M-系列信号を用いた最適化制御*

大地 成治**・古田 勝久***

伊沢 計介***

Optimizing Control Using M-sequences

Shigeharu OHCHI, Katsuhisa FURUTA
and Keisuke IZAWA

Sinusoidal perturbation signal has been usually used in optimizing control systems. But the sinusoidal perturbation causes some difficulties or disadvantages, (1) when the process has unknown or variable dynamic characteristics, or (2) when the simultaneous optimization of a multi-variable process is aimed.

Pseudo-random binary perturbation signals can get rid of these disadvantages due to the sinusoidal perturbation.

In this paper, M-sequence signal is used as the pseudo-random binary perturbation signal, and experimental and theoretical study on the optimization of processes with variable dynamic characteristics and on the simultaneous optimization of two-variable processes is described.

1. ま え が き

最適化制御を必要とするプロセスにおいては、注目している入力-出力関係が一般の線形制御系のような(線形あるいは単調)関係ではなく極値をもつのが普通である。もしこの極値をもつ関数、すなわち目的関数(objective function)が時間的に変化しないものならば、最初に入力を最適値に設定しさえすれば以後なんらの問題も生じない。しかし実際には、プロセスの運転中では測定も制御もできず、かつ時間的に変化するような変数の関数に目的関数になっている場合がある。たとえば触媒の活性などはそのような変数の例である。

Fig. 1 は時間的に変動する目的関数の例である。このような特性をもつプロセスでは極値(最適点)が運転中に動いてしまい、運転開始時には最適になるように入力を設定してもその後は最適状態からずれてしまうかもしれない。したがって最適化制御においては、極値の探索が最も重要な問題である。

さて、直接に試行実験を行ない極値を探索する最適化制御には頂点保持法(peak holding method)、摂動法(perturbation method)ら¹⁾²⁾³⁾がある。頂点保持法は C. S. Draper および Y. T. Li が航空機用の内

Fig. 1 An example of objective function with time variable parameter

Fig. 2 Optimizing control system with correlator

燃機関の最適化制御に試みた方法である⁴⁾。また、摂動法は極値を探索するための探索信号(摂動信号)を入力に加える方法である。摂動法のうちで、相関器を用いて目的関数の傾きを求める方法が相関形摂動法である(Fig. 2)。摂動法において、入力に加える探索信号としては周期信号ならば任意の形のものが使用で

* 昭和 41 年 4 月 4 日受付

** 富士写真フイルム株式会社 *** 東京工業大学

きるが一般には正弦波信号が用いられる。しかし正弦波信号を用いる摂動法ではつぎのような場合に問題が生じる。

- (1) プロセスの動特性が未知である場合、あるいはプロセスの動特性が時間的に変化するか、または入力値により変化する場合。
- (2) 多変数プロセスの同時最適化制御を行なう場合。

動特性の変動の問題に対し、P. Eykhoff および O. J. M. Smith はプロセスのモデルを用いて相関信号の位相を調節する方法を考案したが⁵⁾、この方法はプロセスのモデルを作らねばならないという点に問題がある。

これに対し、探索信号としてランダム信号を用いる方法ではプロセスの動特性を測定し、重み関数の面積からプロセスのゲイン、すなわち目的関数の傾きを決定することができ、動特性の変動は正弦波を使用する場合ほど問題にならない。また、ランダム信号を用いれば多変数プロセスの同時最適化制御も可能である。Grinten⁶⁾ はランダム信号を探索信号として用いた多変数同時最適化制御を試みている。また、擬似ランダム二進信号を探索信号として用いることもできる⁷⁾⁸⁾。本論文では、探索信号として擬似ランダム二進信号である M-系列信号を応用した最適化制御系の解析を行ない、アナログ電子計算機による検討を行なった。

2. 一変数最適化制御

最適化制御を行なうプロセスの伝達関数は、操業入力 $\bar{x}$ および外乱 u の関数であり、 $G(s, \bar{x}, u)$ と表わすことができる。プロセスの入力を x とすると、目的関数 $f(x, u)$ と $G(0, \bar{x}, u)$ の間にはつぎの関係が成立する。

$$\left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} = G(0, \bar{x}, u) \quad \text{.....(1)}$$

$f(x, u)$ は Fig. 1 の例のように極値を一つもつ関数でその極点を最適点と考える。着目する $\bar{x}$ の範囲を

$$\bar{x}_* \leq \bar{x} \leq \bar{x}^* \quad \text{.....(2)}$$

とし、この $\bar{x}$ についての微小区間

$$\bar{x} - a \leq x \leq \bar{x} + a \quad \text{.....(3)}$$

においては $f(x, u)$ が線形近似できるものとする。すなわち、(3) 式の x について $f(x, u)$ は次式で近似できるものとする。

$$f(x, u) \doteq f(\bar{x}, u) + \beta_1(\bar{x}, u) \cdot (x - \bar{x}) \quad \text{.....(4)}$$

ただし、

$$\beta_1(\bar{x}, u) = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \quad \text{.....(5)}$$

いま、探索信号として Fig. 3(a) に示すような $\pm a$ の値をもつ周期 ND の M-系列信号 $\hat{x}(t)$ を $\bar{x}$ に加える。

$$x(t) = \bar{x} + \hat{x}(t) \quad \text{.....(6)}$$

$\bar{x}$ および u は $\hat{x}(t)$ に比べじゅうぶん変化のおそいものとし、プロセスの重み関数を $g(\tau, \bar{x}, u)$ とすると、プロセスの入出力間には (7) 式の関係が成立する。

$$y(t) = \int_0^\infty g(\alpha, \bar{x}, u) \{\bar{x} + \hat{x}(t - \alpha)\} d\alpha \quad \text{.....(7)}$$

つぎに、Fig. 3(b) のような 1, 0 の値をとる M-系列信号を x° とし、(7) 式の両辺と $x^\circ(t)$ との相関をとると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{ND} \int_0^{ND} x^\circ(t - \tau) \cdot y(t) dt \\ &= \frac{1}{ND} \int_0^{ND} x^\circ(t - \tau) \int_0^\infty g(\alpha, \bar{x}, u) \{\bar{x} + \hat{x}(t - \alpha)\} d\alpha dt \end{aligned} \quad \text{.....(8)}$$

(8) 式を変形すると次式が得られる。

$$\int_0^\infty g(\alpha, \bar{x}, u) \cdot \phi_{x^\circ \hat{x}}(\tau - \alpha) d\alpha = \phi_{x^\circ y}(\tau) - \phi_{x^\circ \bar{y}} \quad \text{.....(9)}$$

ただし、

$$\phi_{x^\circ \hat{x}}(\tau) = \frac{1}{ND} \int_0^{ND} x^\circ(t - \tau) \hat{x}(t) dt \quad \text{.....(10)}$$

$$\phi_{x^\circ y}(\tau) = \frac{1}{ND} \int_0^{ND} x^\circ(t - \tau) y(t) dt \quad \text{.....(11)}$$

$$\phi_{x^\circ \bar{y}} = \frac{1}{ND} \int_0^{ND} x^\circ(t - \tau) \bar{y} dt \quad \text{.....(12)}$$

ここで、 $\bar{y}$ は出力 y のうち $\bar{x}$ に対応する成分である。M-系列信号 $x^\circ(t)$ と $\hat{x}(t)$ の相関関数 $\phi_{x^\circ \hat{x}}(\tau)$ は Fig. 3(c) に示すような関数であり、そのパワースペクトル密度 $\Phi_{x^\circ \hat{x}}(\omega)$ は ω の小さな範囲においてつぎの関係を満足する。

$$\Phi_{x^\circ \hat{x}}(\omega) \doteq \Phi_{x^\circ \hat{x}}(0) \quad \text{.....(13)}$$

Fig. 3 (a), (b) M-sequences ($N=31$)
(c) Correlation function $\phi_{x^\circ \hat{x}}(\tau)$

また, $\phi_{x^0\hat{x}}(0)$ と $\phi_{x^0\hat{x}}(\tau)$ の間にはつぎの関係がある.

$$\phi_{x^0\hat{x}}(0) = \int_0^{N\Delta} \phi_{x^0\hat{x}}(\tau) d\tau \quad \dots\dots (14)$$

したがって,

$$\phi_{x^0\hat{x}}(0) = \frac{(N+1)}{2N} a\Delta \quad \dots\dots (15)$$

(9), (13), (15) 式から $g(\tau, \bar{x}, u)$ はつぎのように表わされる.

$$g(\tau, \bar{x}, u) = \frac{2N}{(N+1)a\Delta} \{ \phi_{x^0y}(\tau) - \phi_{x^0\bar{y}} \} \quad \dots\dots (16)$$

このように, $\phi_{x^0y}(\tau)$, $\phi_{x^0\bar{y}}$ から $g(\tau, \bar{x}, u)$ を近似的に得ることができる. しかし実際には出力 y から $\bar{y}$ を分離することはむづかしく, $\phi_{x^0y}(\tau)$ が直接に求められる相関関数である. Fig. 4 は $\phi_{x^0y}(\tau)$ および $\phi_{x^0\bar{y}}$ の一例であるが, この図からわかるように τ がじゅうぶんに $N\Delta$ に近い値 τ' ($\tau' < N\Delta$) では (17) 式が成立するように $N\Delta$ を選べば $\phi_{x^0y}(\tau')$ により $\phi_{x^0\bar{y}}$ を求めることができる.

Fig. 4 Correlation functions $\phi_{x^0\hat{x}}(\tau)$, $\phi_{x^0y}(\tau)$ and $\phi_{x^0\bar{y}}$

$$\phi_{x^0y}(\tau') \doteq \phi_{x^0\bar{y}} \quad \dots\dots (17)$$

また, $\phi_{x^0y}(\tau)$ の計算は普通は $\tau = p_i\Delta$ ($p_i = 1, 2, \dots, N-1$) の時点においてはきわめて容易である. したがって, τ, τ' を

$$\tau = p_i\Delta, \quad \tau' = q_i\Delta \quad (p_i < q_i) \quad \dots\dots (18)$$

とおくと, (16) 式は (17) 式を用いてつぎのように表わすことができる.

$$g(\tau, \bar{x}, u) = \frac{2N}{(N+1)a\Delta} \{ \phi_{x^0y}(p_i\Delta) - \phi_{x^0y}(q_i\Delta) \} \quad \dots\dots (19)$$

ただし, $p_i : 0, 1, 2, \dots, < q_i$

$q_i : N$ に近かつ N より小さい自然数

さて, プロセスの定常ゲイン $G(0, \bar{x}, u)$ と $g(\tau, \bar{x}, u)$ の間にはつぎの関係がある.

$$G(0, \bar{x}, u) = \int_0^\infty g(\tau, \bar{x}, u) d\tau \quad \dots\dots (20)$$

したがって, (1) 式から目的関数の傾きはつぎのように表わされる.

$$\left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} = \int_0^\infty g(\tau, \bar{x}, u) d\tau \quad \dots\dots (21)$$

すなわち, 目的関数の傾きは重み関数の面積で表わされる. (21) 式を $g(p_i\Delta, \bar{x}, u)$ で表わすと,

$$\left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} = \sum_{i=1}^n c_i g(p_i\Delta, \bar{x}, u) \quad \dots\dots (22)$$

ここで, c_i は面積補正係数である. n の値を大きく, N に近くとれば $c_i \doteq \text{const.}$ ($i=1, 2, \dots, n$) となる.

(19) 式および (22) 式から, 目的関数の傾きに比例するつぎのような値 v を得ることができる.

$$\begin{aligned} v &= \sum_{i=1}^n c_i \{ \phi_{x^0y}(p_i\Delta) - \phi_{x^0y}(q_i\Delta) \} \\ &\doteq \frac{(N+1)a\Delta}{2N} \cdot \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}} \quad \dots\dots (23) \end{aligned}$$

この v を積分器を通して入力へフィードバックすれば最適化制御系が構成される (Fig. 5),

Fig. 5 Block diagram of optimizing control system using M-sequence signal

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = Kv \quad \dots\dots (24)$$

ここで,

$$K\beta_2(\bar{x}, u) > 0 \quad \dots\dots (25)$$

ただし,

$$\beta_2(\bar{x}, u) = \left. \frac{\partial^2 f(x, u)}{\partial x^2} \right|_{x=\bar{x}} \quad \dots\dots (26)$$

相関関数 $\phi_{x^0y}(p_i\Delta)$, $\phi_{x^0y}(q_i\Delta)$ は (11) 式のように, M-系列信号の周期 $N\Delta$ 間の平均値として定義されるが, ここでは平均をとる操作を低域フィルタ¹⁾により行なった.

Fig. 5 は M-系列信号を用いた最適化制御系のブロック線図である. ここで, Y は目的関数の最大値または最小値であり, 掛算器の手前で y より引くこと

により低域フィルタの効果を大きくしている. Fig. 6 のように極値の大きさも変動する場合には, その平均的な値でじゅうぶんであろう.

以上の解析は (3) 式の x について (4) 式が成立するという仮定に基づいている. しかし, プロセスが

Fig. 6 An example of determining Y

Fig. 7 A process

目的関数である非線形特性 $f(x, u)$ と線形特性 $G_0(s)$ とに分離でき、かつ Fig. 7 のように $f(x, u)$ が $G_0(s)$ の前にあると考えることができる場合は (4) 式の仮定は次式におきかえられる。

$$f(x, u) = f(\bar{x}, u) + \beta_1(\bar{x}, u)(x - \bar{x}) + \frac{1}{2}\beta_2(\bar{x}, u)(x - \bar{x})^2 \quad \dots\dots(27)$$

摂動損失 (perturbation loss) L を一般的に求めるのは困難であるが、プロセスが Fig. 7 のように分離できる場合には L は最大となり、次式で求められる。

$$L = \frac{a^2}{2} |\beta_2(\bar{x}_0, u) \cdot G_0(0)| \quad \dots\dots(28)$$

ここで、

$$\beta_2(\bar{x}_0, u) = \frac{\partial^2 f(x, u)}{\partial x^2} \Big|_{x=\bar{x}_0} \quad \dots\dots(29)$$

$$\frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{x=\bar{x}_0} = 0 \quad \dots\dots(30)$$

3. 動特性の変動の影響

M-系列信号を用いるこの最適化制御系では運転中のプロセスの動特性の変動は基本的には問題にならない。動特性の変動は Fig. 8 のように重み関数の変化となって現われるが、その面積は変化しないからである。しかし、(22) 式の n を小さくし、一点か二点における $g(p_i \Delta, \bar{x}, u)$ の値により全体の面積を近似する場合はループゲインの変動となって動特性の変動の影響が現われる。この場合必ずしも正確な面積を求め、ループゲインを一定に保つ必要はなく、むしろプロセスの動特性の変動に応じてループゲインも変化するような面積の測定をしたほうがよいと考えられる。たとえば、プロセスの定常ゲインは変化せず動特性だけが

$$\begin{aligned} A &: \mathcal{L}^{-1}\{1/(s+1)(3s+1)\} \\ B &: \mathcal{L}^{-1}\{1/(s+1)(2s+1)\} \\ C &: \mathcal{L}^{-1}\{1/(s+1)(5s+1)\} \end{aligned}$$

Fig. 8 An example of variable weighting function

Fig. 8 の A から B に変化したとすると、この最適化制御系の安定限界は A の場合より大きくなり、ループゲインもそれに応じて大きくして差しつかえない。また、A から C に変わったならば安定限界は A の場合に比べて小さくなり、ループゲインも小さくしたほうがよい。 $n=1$ とし、 $p_i \Delta$ を Fig. 8 に示すような点にとれば、面積の計算値は動特性の変動により誤差を生じるが、この場合の誤差は上に述べたようにむしろ好ましい傾向をもつものである。実際にループゲインがその安定限界値⁸⁾¹¹⁾ に比例するように $p_i \Delta$ を選ぶことは不可能であるので、最も安定性が悪くなる場合 (Fig. 8 では C) にも系が安定となるようにフィードバックループの積分器のゲインを設定することが必要である。

4. 多変数同時最適化制御

M-系列信号はその擬似ランダムという性質から多入力-単出力プロセス、すなわち多変数プロセスの動特性の同時測定に用いることができる¹²⁾。したがって M-系列信号による多変数同時最適化制御が可能である。

r 個の入力 $x_1, x_2, \dots, x_r$ と 1 個の出力 y をもつ Fig. 9 のようなプロセスを考える。操業入力を $\bar{x}_j$,

Fig. 9 A multi-variable process

($j=1, 2, \dots, r$) とし、 $\bar{x}_j$ から y までの伝達関数を $G_j(s, \bar{\mathbf{X}}, u)$, ($\bar{\mathbf{X}} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_r)$) とすれば、各変数 x_j に関する目的関数の傾きはつぎのように表わされる。

$$f_{x_j}(\mathbf{X}, u) \Big|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}} = G_j(0, \bar{\mathbf{X}}, u) \quad \dots\dots(31)$$

ここで、

$$f_{x_j}(\mathbf{X}, u) \Big|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}} = \frac{\partial f(\mathbf{X}, u)}{\partial x_j} \Big|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}} \quad \dots\dots(32)$$

ただし、 $\mathbf{X}' = (x_1, x_2, \dots, x_r)$

着目する $\bar{x}_j$ の範囲を

$$\bar{x}_{j*} \leq \bar{x}_j \leq \bar{x}_{j*}^* \quad \dots\dots(33)$$

$$(j=1, 2, \dots, r)$$

とし、この $\bar{x}_j$ に関して r 個の方程式

$$f_{x_j}(\mathbf{X}, u) = 0 \quad \dots\dots(34)$$

$$(j=1, 2, \dots, r)$$

はそれぞれ根を 1 個ずつもち、このプロセスの最適点は (34) 式を r 元の連立方程式とした場合の根

$$\bar{\mathbf{X}}_0' = (\bar{x}_{10}, \bar{x}_{20}, \dots, \bar{x}_{r0}) \quad \dots\dots(35)$$

であるとする。すなわち、

$$f_{x_j}(\mathbf{X}, u) \Big|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}_0'} = 0 \quad \dots\dots(36)$$

Fig. 13 A multi-variable process

$$\beta_{2j}(\bar{X}, u) = \frac{\partial f(\bar{X}, u)}{\partial x_j \partial x_j} \Big|_{\bar{X}} \quad \dots (51)$$

5. アナログ電子計算機による検討

プロセスが Fig. 7 のように非線形特性 $f(x)$ と線形特性 $G_0(s)$ に分離できる場合について、アナログ電子計算機を用いて行なった実験の結果を以下に示す。

5.1 一変数最適化制御

〔実験 1〕

プロセス

$$f(x) = -0.5x^2, \quad G_0(s) = \frac{1}{(s+1)(3s+1)}$$

M-系列信号

$$N=31, \quad \Delta=0.5 \text{ sec}, \quad a=3$$

掛算器

$$n=1, \quad p_1=3, \quad q_1=30, \quad c_1=5.25, \quad Y=0$$

フィルタ

$$H(s) = \frac{1}{(6.7s+1)^2}$$

積分器ゲイン

$$K=0.08$$

摂動損失

$$L=4.5$$

Fig. 14 Optimizing process when a stepwise input disturbance X_d is inserted (experiment 1)

Fig. 14 は入力にステップ状外乱 x_d がはいった場合の最適点追従の過程を示す。

5.2 動特性の変動の影響

実験 1 の最適化制御系についてプロセスの動特性を変動させ、その場合の最適点追従の実験を行なった。

〔実験 2〕

実験 1 の系においてはほかのものはそのままにし、時定数のみを変えた。

Fig. 15 Optimizing process with $T=2 \text{ sec}$ (experiment 2)

Fig. 16 Optimizing process with $T=5 \text{ sec}$ (experiment 2)

プロセス

$$G_0(s) = \frac{1}{(s+1)(Ts+1)}$$

Fig. 15 および Fig. 16 はそれぞれ $T=2 \text{ sec}$, $T=5 \text{ sec}$ に変え、入力にステップ状外乱 x_d を加えた場合の最適点追従の過程を示す。Fig. 8 はそれらに対するプロセスの重み関数を示す。また、 T の変化に対するループゲインの変化、およびループゲインの安定限界値の変化は Table 1 に示すとおりである。

T	$g_0(p_1\Delta)$	$c_1g_0(p_1\Delta)$	K_l	K_{le}	K_l/K_{le}
2	0.25	1.3	0.08	0.17	0.47
3	0.19	1.0	0.06	0.16	0.38
5	0.13	0.7	0.04	0.13	0.32

Table 1

5.3 二変数同時最適化制御

〔実験 3〕

プロセス (Fig. 13)

$$f_1(x_1) = -0.24x_1^2, \quad f_2(x_2) = -0.32x_2^2$$

$$G_{01}(s) = \frac{1}{(s+1)(3s+1)}, \quad G_{02}(s) = \frac{1}{s+1}$$

M-系列信号

$$N=31, \quad \Delta=1 \text{ sec}, \quad a_1=3, \quad a_2=3$$

$$s_1=0, \quad s_2=17$$

掛算器

$$n_1=1, \quad p_{11}=3, \quad q_{11}=30, \quad c_{11}=5, \quad n_2=1,$$

$$p_{21}=18, \quad q_{21}=16, \quad c_{21}=1.7, \quad Y=0$$

フィルタ

$$H_1(s) = \frac{1}{(14.3s+1)^2}, \quad H_2(s) = \frac{1}{(12.5s+1)^2}$$

積分器ゲイン

Fig. 17 Optimizing process of two variable system when stepwise input disturbance x_{d1} and x_{d2} are inserted (experiment 3)

Fig. 18 Hill climbing trajectory (experiment 3)

$$K_1 = 0.007 \quad K_2 = 0.03$$

摂動損失

$$L = 5$$

Fig. 17 は入力 x_1, x_2 にそれぞれステップ状外乱 x_{d1}, x_{d2} を加えた場合で、Fig. 18 はそのときの山登りの過程を示したものである。

6. 結 言

ここでは M-系列信号を探索信号として用いた最適化制御系の検討を行なったが、この方法は従来相関形正弦波摂動法のもつ欠点とされていた点をかなり補う

ことができ、実際に有力な手法であると思われる。相関器に用いる掛算器として、リレーが使用できるという点もこの方法が実際面で持つ利点であろう。

おわりに、本研究にあたり助言をいただいた東京工業大学・森永智昭助教授、市川惇信助教授に、また実験その他に協力いただいた岩佐公一氏に心から感謝の意を表する。

文 献

- 1) 藤井, 古賀: “相関形最適化制御系の解析” 日本機械学会論文集, 26-161, pp. 129-138 (1960)
- 2) 福永, 井上: “探索信号を用いた最適化制御” 制御工学, 6-4, pp. 207-213 (1962)
- 3) 市川: “化学工業における最適化” ケミカルエンジニアリング, 9-4, 5, 6 (1963)
- 4) C. S. Draper & Y. T. Li: “Principle of Optimizing Control Systems and Application to the Internal Combustion Engine” ASME Publication (1951)
- 5) P. Eykhoff & O. J. M. Smith: “Optimizing Control with Process Dynamics Identification” IRE Trans. on A. C., 7, pp. 140-155 (1962)
- 6) P. M. E. M. van der Grinten: “The application of random test signals in process optimization” Proceedings of the 2nd congress IFAC Basle 1963 Theory, 551-555
- 7) 磯部, 間野: “探索信号法による多変数系の最適化制御の二方法” 計測自動制御学会第 4 回学術講演会予稿集, pp. 273-274 (1965)
- 8) 伊沢, 古田, 大地: “最適化制御系の安定性に関する研究” 第 8 回自動制御連合会講演会前刷, pp. 123-124 (1965)
- 9) D. A. Huffman: “The Synthesis of Linear Sequential Coding Networks” Information theory, pp. 77-95 (Academic Press-1956)
- 10) 伊沢, 古田: “プロセス動特性の一測定法” 計測と制御, 3-9, pp. 21-29 (1964)
- 11) 大地: “最適化制御に関する研究” 東京工業大学修士論文 (1965)
- 12) K. Izawa and K. Furuta: “Simultaneous identification of multi-input and -output systems” Preprint IFAC Tokyo symposium IV, 1-11 (1965)