 論 計 算

通常用いられるつぎの仮定から基礎式(1)、(2)、(3)、および(4)式がえられる。

(1) 各伝熱面における諸定数は、時間的場所的に変化しない(ただし熱伝達係数は流量の関数とする)。

(2) 流体の流れる方向に、同一物質内での熱移動はない。

(3) 流体の流れと直角方向に、同一物質内での温

θ, Φ, T : temperature V : velocity
 C : heat capacity F : flow rate

Fig. 1 Notation

度分布はない。

$$\frac{V_1}{V_{1s}} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = a_1' \cdot \frac{H_1}{H_{1s}} (\Phi_t - \theta_1) \quad \dots (1)$$

$$\pm \frac{V_2}{V_{2s}} \cdot \frac{\partial \theta_2}{\partial x} + r \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = a_2' \cdot \frac{H_2}{H_{2s}} (\Phi_t - \theta_2) + a_s' \cdot \frac{H_s}{H_{ss}} (\Phi_s - \theta_2) \quad \dots (2)$$

$$\frac{d \Phi_t}{d \tau} = b_1 \cdot \frac{H_1}{H_{1s}} (\theta_1 - \Phi_t) + b_2 \cdot \frac{H_2}{H_{2s}} (\theta_2 - \Phi_t) \quad \dots (3)$$

$$\frac{d \Phi_s}{d \tau} = b_s \cdot \frac{H_s}{H_{ss}} (\theta_2 - \Phi_s) \quad \dots (4)$$

ただし、複号は、上側：並流形、下側：向流形。また記号は、Fig. 1 および末尾の記号表を参照のこと。

2.1 温度変化に関する周波数応答

温度変化に関しては、(1)~(4)式は常係数微分方程式とみなせるから、ラプラス変換により伝達関数が

* 昭和40年9月13日受付

計測自動制御学会第5回学術講演会で発表(昭40・7)

** 三菱重工業(株)広島研究所

求まる²⁾。たとえば並流形で管側入口に対する出口の伝達関数は(5)式ようになる。

$$G_{p1-1} = \frac{g_1 e^{p_2} - g_2 e^{p_1}}{g_1 - g_2} \quad \dots\dots (5)$$

ただし、

$$p_1, p_2 = \frac{1}{2} \{ -(\lambda_1 + \lambda_2) \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\mu_1\mu_2} \}$$

$$g_1, g_2 = \frac{1}{2\mu_1} \{ (\lambda_1 + \lambda_2) \pm \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\mu_1\mu_2} \}$$

$$\lambda_1 = s + \frac{a_1'(b_2 + s)}{b + s}, \quad \lambda_2 = r + s + \frac{a_2'(b_1 + s)}{b + s} + \frac{a_s's}{b_s + s}$$

$$\mu_1 = \frac{a_1'b_2}{b + s}, \quad \mu_2 = \frac{a_2'b_1}{b + s}$$

これから周波数応答が計算できる。

2.2 過 渡 応 答

過渡応答は、アナログ計算機およびデジタル計算機で計算する。

アナログ計算機によるときは、熱交換距離 x $[0, 1]$ を n 分割し、 i 番目の点で $\partial\theta_i/\partial x = (\theta_i - \theta_{i-1})/(1/n)$ と近似する。すなわち、熱交換器を n 個の集中系モデルにおきかえて計算する³⁾。

温度変化に関する応答は定常値からの変化分だけを計算する。流量変化について変化分の高次の項を無視し、線形化する方法があるが、出入口温度差が小さいときは入力変化を 50% 以上も必要とするので、この方法は有効でない。

デジタル計算機で計算するときは(1)～(4)式を差分方程式におきかえ、 θ_1 , θ_2 , Φ , Φ_s の初期値、および境界条件、 $\theta_1(0, \tau)$, $\theta_2(0, \tau)$ (向流形のときは $\theta_2(1, \tau)$) を用いて計算する。初期値は $V/V_s = H/H_s = 1$ で、かつ $\partial\theta/\partial\tau = 0$, $\partial\Phi/\partial\tau = 0$ なる定常状態における値である。これの初期値は差分方程式からも求められるが、(1)～(4)式から解いた初期値で代用する。差分区間は近似の精度を考えつぎのようにえらぶ。すなわち $\Delta\tau = k$ 、 θ_1 に関しては $\Delta x = h_1 = k \cdot V_1(\tau)/V_{1s}$ 、 θ_2 に関しては $\Delta x = h_2 = k \cdot V_2(\tau)/V_{2s}$ とする。

3. 試 験 装 置

3.1 装置の概要

試験装置の主要部は屋外の冷水タンク、温水タンクおよび試験用熱交換器からなる。

屋外タンクから常温の水道水が温水タンクに 2.5～4 m³/hr 供給され、ボイラから導かれた蒸気 (5～10 atg) と混合して 40～60°C の温水になる。この温水は三方弁で冷水を混入し熱交換器にはいり冷却されて大気に出る。三方弁での温水と冷水との混合比を変え

Fig. 2 Flow sheet of test plant

Photo. 1 Experimental apparatus

ることで、熱交換器の入口温度を変化できる。三方弁がそう入されている配管の熱交換器後方に流量調節弁をおき、三方弁による流量の変動を除く。一方屋外タンクからの冷却水はそのまま熱交換器にはいり加熱されて大気に出る (Fig. 2, Photo. 1)。

3.2 試験用熱交換器

試験に用いた熱交換器を Fig. 3 に示す。おもな仕様はつぎのとおりである。

伝熱面積 : 3.73 m²

伝熱管 : CUT 19φ×1t×5.23m×12 本

滞留時間 (流量 4 ton/hr のとき) :

(管側) = 12.8 sec

(胴側) = 24.0 sec

出入口温度 : (run 102 の定常値で流量は管側、

4.02 ton/hr, 胴側 3.98 ton/hr の場合)

(管側入口) = 9.7°C (管側出口) = 26.2°C

(胴側入口) = 47.1°C (胴側出口) = 29.7°C

熱交換器本体は硬質のポリウレタンフォームで保温し、出入口ノズル 4 か所に C-C 熱電対 (1.6φ×20mm)

1: shell 2: water chamber 3: water chamber 4: tube plate
5: inlet nozzle 6: inlet nozzle 7: cooling tube 8: tie rod
9: baffle plate 10: inlet nozzle A: thermo-couple

Fig. 3 Construction detail of heat exchanger

をそう入する。熱電対の応答速度は数十ミリ秒をこえない。管側には 2 種類の水室を用意したので配管の変更によって、並流形、向流形、向並流形（管側 2 パス、胴側 1 パス）のいずれの形で試験ができる。

4. 試験とその結果

管側あるいは胴側の流量または入口温度を変化させた後の出口温度の過渡的な状態を計測する。変化はパルス状およびステップ状の 2 種類とする。試験データの周波数領域への変換は J. O. Hougen らによって提唱されたパルス応答法による⁴⁾。

4.1 流れ試験

熱交換器の管側および胴側の流れの状態をピストン流れと比較することは、理論計算の仮定の吟味という

意味で重要である。このため管側あるいは胴側の一方をからにして他方のみ流体を流し、流量を一定に保ったまま入口温度を変化させる⁵⁾。

4.1.1 管側流れ 管側流れは 1 パスでノズルの流入方向が管束と一致しているときは水室から管束への流量分配が不均一となり、12 本の各管内流速は一律でないと推定される。run 702 (Photo. 2 (a)) はその一例であるが、全流量中 50% 強が平均速度の 1.3 倍、残りが 0.7 倍の速さに分かれているものと考えられる。run 714 (Photo. 2 (b)) は管 12 本中、外側 8 本にせんをつめたものであり、ほとんど完全なピストン流れと考えられる。run 720 は U タイプとしたときの管側流れであるが、この場合はほぼピストン流れと考えてよい。

(a) run 702 tube side (1 path 12 tubes)

(b) run 714 tube side (1 path 4 tubes)

(c) run 720 tube side (U-type)

(d) run 726 shell side

Photo. 2 Experimental results of flow pattern in heat exchanger

管内流れがピストン流れであるとすれば、管壁の側容量と両水室内の混合のみを考えればよいから、温度変化に関する伝達関数はつぎのようになる。

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)} = \exp\left\{-s - \frac{a_1's}{b_1+s}\right\} \cdot \frac{1}{rs+1} \quad \dots\dots (6)$$

$$\text{ここに } r = \frac{(\text{両水室内容量})}{(\text{管内容積})}$$

ただし、両水室内で壁面との熱交換はなく、混合が完全であるとする。

(6) 式から計算される周波数応答と実測データをパルス応答法により周波数領域に変換した結果とを比較すれば Fig. 4 のようになる。run 714 は (6) 式とよく一致するが、run 702 では高周波数域でゲインが小さくなっている。

4.1.2 胴側流れ run 726 (Photo. 2 (d)) に示すように、胴側流れには著しい混合現象が認められる。

これはバッフルなどのために流体が乱されるためと考えられる。

管側のときと同じように、ピストン流れであるとして伝達関数を計算すれば、

$$\frac{T_4(s)}{T_3(s)} = \exp\left\{-s - \frac{a_2's}{b_2+s} - \frac{a_s's}{b_s+s}\right\} \quad \dots\dots (7)$$

となる。周波数領域で実験結果を比較すれば、管側流れのときと同じように高周波数域でのゲインの減衰が著しい。

Fig. 4 Frequency response diagram

4.2 温度変化試験

試験は向流形、並流形についてそれぞれ管側と胴側の流量を数種変え、流量がともに一定の状態では管側あるいは胴側のいずれか一方の入口温度をステップ状またはパルス状に変化させる。入力の大きさはステップ状のとき 10°C くらい、パルス状のとき 15°C くらいである。試験結果の一例を Photo. 3 に示す。

Fig. 5 に理論式から計算した周波数応答と実測値から求めた周波数応答を示す。並流形が向流形よりも、実験と計算はよく一致する。これは並流形が熱伝達の経路が単純であるためと考えられる。また、流量の大きい側の入口温度変化の場合が、小流量側の入口温度を変化させたときよりも、計算とよく一致する。これは前者の場合が相対的にノイズの影響が小さいためと考えられる。

時間領域における実験と計算の比較を Fig. 6 に示す。アナログ計算機による計算では 4 分割モデルとして計算する。デジタル計算機による計算では時間の差分区間を 0.5 秒とする。したがって距離の分割は管側流体について約 26 分割、胴側流体、管壁、胴壁に

(a) run 102 countercurrent flow tube inlet temperature (T_1) disturbance

(b) run 104 countercurrent flow shell inlet temperature (T_2) disturbance

(c) run 202 parallelcurrent flow tube inlet temperature (T_1) disturbance

Photo. 3 Experimental responses to inlet temperature disturbance

(a) run 102

shell outlet : theoretical -----
 experimental Δ , $\blacktriangle$
 tube outlet : theoretical -----
 experimental $\bigcirc$, $\bullet$

(b) run 104

shell outlet : theoretical -----
 experimental $\bigcirc$, $\bullet$
 tube outlet : theoretical -----
 experimental Δ , $\blacktriangle$

Fig. 5 Frequency response diagram of heat exchanger

(a) run 102

— : experiment ---- : digital computer - · - : analog computer

(b) run 104

Fig. 6 Comparison of theoretical and experimental response to inlet temperature disturbance

については約 48 分割となる。時間的な変化の様子はアナログ計算よりデジタル計算のほうが実験に近い。しかしアナログ計算(4 分割集中系モデル)でも比較的良好に合っている。実験ではヒートバランスの不一致、ノイズなどが避けられず、また(1)~(4)式はフローパターン、混合を記述する式を欠き、実際のプロセスを正しく表わしていないので、分布系として計算精度をむやみに上げて意味がない。適当な分割数をえらべば、集中系モデルでじゅうぶんである。

4.3 流量変化試験

管側および胴側の入口温度を一定に保った状態で、管側あるいは胴側の流量をステップ状またはパルス状に変える。入力の大きさは、 $\pm 1 \sim \pm 2$ ton/hr とする。試験結果の一例を Photo. 4 に示す。流量変化に関しては入力変化が 30~50% であるので基礎式を線形化するのは困難である。このため周波数領域での比較はせずに、時間領域での計算と実験の比較を Fig. 7 に示す。この場合も温度変化と同様のことがいえる。

向流形の場合とくに管側においてノイズが著しく、計算との比較を詳しく論ずるのは無理である。胴側流量

(a) run 507 flow rate (2 → 4 ton/hr)

(b) 508 run flow rate (2 → 4 ton/hr)

Photo. 4 Experimental results to change in flow rate of tube side

Fig. 7 Comparison of theoretical and experimental temperature responses to change in flow rate

変化のときはノイズは比較的少なく、計算特にディジタルとの比較はかなりよい一致を示す。

5. む す び

以上熱交換器の動特性について実験的解析と理論的解析について述べ、両者の比較検討をおこなったがその結果をまとめるとつぎのとおりである。

(1) 熱交換器内の流れ 胴側流れは流れ方向の混合が著しい。このため無次元化周波数 $\omega > 5$ あたりではピストン流れと比べてゲインがかなり小さくなる。

管側流れは、1-パスでノズルの流入方向が管束と一致しているとき、水室から管束への流量分配が不均一となる。U-タイプ、あるいは水室がじゅうぶん大きいときはほぼピストン流れとみなせる。

(2) 温度変化に関する応答 (1)～(4)式に与えた理論式はかなりの精度で実際のプロセスに適用される。しかし、コマーシャルサイズの熱交換器では流れの乱れなどによって生ずる混合特性、ヒートバランスの不一致、ノイズなどのため無制限に精度をも

たせることはできない。適当な分割数の集中系モデルでじゅうぶんである。

(3) 流量変化に関する応答 流量変化によるノイズはとくに向流形のとき著しく、温度変化のときよりもっと厳密な計算を行なっても傾向の一致を認める程度のものしかえられない。並流形ではかなりよく一致する。

記 号

Θ : 流体温度 $[\text{°C}]$ F : 体積流量 $[\text{m}^3/\text{hr}]$
 Φ : 固体壁温度 $[\text{°C}]$ W : 重量流量 $[\text{kg}/\text{hr}]$
 A : 伝熱面積 $[\text{m}^2]$ C : 単位熱交換長あたり
 H : 熱伝達率 $[\text{kcal}/\text{m}^2\text{hr}\text{°C}]$ 側熱容量 $[\text{kcal}/\text{m}\text{°C}]$
 V : 流速 $[\text{m}/\text{hr}]$ c : 流体比熱 $[\text{kcal}/\text{kg}\text{°C}]$

第1添字 1 : 管側流体 2 : 胴側流体
 t : 管 壁 s : 胴 壁

第2添字 s : 定常値

T_1 : 管側入口温度 $[\text{°C}]$ T_2 : 管側出口温度 $[\text{°C}]$
 T_3 : 胴側入口温度 $[\text{°C}]$ T_4 : 胴側出口温度 $[\text{°C}]$
 T_s : U-タイプの水返し室温度 $[\text{°C}]$

無次元数 (数値は $F_1 = F_2 = 4 \text{ m}^3/\text{hr}$ のときの値)

$$\begin{aligned} a_1' &= H_{1s}A_t/W_{1s}c_1 = 2.51 & a_2' &= H_{2s}A_t/W_{2s}c_2 = 1.40 \\ a_s' &= H_{ss}A_t/W_{2s}c_2 = 0.649 & b_1 &= H_{1s}A_t/C_t V_{1s} = 12.6 \\ b_2 &= H_{2s}A_t/C_t V_{1s} = 6.98 & b_s &= H_{ss}A_s/C_s V_{1s} = 1.29 \\ r &= V_{1s}/V_{2s} = 1.89 \end{aligned}$$

文 献

- 1) Morris, H. J. : Dynamic Response of Shell and Tube Heat Exchangers to Temperature Disturbances, Presented at the Int. Fed. of Automatic Control Congress, Moscow, 559 (1960)
- 2) Takahashi Y. : Transfer Function Analysis of Heat Exchange Process, Automatic and Manual Control, Tuskin (edited) 235/248, Butterworth, London (1952)
- 3) Fricke, Morris, Otto, Williams: Process Dynamics and Analogue-Computer Simulation of Shell and Tube Heat Exchangers, C.E.P. Symp. ser., 56-31, 80/85 (1960)
- 4) Houghen J.O., Walsh R. A. : Pulse Testing Method, C.E.P., 57-3, 69/79 (1961)
- 5) Vincent G.C. & Houghen J.O. : Fluid Mixing in Shell and Tube Heat Exchangers, C.E.P., 57-7, 48/52 (1961)

討 論

[寺野 寿郎*]

実測と計算とが非常によく一致しているのに感心し

ました。これに関しつぎの点をうかがいたいと思います。

(1) 熱伝達係数は計算値か実測値か、もし計算値

* 東京工業大学

ならなんの式を使ったものか。

(2) アナコン計算でも H の変化を計算にふくめているかどうか。

(3) アナコン計算のとき、入力信号を正確に作るのはむずかしいと思われるがどのように処理されたか。

(4) 基本式には混合の効果がふくまれていないが、4・1 流れ試験の結果を動特性計算にどのようにして組み込んだのか。

〔筆 者〕

(1) 熱伝達率は実測値からつぎのようにして求めました。まずある流量条件（たとえば胴側 4 ton/hr、管側 4 ton/hr）の定常状態での、管側胴側の出入口温度から熱貫流係数 K を求め、 H_1 を仮定して H_2 を求めます。つぎに $H_1 \propto W^{0.85}$ 、 $H_2 \propto W^{0.5}$ として、ほかの流量条件（管側 4 ton/hr、胴側 2 ton/hr）のときの H_1 、 H_2 を求め、これから計算した K と、この条件での実験値の K を比較します。これが一致しなければ H_1 を仮定しなおして一致するまでつづけます。

(2) 流量変化の場合は変化分に関する式を用いると乗算器使用に難点がありますので(1)～(4)式をそのままアナコン回路に組みます。このとき熱伝達係数 H だけは線形化して $H_1/H_{1s} = 1 + 0.85 \cdot \Delta V/V_{1s}$ 、 $H_2/H_{2s} = 1 + 0.5 \times \Delta V_2/V_{2s}$ として計算しました。

(3) 入力波形は 14 折線任意関数発生器を用いて作りました。なお計算機は三菱電機製 EA-7108 形を用いました。

(4) 流れ試験で示しましたように、管側胴側ともに完全なピストン流れとは考えられません。しかも管側と胴側とは全く様子が違い、胴側ではバッフルなどによる混合が熱交換器のいたるところにあり、管側では管群による流量分配の不均在があると考えられます。この両者を考えに入れた数学的モデルはかなり複雑なものとなります。たとえば管側については管群を 2 つに分け、管内流速を V_{11} 、 V_{12} としてそれぞれの管群について(1)、(3)式と同様な式を作り、さらに水室での混合の式を作ります。また胴側については、(2)式のかわりに拡散の項を入れた 2 階偏微分方程式とするか⁵⁾、バッフルと同数だけ分割した集中系モデルでおきかえる、というような数学的モデルが一応考

えられます。しかし実験におけるヒートバランスの不一致、ノイズの影響などの実験誤差を考慮して、今回は第一近似としてこれらの効果をすべて無視し管側胴側ともにピストン流れとして計算しました。

〔竹内 元**〕

(1) run 702 において管群の流量分配が不均一なことを実証されたことは、たいへん興味深い点であります。この条件を Analogue 計算または Digital 計算の場合どのようにお考えになったかおうかがいします。

(2) 実験値と計算値とは全般によく合致していると言えますが、Fig. 6, run 104, T_4 では Analogue Com. が相当に速い結果となっていますが、その点はいかにお考えですか。

(3) 流量変化の場合についても、(1)～(4)式を二次項を無視した周波数応答を考えることができましょう。実験的にも Fig. 7 より周波数応答への変換はできるわけであります。このような 2 つを比較することによって微小偏差の式がどのくらいの範囲まで適用できるかの判断に役立つのではないのでしょうか。

〔筆 者〕

(1) 寺野寿郎氏への答(4)を参照ください。

(2) アナコンによる計算は管側胴側ともに 4 分割集中系モデルによりました。この場合流動おくれによるむだ時間はなく高次おくれとなります。このため、 T_3 に対する T_4 の応答は実験よりかなり早くなったものと考えます。なお T_1 に対する T_2 の応答も同程度に早くなっていますがこれも同様に考えられます。

(3) お説のとおりと考えます。たとえばボイラの過熱器などのように出入口温度差の大きいときは有効と思いますが、筆者らの場合出入口温度差が小さく、有効な出力波形をえるためには Fig. 7 に示した程度以上の良好な入力パルスを作ることができませんでした。このため周波数領域への変換にさいしてかなりの誤差が考えられます。また筆者らは流量変化量として、 ± 1 ton/hr、 ± 2 ton/hr の 4 種類についての実験を行ないましたが、微小偏差の式の適用範囲を調べるには、さらに小さきざみに入力を変えるのがよいと思います。しかし、筆者らの場合、出力が小さいためこれらの変化の様子はノイズにかくれて検出するのがむずかしいと思います。

** 電力中研技術研究所