非線形多変数サーボ系の一設計法

平 山 裕*・平 井 一 正**

Design of Servomechanism for Nonlinear Multivariable Systems

Hiroshi HIRAYAMA* and Kazumasa HIRAI**

In this paper, the servomechanism synthesis for nonlinear multivariable systems is considered.

"Servomechanism performance", here we mean, is to track any step reference signals with zero steady state error while the system is subject to any step external disturbances.

While nonlinear characteristics can be seen in various manners, we concentrate on certain classes of nonlinear systems than to attack the general cases. Following nonlinear systems are treated; systems with input-channel nonlinearity, systems with output-channel nonlinearity, and each nonlinear characteristic is assumed to be sector-type.

Firstly we present feedback laws that insure the stability of compensated nonlinear systems.

Next, based on these results, derive necessary conditions that the nonlinear systems to be controlled must satisfy to be able to get the desired "servomechanism performance". Furthermore, the existence condition of an unique equilibrium point are also investigated.

Key Words: nonlinear systems, multivariable control systems, servomechanism

1. 緒 論

線形制御システムの設計法に関しては、周波数応答法、状態変数法など、多くの設計法が確立されている。しかしながら、非線形制御システムの場合、線形システムの極、零点の概念が使えないこと、平衡点の唯一性や局所安定性などの問題などのために、一般的議論がむずかしく、制御システムの設計の研究は、あ

まりすすんでいない。

非線形システムの設計方法としては、非線形特性を線形化し、線形システム理論を適用する方法がある。非線形特性が弱非線形性の場合はこれで十分の場合もあるが、その結果に不安が残る。非線形性を厳密に扱ったものとしては、前田らの研究があるが^{1)~4)}、安定化問題を扱ったものがほとんどである。最近非線形サーボ問題をロバスト制御の立場から扱ったものが研究されているが、その数は少ない⁵⁾。本論文は非線形特性をあるクラスに限定して、外乱の影響をうけることなく、ステップ状目標値に追従するような非線形サーボシステムを設計する方法について述べたものである。

2. 対象システム

本論文ではつぎの三つのクラスに属する非線形システムを考える。

$$S_1: \begin{cases} \dot{x} = Ax + B\sigma, \sigma = \varphi(u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

$$S_2: \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \sigma = Cx \\ y = \varphi(\sigma) \end{cases} \quad (2)$$

$$S_3: \begin{cases} \dot{x} = Ax + B\sigma, \sigma = \varphi(u, x) \\ y = Cx \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 $x \in R^n$, $y, u, \sigma \in R^m$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{m \times n}$, B, C : 最大階数をもつ。

$S_1, S_3, (S_2)$ は、非線形要素が線形部の前(後)にあるもので、これらのシステムが制御対象として与えられたとき、大域漸近安定でかつ外乱を除去して目標値に追従するような閉ループ系の設計を考えるのが、本論文の目的である。

$S_1 \sim S_3$ に対してつぎの仮定をおく。

[仮定 1] (A, B) は可制御対, (C, A) は可観測対。

[仮定 2] (C, A, B) は伝達零点を原点にもたない。

[仮定 3] 外乱, 目標値ともにステップ状に変化する。

* 三菱重工業(株)神戸造船所 神戸市兵庫区和田崎町 1-1-1

** 神戸大学工学部 神戸市灘区六甲台 1-1

* Mitsubishi Heavy Ind. Co., Kobe

** Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe

(Received September 27, 1983)

(Revised July 27, 1984)

Fig. 1 Servomechanism for system S_1

る。また S_1, S_2 に対して非線形特性はつぎの仮定を満足するものとする。

$$[\text{仮定 4}] \quad 0 < kL_i \leq \frac{\varphi_i(u_i) - \varphi_i(u_i)}{u_i - u_i} \leq uH_i < \infty \quad (u_i \approx \bar{u}_i) \quad (4)$$

ここで, $K_L \triangleq \text{diag}[kL_i]$, $K_H \triangleq \text{diag}[kH_i]$

3. システム S_1 に対するサーボ系の設計

いま(1)式で表わされる制御対象に対し, Fig. 1 に示すような I-P 形サーボ機構を考える。ここで F , L はそれぞれ $m \times n$, $m \times m$ の定数行列ゲインで, その値は以下のようにして定める。外乱を考慮すると,

(1)式は

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B\sigma + d_1, \quad \sigma = \varphi(u + d_2) \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

($d_1 \in R^n, d_2 \in R^m$)

となり, これを閉ループの関係式

$$\left. \begin{aligned} \dot{w} &= r - y \\ u &= -Fx - Lw \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

($w \in R^m$)

から, 閉ループ系の状態方程式は

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi} &= \bar{A}\xi + \bar{B}\sigma + \eta \\ \sigma &= \varphi(u + d_2), \quad u = -\bar{F}\xi \\ y &= \bar{C}\xi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。ただし

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\eta = \begin{bmatrix} d_1 \\ r \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = [F, L], \quad \bar{C} = [C, 0]$$

いま $\dot{\xi} = 0$ なる平衡状態を考え, このときの各変数の値を添字 s をつけて表わすと, (7)式より

$$\left. \begin{aligned} Ax_s + B\sigma_s + d_1 &= 0, \quad \sigma_s = \varphi(u_s + d_2) \\ r &= y_s, \quad y_s = Cx_s, \quad u_s = -Fx_s - Lw_s \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となり, 目標値と制御量は一致していることがわかる。

つぎに平衡状態が唯一存在するための条件を求め。 (8)式より

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ \sigma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d_1 \\ r \end{bmatrix} \quad (9)$$

となり, 任意の d_1, r に対して, x_s, σ_s が唯一に定ま

る必要十分条件は, $\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \neq 0$ となる。これは仮定 2 と同値である。また仮定 4 より, $\varphi(s)$ は 1 対 1 対応であるので, この σ_s に対して u_s は唯一に定まる。そこで任意の d_1, d_2, r に対して得られるいかなる x_s, u_s についても,

$$\det L \neq 0 \quad (10)$$

であれば w_s は唯一に定まり, 平衡状態は唯一存在することになる。以上より, 仮定 2 および (10) 式が, 唯一の平衡状態存在のための必要十分条件になる。

いま平衡状態を基準にとり, ここから変動した各変数の値を添字 e をつけて表わすと, (7)式より

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_e &= \bar{A}\xi_e + \bar{B}\sigma_e \\ \sigma_e &= \varphi(u_e), \quad u_e = -\bar{F}\xi_e \\ y_e &= \bar{C}\xi_e \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。ただし $\varphi(u_e) \triangleq \varphi(u_s + u_e + d_2) - \varphi(u_s + d_2)$ であって, 仮定 4 より $kL_i \leq \varphi(u_e)/u_e \leq kH_i$ となり, 目標値や外乱の大きさにかかわらず, 非線形特性を一樣に取り扱うことができる。

そこで問題は, (11)式を大域漸近安定としようとするフィードバックゲイン $\bar{F}$ を定めることになる。まず $(\bar{A}, \bar{B})$ が可制御対であることが, 仮定 1, 2 から明らかであるので, この問題は文献 1) で論じられた安定化問題と同じになる。すなわちつぎの $(n+m)$ 次リカッチ方程式を考える。

$$PT + T'P - 2PBK_L\bar{B}'P + Q'Q + R = 0 \quad (12)$$

ただし

$$T = \bar{A} + \alpha I_{n+m} - \sqrt{2} \bar{B}K_L(K_H - K_L)^{-1/2}Q \quad (13)$$

また $Q \in R^{m \times (n+m)}$, $R \in R^{(n+m) \times (n+m)}$ ($R = R' \geq 0$) であって, これらは (12) 式が正定解 P を少なくとも一つもつように定めたものである。

このとき (12) 式の唯一正定解 P を用いて,

$$\bar{F} = \bar{B}'P + \sqrt{2} (K_H - K_L)^{-1/2}Q \quad (14)$$

とすることによって, (11)式は, 任意の減衰度 $\alpha (> 0)$ で大域漸近安定にできる¹⁾。

(14)式のように定めた $\bar{F}$ を用いた行列 $\bar{A} - \bar{B}\bar{F}$ は安定行列なので,

$$\text{rank}(\bar{A} - \bar{B}\bar{F}) = \text{rank} \begin{bmatrix} A - BF & -BL \\ -C & 0 \end{bmatrix} = n + m \quad (15)$$

より, $\text{rank } BL = m$, 一方 B は最大階数をもつと仮定しているので, $\text{rank } B = m$ 。もし $\text{rank } L = m' < m$ であれば, シルベルスタの不等式より $\text{rank } BL = m' < m$ となる。したがって $\text{rank } L = m$ でなければならず, L は正則, すなわち (10) 式は成立する。

以上を総合してつぎの定理を得る。

Fig. 2 Servomechanism for system S_2

《定理 1》 システム S_1 は、仮定 1, 2, 3 のもとで、(14)式のように $\bar{F}=[F:L]$ を定めることにより、任意の減衰度 α で任意のステップ状目標信号に追従するようなサーボ系 Fig. 1 を構成することができる。

4. システム S_2 に対するサーボ系の設計

対象システム (2) 式に外乱が加わった、

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + d_1, \quad \sigma = Cx \\ y &= \varphi(\sigma + d_2) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$(d_1 \in R^n, d_2 \in R^m)$$

なるシステムに対し、Fig. 2 のような I-P 形サーボ系を考える。このとき (6) 式が成立するので、全体システムは

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi} &= \bar{A}\xi + \bar{B}u - Hy + \eta, \\ \sigma &= \bar{C}\xi, \quad u = -\bar{F}\xi, \\ y &= \varphi(\sigma + d_2) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。ただし $\bar{\xi}, \bar{B}, \eta, \bar{F}, C$ は (7) 式の場合と同じで、 $\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $H = \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix}$ である。

さて、前節とまったく同様にして $\dot{\xi}=0$ なる平衡状態を考えると、この状態で Fig. 2 の系は制御量と目標値が一致していることがわかり、あとの設計問題としては、平衡状態の唯一性と、 $\bar{F}$ による大域漸近安定化の二つの問題にしばられる。平衡状態の唯一性に関しては、前節と同様、仮定 2 と (10) 式がその必要十分条件となる。そこで以下大域漸近安定化問題について考察する。

前節と同様、平衡状態 ξ_e からの各変数の変動分を添字 e をつけて表わすと、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_e &= \bar{A}\xi_e + \bar{B}u_e - Hy_e, \\ \sigma_e &= \bar{C}\xi_e, \quad u_e = -\bar{F}\xi_e, \\ y_e &= \varphi(\sigma_e) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

となる。ただし $\varphi(\sigma_e) \triangleq \varphi(\sigma_e + \sigma_s + d_2) - \varphi(\sigma_s + d_2)$ である。

サーボ系の設計は、この (18) 式のシステムの大域漸近安定化問題に帰着されるが、(11) 式と比べるとわかるように、この場合システムの構造が異なるため、通常の安定化手法は使えず、以下のべるような手法を考える。

いま、 $K_M = (K_H + K_L)/2$, $K_W = (K_H - K_L)/2$ とお

Fig. 3 Equivalent system to Fig. 2

く。また、 $\phi(\sigma_e) \triangleq \phi(\sigma_e) - K_M \sigma_e$ と定義する。このとき次式がなりたつ。

$$\phi'(\sigma_e)\phi(\sigma_e) \leq \sigma_e' K_W^* \sigma_e \quad (19)$$

(18) 式をかきなおすと

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_e &= (\bar{A} - \bar{B}\bar{F})\xi_e - H\phi(\sigma_e) \\ \sigma_e &= C\xi_e \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\text{ただし } \bar{A} = \bar{A} - HK_M \bar{C} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -K_M C & 0 \end{bmatrix}$$

となる。このとき Fig. 2 は Fig. 3 のようになる。

前節では最初にリカッチ方程式を与え、その正定解 P を用いた関数 $x'Px$ がリアプノフ関数になるように制御則を定めた。ここではまず、ある行列 P を設計パラメータを陽に含んだ形で仮定し、関数 $\xi_e' P \xi_e$ がリアプノフ関数になるように行列 P とリカッチ方程式に相当する等式をくみあげていくことにより制御則を導出する。

いま、 $P = \begin{bmatrix} P_1 & \beta P_2 \\ \beta P_2' & \beta P_3 \end{bmatrix}$ ($P_1 = P_1' \in R^{n \times n}$, $P_3 = P_3' \in R^{m \times m}$, $P_2 \in R^{n \times m}$, $\beta > 0$) なる $n+m$ 次正定行列 P を考え、次式が成立しているとする。

$$P\bar{A} + \bar{A}'P - P\bar{B}\bar{B}'P = -Q \quad (21)$$

ここで P, Q はこれから定めていく行列であり、この P を用いて、ゲイン行列 $\bar{F}$ を

$$\bar{F} = [F:L] = \frac{1}{2} \bar{B}' P = \left[\frac{1}{2} \bar{B}' P_1 \quad \frac{1}{2} \beta \bar{B}' P_2 \right] \quad (22)$$

と与えることにする。

いま $V(\xi_e) = \xi_e' P \xi_e$ とおき、(22) 式を (11) 式に代入したときの解に沿って V の時間微分をとると

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi_e) &= \xi_e' (P\bar{A} + \bar{A}'P - P\bar{B}\bar{B}'P) \xi_e \\ &\quad - (\xi_e' PH + \phi'(\sigma_e))(H'P\xi_e + \phi(\sigma_e)) \\ &\quad + \phi'(\sigma_e)\phi(\sigma_e) + \xi_e' PHH'P\xi_e \end{aligned} \quad (23)$$

となる。ここで

$$Q \triangleq Q_1 + Q_2, \quad Q_1 \triangleq \begin{bmatrix} C'K_W^*C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

とし、(21) 式を代入すると、

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi_e) &= -[\sigma_e' K_W^* \sigma_e - \phi'(\sigma_e)\phi(\sigma_e)] \\ &\quad - (H'P\xi_e + \phi(\sigma_e))'(H'P\xi_e + \phi(\sigma_e)) \end{aligned}$$

$$-\xi_s(Q_2 - PHH'P)\xi_s \quad (25)$$

となる。

右辺第一項は(19)式より非正であるので、結局 P と $Q_2 - PHH'P$ の正定がいればよい、そこでいま行列 P_1 を n 次リカッチ方程式

$$P_1(A + \alpha I_n) + (A + \alpha I_n)'P_1 - P_1BB'P_1 = -C'K_M^2C \quad (26)$$

ただし、 α は任意の正の実数

の唯一正定解とする。(仮定 1 より正定解の唯一存在性は保障されている)。(26)式を使って(21)式の左辺を計算すると Q が定められる。そこで

$$P_2'A - P_3K_MC - P_2BB'P_1 = 0 \quad (27)$$

とおくことにより、

$$Q_2 = \text{diag}[2\alpha P_1 + \beta(P_2K_MC + C'K_MP_2'), \beta^2 P_2BB'P_2] \quad (28)$$

となる。

P_1 は(26)式の解であることより、行列 $(A - BB'P_1)$ は正則行列となるので、(27)式より

$$P_2' = P_3K_MC(A - BB'P_1)^{-1} \quad (29)$$

となる。

そこで P の正定条件を考える。 P_1 は正定行列、また P_3 を正定行列に選ぶと、行列 P が正定であるための必要十分条件は

$$P_1 - \beta P_2(\beta P_3)^{-1}\beta P_2' = P_1 - \beta P_2P_3^{-1}P_2' > 0 \quad (30)$$

である。そこで $P_3 \triangleq K_M^2$ と選ぶと、(29)式を考慮して(30)式を計算することにより

$$0 < \beta < \lambda_{\min} P_1 / \lambda_{\max} \{ [C(A - BB'P_1)^{-1}]' K_M \times [C(A - BB'P_1)^{-1}] \} \quad (31)$$

と設計パラメータを選んでは P は正定行列となることがわかる。

つぎに $Q_2 - PHH'P$ の正定条件を考える。上述の P と(28)式から、

$$Q_2 - PHH'P = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_2' & w_3 \end{bmatrix} \quad (32)$$

ただし $w_1 = 2\alpha P_1 + \beta(P_2K_MC + C'K_MP_2') - \beta^2 P_2P_2'$

$$w_2 = -\beta^2 P_2P_3, \quad w_3 = \beta^2(P_2BB'P_2 - P_3^2)$$

となる。いま

$$G(s) = C[sI_n - (A - BB'P_1)]^{-1}B \quad (33)$$

とおく。(これは $F = B'P$ とゲインをきめたときの Fig. 3 の破線の部分の伝達関数行列にあたる) 行列 w_3 が正定である条件は、(29)式を使うと

$$G(0)G'(0) > K_M^2 \quad (34)$$

であることがわかり、これは

$$\lambda_{\min}[G(0)G'(0)] > 1 / [\min_i K_{M_i}]^2 \quad (35)$$

と変形される。

行列 w_1 が対称、 w_3 が正定であるので、

$Q_2 - PHH'P$ が正定であるための必要十分条件は

$$w_1 - w_2w_3^{-1}w_2' > 0$$

であり、この条件を満たす β は、

$$\lambda_i(w_1 - w_2w_3^{-1}w_2') \geq c + b\beta - a\beta^2 > 0$$

より

$$0 < \beta < \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a} \quad (36)$$

ただし

$$a = \lambda_{\max}[P_2P_2' + P_2(K_M G(0)G'(0)K_M - I_m)^{-1}P_2'] \\ (> 0)$$

$$b = \lambda_{\min}[P_2K_MC + C'K_MP_2']$$

$$c = 2\alpha \lambda_{\min} P_1 (> 0)$$

となる。

以上の考察をまとめるとつぎの定理を得る。

《定理 2》 システム S_2 は、仮定 1, 2, 3 のもとで、

$F = (1/2)B'P_1$, $L = -(1/2)BG'(0)$ と定めることにより、Fig. 2 に示すような、任意のステップ状目標値に追従するようなサーボ系を構成することができる。ただし P_1 は(26)式の解、 $G(s)$ は(33)式で与えられる。またこのサーボ系が構成できるためには(35)式が成立しており、設計パラメータ β は(31), (36)式を満足していなければならない。

(定理の証明としては(10)式の成立をいわないといけないが、これは簡単であるので省略した)

ここで定理の条件となっている(35)式が意味していることを考える。非線形特性の幅 $2K_W$ が大きいとリカッチ方程式(26)式の解 P_1 が大きくなるから、ゲイン行列 F が大きくなり、Fig. 3 の①の部分のゲインが小さくなる。よって $G(0)$ も小さくなる。このとき(35)式は、 $G(0)$ が小さくなるにつれて非線形特性の中心値 K_M が大きくなることを要求している。 K_M が大きいと、Fig. 3 の③の部分のゲインが小さくなり、非線形性 $\phi(\cdot)$ のゲインとの積は小さくなるので、スモールゲイン定理より、閉ループ系は安定となる。つまり(35)式の条件は、I-P 型制御機構の制御パラメータを操作するだけでは、③の部分のゲインを十分小さくすることができないことを意味している。

なお以上 2 節にわたって、非線形特性は(4)式で与えられたが、変数間のカップリングを許した形、すなわち

$$[k_H(u - \tilde{u}) - (\varphi(u) - \varphi(\tilde{u}))][(\varphi(u) - \varphi(\tilde{u})) - k_L(u - \tilde{u})] > 0, \quad u, \tilde{u} \in R^m, \quad 0 \leq k_L < k_H < \infty \quad (37)$$

に対しても、定理 1、および 2 と同様な結果が得られる。ただしこのときは $\varphi(\cdot)$ は 1 対 1 対応関数という

条件がつく。

5. システム S_3 に対するサーボ系の設計

(3)式で表わされるシステムを考える。ここで $\varphi(x, u) = f_m(x) + u$ とし、ステップ状外乱 $d_1 \in R^n, d_2 \in R^n$ を考慮すると、状態方程式は

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bf_m(x + d_1) + Bu + d_2 \\ y = Cx \end{cases} \quad (38)$$

となる。ここで f_m は $R^n \rightarrow R^n$ で

$$\begin{aligned} &\{f_m(u_1) - f_m(u_2)\}' \{f_m(u_1) - f_m(u_2)\} \\ &\leq k_m^2 (u_1 - u_2)' (u_1 - u_2) \quad (u_1 \neq u_2, k_m \neq 0) \end{aligned} \quad (39)$$

とする。任意の大きさのステップ状目標信号に追従するサーボ機構として、第 3, 第 4 節で考慮した I-P 形サーボ機構を考える。すなわち、記号は Fig. 2 または Fig. 3 と同じとし、

$$\begin{cases} \dot{w} = r - y \\ u = -Fx - Lw \end{cases} \quad (40)$$

とする。

前節とまったく同様にして、平衡状態 (x_s, w_s) が唯一に定まるための必要十分条件は仮定 2 と (10) 式であることがわかる。

平衡状態での各変数の値を基準値にして測った変数値に添字 e をつけて表わすと、

$$\begin{cases} \dot{\xi}_e = \bar{A}\xi_e + \bar{B}u_e + \bar{B}g_m(x_e) \\ u_e = -\bar{F}\xi_e \end{cases} \quad (41)$$

となる。ただし

$$\begin{aligned} \xi_e &= \begin{bmatrix} x_e \\ w_e \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{F} &= [F : L] \end{aligned}$$

$$g_m(x_e) \triangleq f_m(x_e + x_s + d_1) - f_m(x_s + d_1)$$

このとき

$$g_m'(x_e)g_m(x_e) \leq k_m^2 x_e' x_e \quad (42)$$

を満足する。

(41)式を大域漸近安定とするようなゲイン行列 F を定めるために、 $(n+m)$ 次のリカッチ方程式

$$P(\bar{A} + \alpha I_{n+m}) + (\bar{A} + \alpha I_{n+m})'P - P\bar{B}\bar{B}'P + Q = 0 \quad (43)$$

$$Q \triangleq \text{diag}[k_m^2 I_n, \delta^2 I_m], \quad \delta \neq 0$$

を考える。(43)式が唯一正定解をもつのは $(\bar{A}, \bar{B})$ の可制御性と Q の形より明らかで、いまこれを P とすると、

$$\bar{F} = \bar{B}'P \quad (44)$$

とすることにより、(41)式は任意の減衰度 $\alpha (> 0)$ で大域漸近安定化できる。

(証明は簡単である。いま (43) 式の唯一正定解 P を

用いて $V(\xi_e) = \xi_e' P \xi_e$ とする。(41)式の解に沿って V の時間微分をとり、(43), (44)式を考慮すると、

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi_e) &= -2\alpha V(\xi_e) - (\xi_e' P \bar{B} - g'(\xi_e)) \\ &\quad \times (\bar{B}' P \xi_e - g(\xi_e)) - (k_m^2 x_e' x_e - g'(\xi_e)g(\xi_e)) \\ &\quad - \delta^2 w_e' w_e \end{aligned}$$

となることから、明らか。

また (44) 式のように $\bar{F}$ をきめたとき、行列 L が (10) 式を満足していることは、定理 1 の証明と同様にしてわかる。したがってつぎの定理を得る。

《定理 3》 システム S_3 は仮定 1, 2 および (39) 式のもとに、(44) 式のように $\bar{F} = [F, L]$ を定めることにより、任意の減衰度の $\alpha (> 0)$ で、任意の大きさのステップ状目標信号に追従するようなサーボ機構 (39), (40) 式を構成することができる。

6. 結 言

本論文では、非線形多変数システムに対するサーボ系の設計法を提案した。ここで考えたサーボ特性とは、任意の大きさのステップ状目標値信号に追従し、任意の大きさのステップ状外乱の影響を除去することを指している。この問題を考えるために、制御対象に含まれる非線形特性のクラスを三つに限定し、おのこのシステムに対する設計法を導いた。すなわち、まず目標値が零の場合の安定化の方法を考え、この結果を利用して I-P 形サーボ機構によるサーボ系の設計法を検討した。とくに非線形特性が制御対象の出力側にある場合、十分条件の形でシステムに制約が加わり、非線形特性が入力側にある場合に比べて、サーボ系の構成は複雑になることがわかった。

今後の課題としては、状態オブザーバを使用する場合に生ずる問題や、より広いクラスの非線形システムに対する考察が残されている。

参 考 文 献

- 1) 前田：非線形システムの状態フィードバックによる大域指数安定化，計測自動制御学会論文集，5-2，166/171 (1971)
- 2) C. A. Desoer and Y. T. Wang: The Robust Nonlinear Servomechanism Problem, International Journal of Control, 29-5, 803/828 (1979)
- 3) M. Vidyasager: On the Stabilization of Nonlinear Systems Using State Detection, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-25-3, 504/509 (1980)
- 4) 池田, 前田, 児玉: 多変数フィードバック制御系の時間領域での設計—線形時変システムと非線形システムの安定化—, システムと制御, 17-11, 662/671 (1973)
- 5) R. Doraiswami: Robust Control of a Class of Nonlinear Servomechanism Problem, Proc. IEE, pt. D. 30-2, 63/71 (1983)