Exact Model Matching 手法に基づく適応制御系の構成[†]

市 川 邦 彦*

Construction of Adaptive Control System Based on an Exact Model Matching Technique

Kunihiko ICHIKAWA*

In spite the fact that adaptive control is nothing but an exact model matching under the condition that the plant parameters are unknown, there have been very few researches which have been carried out along the line of extending exact model matching to unknown plant. The usual exact model matching developed by Wolovich is not easy to be extended to adaptive control because the input dynamics of the resulting system depend on plant parameters. In this paper, a new exact model matching with the input dynamics which do not depend on plant parameters are presented, and is extended to the construction of adaptive control system in the very natural way. The structure of the resulting adaptive control system is essentially the same as the one of Narendra et al., but it needs the concept of neither positive real function nor augmented error signal, and is very plain and understandable. It is proven easily that the plant input signal converges to that which is employed in the exact model matching, and hence the total stability is assured. Also, the problem of degree difference of the plant does not cause any trouble at all.

Key Words: adaptive control, exact model matching, construction method of adaptive control system

1. ま え が き

適応制御は、プラントが未知という条件のもとで、適応的に exact model matching を達成しようとするものと解釈できるが、これまでに、適応制御を直接

的に exact model matching の拡張としてとらえた研究はわずかしかない^{1),2)}。ただし、Narendra らおよび市川の研究には exact model matching の考え方が入っているといえよう^{3),4)}。

周波数領域における多変数系 exact model matching の手法は Wolovich によって開発され⁵⁾、極配置, exact model matching および非干渉制御のための強力な手段になっており、それは当然スカラー系の exact model matching を包含している。しかし、Wolovich の exact model matching では入力ダイナミクスがプラントのパラメータに依存する形となっているので、適応制御への拡張が思うようにできない。そこで適応制御への拡張が可能となるような exact model matching の開発が必要となった。第2節に新しい exact model matching 法を述べ、第3節では、それをきわめて自然な形で適応制御系の構成へと拡張する。第4節に安定解析を示し、第5節にシミュレーション結果を示す。

2. exact model matching 手法

プラントの伝達関数が

$$t(s) \triangleq y(s)/u(s) = gr(s)p^{-1}(s) \quad (1)$$

で与えられているとする。 $r(s)$ および $p(s)$ はそれぞれ m 次および n 次モニック多項式とし、 $0 \leq m \leq n-1$ とする。 $r(s)$ と $p(s)$ は互に素とする。 $u(t)$ はプラントの入力、 $y(t)$ はプラントの出力とする。規範モデルは設計仕様を満足するように選定するのであり、その方法は Melsa and Schultz⁶⁾ に詳しく説明されているので、ここではそれを省略し、単にその伝達関数がつぎのように与えられているものとする。

$$ta(s) \triangleq y_m(s)/v(s) = ga ra(s)pa^{-1}(s) \quad (2)$$

$ra(s)$ および $pa(s)$ はそれぞれ ma 次および na 次モニック多項式とする。 $v(t)$ は規範モデルの入力であ

[†] 第4回適応制御シンポジウムで発表 (昭 59・1)

* 上智大学理工学部 東京都千代田区紀尾井町 7-1

* Faculty of Science and Technology, Sophia University, Chiyoda-ku, Tokyo

(Received January 25, 1984)

(Revised June 12, 1984)

り, 閉ループ系の基準入力である。

exact model matching および適応制御を達成するためにつぎの二つの仮定を設ける。

- 1) $r(s)$ は不安定零をもたない。
- 2) $n_d - m_d \geq n - m$

そして, 特に適応制御の場合には, g の符号がわかっているものとする。

$r^*(s)$ および $p^*(s)$ をそれぞれ m 次および n 次の任意のモニク漸近安定多項式とし, $t_d(s)$ をつぎのように書き直す。

$$t_d(s) = \frac{g_d r^*(s)}{p^*(s)} \cdot \frac{p^*(s) r_d(s)}{r^*(s) p_d(s)} \quad (3)$$

この第2因子 $p^*(s) r_d(s) / [r^*(s) p_d(s)]$ は仮定によりプロパであるから実現可能な, フィルタである。これをループの外におく入力ダイナミクス $t_i(s)$ とする。 $\bar{v}(s) = t_i(s) v(s)$ を定義すると, 問題は $\bar{v}(s)$ から $y(s)$ に至る間のループ伝達関数を, $g_d r^*(s) [p^*(s)]^{-1}$ という規範モデルに一致させるという exact model matching に帰着されている。ここで注意すべきことは, 入力ダイナミクス $t_i(s)$ はプラントとはまったく無関係な既知の伝達関数であるから, exact model matching にも適応制御にも共通的に使用できるということである。また, 帰着された exact model matching 問題では, プラントも規範モデルも, 分子多項式は m 次, 分母多項式は n 次ということになっている。

任意の $n - m - 1$ 次モニク漸近安定多項式 $\gamma(s)$ を導入する。

[補題 1] つぎの式を満足する $n - 2$ 次多項式 $k(s)$ と $n - 1$ 次多項式 $h(s)$ はただ一つに定まる。

$$k(s)p(s) + h(s)r(s) = r^*(s)\gamma(s)p(s) - r(s)\gamma(s)p^*(s) \quad (4)$$

(証明) $r^*(s)\gamma(s)p(s) - r(s)\gamma(s)p^*(s)$ はたかだか $2n - 2$ 次多項式である。ゆえに Wolovich⁵⁾ の定理 7.3.12 より, $k(s)$ と $h(s)$ はただ一つに存在し, いずれもたかだか $n - 1$ 次である。特に, いまは $m \leq n - 1$ なので (4) 式の右辺および $h(s)r(s)$ はたかだか $2n - 2$ 次である。 $p(s)$ は n 次なので $k(s)$ の次数はたかだか $n - 2$ である。 Q. E. D.

Fig. 1 Exact model matching system

《定理 1》 (4) 式を満足する多項式 $k(s)$ と $h(s)$ を用い, Fig. 1 に示すような閉ループ系を構成する。すなわち制御法則を

$$u(s) = \frac{k(s)}{r^*(s)\gamma(s)} u(s) + \frac{1}{g} \cdot \frac{h(s)}{r^*(s)\gamma(s)} y(s) + \frac{g_d}{g} \bar{v}(s) \quad (5)$$

とする。この制御法則は実行可能(注 1)であり, かつ exact model matching を達成する。

(証明) $\partial[r^*(s)\gamma(s)] = n - 1$ であるから, (5) 式によって $u(t)$ を発生するのに微分信号は必要でない。

(4) 式より

$$k(s) + h(s)r(s)p^{-1}(s) = r^*(s)\gamma(s) - r(s)p^{-1}(s)\gamma(s)p^*(s)$$

ゆえに

$$k(s)u(s) + (1/g) \cdot h(s)y(s) = r^*(s)\gamma(s)u(s) - (1/g)\gamma(s)p^*(s)y(s)$$

一方, (5) 式より

$$r^*(s)\gamma(s)u(s) = k(s)u(s) + (1/g) \cdot h(s)y(s) + (g_d/g)r^*(s)\gamma(s)\bar{v}(s)$$

この二つの式より

$$y(s) = \frac{g_d r^*(s)\gamma(s)}{p^*(s)\gamma(s)} \bar{v}(s)$$

$\gamma(s)$ は漸近安定であるから, 約して差し支えない。よって

$$y(s) = \frac{g_d r^*(s)}{p^*(s)} \bar{v}(s) = \frac{g_d r^*(s)}{p^*(s)} \cdot \frac{p^*(s) r_d(s)}{r^*(s) p_d(s)} v(s)$$

そして, $r^*(s)$ および $p^*(s)$ はいずれも漸近安定であるから $y(s) = t_d(s)v(s)$ をうる。さらに

$$u(s) = \frac{g_d}{g} \cdot \frac{r^*(s)p(s)}{r(s)p^*(s)} \bar{v}(s)$$

が得られ, $r(s)$ は不安定零をもたないので, $u(t)$ は有界である。かくして $v(s)$ から $y(s)$ に至る伝達関数は $t_d(s)$ に等しく, また $u(t)$ は有界である。 Q. E. D.

制御法則 (5) 式を微分演算子 p を用い時間領域で表わすと

$$u(t) = \frac{1}{g} \left\{ \sum_{j=0}^{n-2} g k_j \frac{p^j}{r^*(p)\gamma(p)} u(t) + \sum_{i=0}^{n-1} h_i \frac{p^i}{r^*(p)\gamma(p)} y(t) \right\} + \frac{1}{g} g_d \bar{v}(t) \quad (6)$$

と書ける。ただし

(注 1) 実行可能とは, 微分信号を用いないこと, および系内信号が有界に保たれることをいう。たとえば, $r(s)$ が不安定零をもつと, (5) 式は微分信号を用いずに実行でき, みかけ上 exact model matching の達成はできるが, $u(t)$ は非有界となるから, その場合は (5) 式は実行可能であるとはいわない。

$$gk(s) = k_{n-2}s^{n-2} + \dots + k_0 \quad (7.a)$$

$$h(s) = h_{n-1}s^{n-1} + h_{n-2}s^{n-2} + \dots + h_0 \quad (7.b)$$

ここで, $2n-1$ 次元のパラメータ, ベクトル θ と, 信号ベクトル $\omega(t)$ をつぎのように導入する.

$$\theta = [-k_{n-2}, \dots, -k_0, -h_{n-1}, -h_{n-2}, \dots, -h_0]^T \quad (8)$$

$$\omega(t) = \left[\frac{p^{n-2}}{r^*(p)\gamma(p)} u(t), \dots, \frac{1}{r^*(p)\gamma(p)} u(t), \dots, \frac{p^{n-1}}{r^*(p)\gamma(p)} y(t), \dots, \frac{1}{r^*(p)\gamma(p)} y(t) \right]^T \quad (9)$$

そうすると, exact model matching 達成のための制御法則は, つぎのように書ける.

$$u(t) = -(1/g) \cdot \theta^T \omega(t) + (1/g) g_a \bar{v}(t) \quad (10)$$

3. 適応制御

入力ダイナミクスを $t_i(s) = p^*(s)r_d(s)/[r^*(s)p_d(s)]$ ととればプラントを $t(s)$ とし, 規範モデルを $g_a r^*(s)[p^*(s)]^{-1}$ とする適応制御を考えれば十分である. 適応制御においては, $g, r(s), p(s)$ は未知なので $k(s)$ と $h(s)$ は未知である. すなわち, θ は未知である. したがって, 制御法則(10)式を用いることはできない. θ はコントローラの中に用いられる $2n-1$ 個のパラメータを表わしている. 適応制御では, これと g を調節可能なパラメータ $\hat{g}(t)$ と $\hat{\theta}(t)$ におきかえて制御法則を実現する. すなわち,

$$u(t) = -(1/\hat{g}(t)) \hat{\theta}^T(t) \omega(t) + (1/\hat{g}(t)) g_a \bar{v}(t) \quad (11)$$

として制御入力が発生する $\hat{g}(t)$ と $\hat{\theta}(t)$ はそれぞれ g と θ の推定値という意味ももっているが, それは後ほど定義される. 以下では, $\hat{g}(t)$ と $\hat{\theta}(t)$ を推定しようというよりは, プラント出力 $y(t)$ が, 規範モデル出力 $y_m(t)$ に追従するように $\hat{g}(t)$ と $\hat{\theta}(t)$ を調節するという態度をとる.

(4)式の両辺に $u(s)/[p(s)p^*$
(s) $\gamma(s)]$ を乗じて, $y(s) = g r(s)$
 $p^{-1}(s)u(s)$ なる関係を用いると,

$$\begin{aligned} & \frac{k(s)}{p^*(s)\gamma(s)} u(s) \\ & + \frac{h(s)}{p^*(s)\gamma(s)} \frac{1}{g} y(s) \\ & = \frac{r^*(s)}{p^*(s)} u(s) - \frac{1}{g} y(s) \end{aligned}$$

あるいは

$$\begin{aligned} y(t) &= g \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) \\ & - \frac{gk(p)}{\gamma(p)p^*(p)} u(t) \end{aligned}$$

$$- \frac{h(p)}{\gamma(p)p^*(p)} y(t) \quad (12)$$

を得る. (1)式はプラントのダイナミクスを表わしたものであるが, それは $\{g, r(s), p(s)\}$ なる組でプラントのダイナミクスを表わしたものである. (12)式もプラントのダイナミクスを表わしたものであり, それは $\{g, k(s), h(s)\}$ なる組でプラントのダイナミクスを表わしたものである. いまここでは, (12)式を用いる.

【定義 1】 $e(t) = y(t) - y_m(t)$ (13)
を適応制御誤差という.

(12), (13)式よりつぎの式を得る.

$$\begin{aligned} e(t) &= g \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) - \frac{gk(p)}{\gamma(p)r^*(p)} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) \\ & - \frac{h(p)}{\gamma(p)r^*(p)} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} y(t) - y_m(t) \end{aligned}$$

これは, 記号 θ と $\omega(t)$ を用いて, つぎのように書き直せる.

$$e(t) = g \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) + \theta^T \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) - y_m(t) \quad (14)$$

(14)式は適応制御誤差のダイナミクスを表わしている. そこには, 未知パラメータ g, θ が含まれているから, $e(t)$ は, ある未知動的システムの出力とみなすことができる. (14)式で, g と θ をそれぞれ $\hat{g}(t)$ と $\hat{\theta}(t)$ でおきかえたものは, その未知システムの同定器とみなすことができる. 同定器の出力を $\hat{e}(t)$ で表わすと,

$$\hat{e}(t) = \hat{g}(t) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) + \hat{\theta}^T(t) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) - y_m(t) \quad (15)$$

となる. $e(t)$ は(14)式からは算出できないが, $y(t)$ も $y_m(t)$ も実測できるものであるから, (13)式から手に入る信号である. 一方 $\hat{e}(t)$ は(15)式から算出される. なお, 制御法則(11)式に用いられる $\hat{g}(t)$ を $\hat{\theta}(t)$ はこ

Fig. 2 Adaptive control system

のように定義されたものである。

同定器出力 $\hat{e}(t)$ と、未知システム出力 $e(t)$ との差は同定誤差である。これを $\varepsilon(t)$ で表す。(14), (15) 式より

$$\varepsilon(t) = (\hat{g}(t) - g) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) + [\hat{\theta}^T(t) - \theta^T] \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) \\ \triangleq [\phi_o(t), \phi^T(t)] \begin{bmatrix} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) \\ \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

を得る。これは未知パラメータベクトルと、既知信号ベクトルの内積という形になっている。

$\varepsilon(t) \rightarrow 0$ ならしめる適応法則には種々のものが考えられるが、ここではつぎのものをを用いる⁷⁾。

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{g}}(t) \\ \dot{\hat{\theta}}(t) \end{bmatrix} = -\Gamma \frac{\begin{bmatrix} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) \\ \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) \end{bmatrix} \varepsilon(t)}{c + \begin{bmatrix} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) \\ \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) \\ \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) \end{bmatrix}} \quad (17)$$

$\Gamma = \Gamma^T > 0, \quad c > 0$

ここに、 c は分母が 0 となることを防ぐために入れた定数で、小さな正数であり、実用的にはなくてもよい。次節で述べるように、この適応法則により

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [\phi_o(t), \phi^T(t)] \begin{bmatrix} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) \\ \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) \end{bmatrix} &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \phi_o(t) &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

が得られ、これから、 $e(t) \rightarrow 0$ および適応制御系全体の安定性が得られる。適応制御系の構造を Fig. 2 に示す、ただし、図中 $\hat{k}(t)$ および $\hat{h}(t)$ はそれぞれ $\hat{k}(t) = [\hat{k}_{n-2}(t), \dots, \hat{k}_0(t)]^T$ および $\hat{h}(t) = [\hat{h}_{n-1}(t), \dots, \hat{h}_0(t)]^T$ のことである。

この適応制御系の構造は Narenara らの導いた適応制御系³⁾あるいは市川の導いた適応制御系⁴⁾と本質的には同じ構造をしているが、正実関数の導入を必要としていない。同定誤差は、これらの制御系で増大誤差信号といっているものと同じであるが、そのような言葉も概念も導入する必要はない。また適応誤差のダイナミクスが見掛け上静的表現になっている点も異なっている。

4. 安定解析

適応制御においては、プラント入力 $u(t)$ が(11)式によって発生させられるので、その有界性が問題となる。適応制御の安定性に関して、これまで多くの研究があるが^{8)~10)}、一般にそれらは複雑である。しかし、exact model matching から出発したこの適応制御系では、比較的簡単に、ある程度の厳密さをもってその安定性を証明することができる。簡単のために、つぎの記号を導入する。

$$\Phi(t) = [\phi_o(t), \phi^T(t)]^T \quad (19)$$

$$\Omega(t) = \begin{bmatrix} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) & \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega^T(t) \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

そうすると、(16), (17)式はそれぞれ、つぎのように書き直される。

$$\varepsilon(t) = \Phi^T(t) \Omega(t) \quad (21)$$

$$\dot{\Phi}(t) = -\Gamma \frac{\Omega(t) \varepsilon(t)}{c + \Omega^T(t) \Omega(t)} \quad (22)$$

リアプノフ関数候補として

$$V(\Phi(t)) = \Phi^T(t) \Gamma^{-1} \Phi(t) \quad (23)$$

を導入する。 V は非負値であり、また $\|\Phi(t)\| \rightarrow \infty$ のとき、またそのときに限り無限大となる。 V の時間変化割合を求めると

$$\dot{V}(\Phi(t)) = -2\varepsilon^2(t) / [c + \Omega^T(t) \Omega(t)] \leq 0 \quad (24)$$

が得られる。 V は単調減少するから、 $\Phi(t)$ はつねに有界である。また、 V は単調減少し、下に有界であるから、一定値に収束する。したがって $\dot{V}$ は 0 に収束する。すなわち

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon^2(t)}{c + \Omega^T(t) \Omega(t)} = 0 \quad (25)$$

もし、 $\|\Omega(t)\|$ が有界ならば、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ が得られる。

(22)式において $\Omega(t) / [c + \Omega^T(t) \Omega(t)]$ が有界なので、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\Phi}(t) = 0$ が得られる。しかし、 $\|\Omega(t)\|$ は有界とはいえない。しかし、そのとき、たとえ $\varepsilon(t)$ が発散するとしても、(25)式が成立しているので $|\varepsilon(t)|$ の発散速度は $\|\Omega(t)\|$ の発散速度よりオーダーが低い。したがって(22)式より $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\Phi}(t) = 0$ が成立する。ここで、

(21)式を調べてみるに、もし $\Phi(t)$ が非零で $\Omega(t)$ と直交しないならば、 $|\varepsilon(t)|$ は $\|\Omega(t)\|$ と同じ速度で発散してしまうから、 $\Phi(t) \rightarrow 0$ となるか、または、 $\Phi(t)$ 必ずしも 0 とはならないが、 $\Phi(t)$ と $\Omega(t)$ が直交して $\varepsilon(t) \rightarrow 0$ が成立しているかである。もちろん、 $\Phi(t) \rightarrow 0$ とは、 $\hat{g}(t) \rightarrow g$, $\hat{\theta}(t) \rightarrow \theta$ となることで、系の状態は exact model matching が達成されている状態とな

り, 当然 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ となり, 適応制御は達成されてしまう. それゆえ, 問題となるのは, $\|\Omega(t)\|$ が発散するけれども $\Phi(t)$ と直交して $\varepsilon(t) \rightarrow 0$ となる場合である.

以上をまとめると, $\|\Omega(t)\|$ の有界性については, いまの段階では何ともいえないが, $\varepsilon(t) \rightarrow 0$ と $\Phi(t) \rightarrow 0$ が成立し, また当然 $\Phi^T(t)\Omega(t) \rightarrow 0$ が成立している.

つぎに $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}(t) = 0, u(t)$ が exact model matching 達成時の入力に収束すること, および $\Omega(t)$ が有界なことを示すために, 補題を用意する.

[補題 2] $f(t)$ を微分可能な任意の時間関数とする. $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{g}(t) = 0$ なるとき, つぎの関係が成立する.

$$(i) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} r^*(p)[\tilde{g}(t)f(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(t)r^*(p)f(t) \quad (26)$$

$$(ii) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{p^*(p)}[\tilde{g}(t)f(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(t) \frac{1}{p^*(p)}f(t) \quad (27)$$

$$(iii) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r^*(p)}{p^*(p)}[\tilde{g}(t)f(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(t) \frac{r^*(p)}{p^*(p)}f(t) \quad (28)$$

(証明)

$$\begin{aligned} (i) \quad r^*(p)[\tilde{g}(t)f(t)] &= (r_0^* + r_1^*p + \dots + r_m^*p^m)[\tilde{g}(t)f(t)] \\ &= \tilde{g}(t)(r_0^*f(t) + r_1^*pf(t) + \dots \\ &\quad + r_m^*p^mf(t)) + (\tilde{g}(t) \text{ の微分項}) \\ &= \tilde{g}(t)r^*(p)f(t) + (\tilde{g}(t) \text{ の微分項}) \end{aligned}$$

しかるに, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{g}(t) = 0$ であるから, (26) 式が成立する.

$$\begin{aligned} (ii) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} p^*(p) \left[\tilde{g}(t) \frac{1}{p^*(p)} f(t) \right] &= \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}^*(t) \left[p^*(p) \frac{1}{p^*(p)} f(t) \right] \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}^*(t) f(t) \quad ((i) \text{ により}) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(t) f(t) \end{aligned}$$

よって, (27) 式が成立する.

$$\begin{aligned} (iii) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(t) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} f(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{p^*(p)} \tilde{g}(t) r^*(p) f(t) \quad ((ii) \text{ により}) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{p^*(p)} r^*(p) [\tilde{g}(t) f(t)] \quad ((i) \text{ により}) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} [\tilde{g}(t) f(t)] \quad \text{Q. E. D.} \end{aligned}$$

この補題は $\tilde{g}(t)$ と $f(t)$ がベクトルの場合に容易に拡張できる. したがって, $\dot{g}(t) \rightarrow 0, \tilde{g}(t) \rightarrow 0$ より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{g}(t) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \tilde{g}(t) u(t) \quad (29)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}^T(t) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \tilde{\theta}^T(t) \omega(t) \quad (30)$$

が得られる.

そうすると, (15) 式より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \{ \tilde{g}(t) u(t) + \tilde{\theta}^T(t) \omega(t) \} - y_m(t)$$

が得られ, 制御法則(11)式を代入すれば, 容易に

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}(t) = 0 \quad (31)$$

が得られる. すでに $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ はわかっているの

で, 容易に

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (32)$$

が得られる.

さらに, $\Phi^T(t)\Omega(t) \rightarrow 0$ を書き直すと

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ (\tilde{g}(t) - g) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} u(t) + (\tilde{\theta}^T(t) - \theta^T) \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \omega(t) \right\} = 0$$

補題 2 を用いると

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r^*(p)}{p^*(p)} \{ (\tilde{g}(t) - g) u(t) + (\tilde{\theta}^T(t) - \theta^T) \omega(t) \} = 0$$

しかるに, $r^*(p)/p^*(p)$ は安定フィルタであるから,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{ (\tilde{g}(t) - g) u(t) + (\tilde{\theta}^T(t) - \theta^T) \omega(t) \} = 0$$

これに(11)式を代入すると

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = \left\{ \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{1}{g} \theta^T \omega(t) + \frac{g_d}{g} \dot{v}(t) \right\} \quad (33)$$

となる. これは, 適応制御を行っているときのプラント入力が, exact model matching を達成しているときのプラント入りに収束することを意味している. そのときのプラント入力は, 定理 1 で述べたように有界である. かくして, $\Omega(t)$ が有界であることがわかった. すなわち, 系内信号は有界で, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ が達成されている.

Fig. 3 Adaptive control simulation

5. シミュレーション

プラントおよび規範モデルがつぎのように与えられている。

$$t(s) = \frac{100}{s^2 + 5s}$$

$$t_d(s) = \frac{100}{s^2 + 10s + 100}$$

入力ダイナミクスは不要で

$$p^*(s) = s^2 + 10s + 100, \quad r^*(s) = 1$$

である。

$\gamma(s) = s + 20$ とし、また $v(t) = \bar{v}(t) = \sin t + (1/3) \sin 3t + (1/5) \sin 5t$ とした。 $\zeta = 10^4$, $\Gamma = \text{diag} [10^5, 10^5, 10^5, 1]$ とし、プラント、規範モデルおよびすべてのフィルタ $(1/s + 20)$ および $(1/s^2 + 10s + 100)$ の初期条件は 0 とした、パラメータの初期条件は、 $\bar{\theta}(0) = [10, 5, 10, -0.02]^T$, $\bar{g}(0) = 50$ とした。 Fig. 3 にシミュレーションの結果を示す。

6. むすび

ここに得られた適応制御系の構成法は, exact model matching と密接な関係をもち, きわめて平易で理解しやすいものである。またその構造もきわめて簡単なものである。適応制御系の安定性は平易な理由によって保証されている。

参考文献

- 1) tt. Elliott and W. A. Wolovich: A Parameter Adaptive Control Structure for Linear Multivariable Systems, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-27**-2, 340/352 (1982)
- 2) tt. Elliott: Hybrid Adaptive Control of Continuous Time Systems, Ibid, 419/426 (1982)
- 3) K. S. Narendra and L. S. Valavani: Direct and Indirect Model Reference Adaptive Control, Automatica **15**, 653/664 (1979)
- 4) K. Ichikawa: Structure of Model Reference Adaptive Control Systems, Int. J. of Control **34**-5, 967/977 (1981)
- 5) W. A. Wolovich: Linear Multivariable Systems, Springer-Verlag (1974)
- 6) J. L. Melsa and D. G. Schultz: Linear Control Systems, McGraw-Hill (1969)
- 7) K. Ichikawa: Continuous Time Adaptive Identification and Control Algorithms via Newly Developed Adaptive Laws, Int. J. of Control, **36**-5, 819/831 (1982)
- 8) K. S. Narendra, Y.-H. Lin and L. S. Valavani: Stable Adaptive Controller Design, Part II Proof of Stability, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-25**-3, 440/448 (1980)
- 9) G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Caines: Discrete-Time Multivariable Adaptive Control, Ibid 449/456 (1980)
- 10) C. Samson: Stability Analysis of Adaptive Controlled Systems Subject to Bounded Disturbances, Automatica, **19**-1, 81/86 (1983)