AR/ME 法を用いた大動脈乱流の非定常 スペクトル解析の数値実験

山 口 隆 美*・吉 川 昭**・K. H. PARKER***

Numerical Simulation on the Non-Stationary Spectral Analysis of
Turbulence in the Aorta Using the AR/ME Method

Takami YAMAGUCHI*, Sho KIKKAWA** and K. H. PARKER***

Two features should be kept in mind when the parametric spectrum analysis, such as AR or MEM method, is applied to the turbulence in the aorta. Firstly, the broad frequency band width spectrum is the main interest in turbulence research. Spectra of this kind are apt to be regarded as originated from noises rather than a signal of interest in other fields. Secondly, in an unsteady stochastic process, only ensemble average technique is strictly valid for the definition of statistical measures. Spectral calculations, therefore, should be based on an ensemble average, while parametric methods so far reported are not.

In the present study, a method of spectral calculation based on the ensemble average technique, which is a natural expansion of the Burg's maximum entropy method, is proposed. This method is applied to a set of numerical simulation data which simulates turbulent velocity fluctuations data measured in the canine aorta with a hot-film anemometer. Autoregressive order of the spectral calculation is chosen by the minimum AIC (Akaike's Information Criterion) method. It is shown that the proposed method has a very good performance in the short time quasi-steady spectral analysis of the turbulence in

the aorta.

Key Words: turbulence in the aorta, non-stationary spectral analysis, maximum entropy method, data ensemble, AIC

1. はじめに

著者らはイヌの心臓・大動脈に発生する血流の乱れを実測・検討してきた^{1)~3)}.

乱流の解析, 定量には, 流速変動などに対するスペクトル解析が必須の手段の一つであるが, 大動脈乱流は非定常乱流であるので, 普通のスペクトル解析をそのまま機械的に適用すれば, 時間平均されたスペクトルが計算される. このようなスペクトル解析を大動脈乱流に用いても種々の興味ある結果が得られるが⁴⁾, 乱流の発生・発達過程などを知るためには非定常性を考慮に入れたスペクトル解析を行う必要がある.

これまで種々の非定常スペクトルが提案されている⁵⁾. 最も単純で自然な方法は, 非定常のデータを定常とみなせる小区間に分割し, 各小区間ごとに普通のスペクトル解析法を適用するものであろう. 大動脈乱流へのこの方法の適用例も報告されている^{6)~8)}. 大動脈乱流の場合, 乱流の変化が激しいので準定常とみなすことのできる区間が短くなるが, これに対し, 自己回帰 (AR) モデルなどを用いるパラメトリックなスペクトル推定法は, 短いデータから分解能の良い安定したスペクトルを得ることができる.

大動脈乱流の解析に, 代表的なパラメトリックなスペクトル解析法である AR モデルを用いる方法 (または最大エントロピー法・MEM—以下略して AR/ME 法と呼ぶ) を応用する場合, 従来の応用例とは多少異なった視点からの注意が必要と思われる. その第 1

* 国立循環器病センター研究所

吹田市藤白台 5-7-1

** 東京女子医科大学附属日本心臓血圧研究所
東京都新宿区市谷河田町 10

* National Cardiovascular Center Research Institute, Suita

** Heart Institute Japan, Tokyo Women's Medical College, Shinjuku-ku, Tokyo

*** PFSU, Imperial College, London

(Received March 21, 1984)

(Revised September 17, 1984)

は、発達した乱流の主流方向の速度変動はスペクトルに顕著な鋭いピークをもたないのが普通で、スペクトル全体のパターンに物理的な意味があることである。いわば、他の分野においては雑音として切り捨てられる部分が乱流解析では興味の主たる対象となる。第2に大動脈乱流を非定常な確率過程と見たときすべての統計量をデータから求める際には、アンサンブル平均に基づかねばならない。著者らは、すでに、このような立場から、大動脈血流データを一心拍ごとの繰返しデータからなるアンサンブル的なデータとして取り扱う必要があることを強調してきた^{2),3)}。しかし Burg 法などの従来のパラメトリックなスペクトル解析では、単一の標本時系列からスペクトルが求められており、アンサンブル平均に基づいていない。

そこで大動脈乱流の実験データの解析に AR/ME 法スペクトル解析を用いるために、本研究ではまず Burg 法を再検討して、アンサンブル平均に基づくように改良した。ついで、自己回帰次数の決定に赤池の情報量規準¹⁰⁾を用いたこの方法の応用の問題点を検討する目的で、乱流の確率構造の違い、データ長の大小、窓関数によるデータ長の実効的短縮の影響などについて、いくつかの模擬信号を用いて検討した。

2. アンサンブル的なデータへの AR/ME 法の適用

AR/ME 法によるスペクトル解析の基本については多くの優れた総説がある^{11),12)}。本研究では、Burg の方法に欠落しているアンサンブル平均の概念を加えて拡張した方法を用いたので、以下これを説明する。

大動脈乱流は心臓拍動の基本周期のある時相で出現し、発達・減衰・消失する。そこで、連続的な測定データから基本周期に同期させて時系列的にデータを一心拍分切り出せば、これはある統計的な母集団からとられた標本とみなせる。このような標本 $m x_t$ の集合 $\{m x_t\}$ をアンサンブルと考える。ここに $m(=1, 2, \dots, M)$ は標本時系列の番号で、 M は 1 組のアンサンブル内の標本時系列の総数である。 $t(=1, 2, \dots, N)$ は標本時系列における離散的時間で、 N はデータ長である。従来の時系列解析ではデータは 1 個、すなわち $M=1$ である。

いま、時系列 $\{m x_t\}$ が自己回帰過程であるとする。このとき、アンサンブルにおける m 番目の標本の時刻 t における値 $m x_t$ は過去の p 個の値 $m x_{t-p}, m x_{t-p+1}, \dots, m x_{t-2}, m x_{t-1}$ の線形結合によってつぎのように表わされる。

$$m x_t = \phi_1^p m x_{t-1} + \phi_2^p m x_{t-2} + \dots$$

$$+ \phi_p^p m x_{t-p} + m a_t^p \quad (1)$$

ここで $\{\phi_k^p\}$ は p 次の自己回帰係数列であり、 $m a_t^p$ は予測誤差であって、白色で正規分布に従うとする。

よく知られているように、AR/ME 法によるスペクトル推定の問題は、(1)式における係数列 $\{\phi_k^p\}$ をデータから推定することに帰着し、係数列 $\{\phi_k^p\}$ が求められれば、スペクトル $S(\omega)$ (ω は角周波数) は予測誤差の 2 乗平均を S_p としてつぎのように求められる。

$$S(\omega) = \frac{S_p}{|1 - \sum_{k=1}^p \phi_k^p e^{-j\omega k \Delta t}|^2} \quad (2)$$

ここで

$$S_p = \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{N} \sum_m \sum_t (m a_t^p)^2 \quad (3)$$

そこで、問題は 1 個の母集団について 1 組の係数列 $\{\phi_k^p\}$ と予測誤差の 2 乗平均 S_p をアンサンブル的に得られたデータから推定することになる。このための方法として Burg の方法を取り上げ、これをアンサンブル的なデータに適用するよう改訂する。

まず、アンサンブル $\{m x_t\}$ において $m x_t$ を過去 p 個のデータ $m x_{t-p}, m x_{t-p+1}, \dots, m x_{t-1}$ で予測する際の予測誤差を前向き予測誤差 $m e_{f,t}^p$ と呼ぶ。すなわち

$$m e_{f,t}^p = \sum_{k=0}^p \phi_k^p m x_{t-k} \quad (4)$$

ただし $\phi_0^p = -1$ である。

また、現時点のデータ $m x_t$ から過去へ向かってとった p 個のデータ $m x_t, m x_{t-1}, \dots, m x_{t-p+1}$ を用いて、その一つ過去のデータ $m x_{t-p}$ を予測する際の予測誤差を後ろ向きの予測誤差 $m e_{b,t}^p$ と呼ぶ。すなわち

$$m e_{b,t}^p = \sum_{k=0}^p \phi_k^p m x_{t-p+k} \quad (5)$$

である。

係数列 $\{\phi_k^p\}$ の決定の基準として、前向き予測誤差と後ろ向き予測誤差の 2 乗和の算術平均 ε 、

$$\varepsilon \triangleq \frac{1}{2(N-p) \cdot M} \sum_{m=1}^M \sum_{t=p+1}^N [|m e_{f,t}^p|^2 + |m e_{b,t-p}^p|^2] \quad (6)$$

を最小にするという基準を用いる。今、適当な Toeplitz 行列 $\mathbf{P}_{k-i}$ が存在して次式が成立すると仮定する。

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^p \phi_k^p \phi_i^p \mathbf{P}_{k-i} \quad (7)$$

(7)式が成立すれば、Levinson の漸化式を用いて、つぎのように p 次の自己回帰係数 ϕ_k^p と両方向予測誤差が漸化的に決定できる。すなわち、

$$\phi_k^p = \phi_k^{p-1} + \rho_p \phi_{p-1}^{p-1} \quad (8)$$

$$m e_{f,i}^p = m e_{f,i}^{p-1} + \rho_p m e_{f,i}^{p-1} \quad (9)$$

$$m e_{b,i}^p = m e_{b,i}^{p-1} + \rho_p m e_{f,i}^{p-1} \quad (10)$$

ここで、 ρ_p は PARCOR 係数であって、これを求めればすべての量が求まる。これについては、(9)、(10)式を(6)式に代入し、 ρ_p で微分して、 $\partial \epsilon / \partial \rho_p = 0$ を解けば、容易に次式を得る。

$$\rho_p = \frac{-2 \sum_{m=1}^M \sum_{t=p+1}^N [m e_{f,i}^{p-1} \cdot m e_{b,i}^{p-1}]}{\sum_{m=1}^M \sum_{t=p+1}^N [|m e_{f,i}^{p-1}|^2 + |m e_{b,i}^{p-1}|^2]} \quad (11)$$

予測誤差の 2 乗平均 S_p は ρ_p から次式のように漸次的に決定される。

$$S_p = S_{p-1}(1 - |\rho_p|^2) \quad (12)$$

ここで

$$S_0 = \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{N} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^N (m x_t)^2 \quad (13)$$

以上述べた方法は、(6)式の予測誤差の 2 乗和の算術平均 ϵ の定義において、時間平均に加えてアンサンブル平均を行う点で、Burg の原法と相違し、この結果として、実際の計算上、(11)式の PARCOR 係数、および、(13)式の 0 次の予測誤差の 2 乗平均を求める際に、アンサンブル平均が用いられ $M=1$ の場合として Burg 法を含んでいる。

AR/ME 法の応用上、スペクトル未知のデータに対し、自己回帰式(1)の次数 p を決定するために、ここでは次数決定の基準として、赤池の情報量基準(AIC)を採用する。本研究において AR モデルの次数を比較する目的で、つぎの形の定義を用いた。

$$AIC(p) = \ln(S_p) + \frac{2p}{N} \quad (14)$$

3. 大動脈内乱流

著者らの動物実験の詳細についてはすでに報告したので^{1),3)}、ここでは測定データの計算処理の基本的な概略を述べる。連続したデータから、各心拍ごとの流速波形を自己トリガ(条件付抽出)で切り出す。切り出した 1 心拍あたり 512 点 (256 ms) の固定長のセグメントデータ 64 個 (64 心拍分) を 1 組の実験条件(平均流量、心拍数、測定位置など)に対応する 1 組のデータのアンサンブルとする。血流速度の 1 セグメントを $U_m(t)$ ($t=1, 2, \dots, N, N=512$; $m=1, 2, \dots, M, M=64$) としたとき、血流速度の確定的(deterministic)な成分として、つぎのように定義されるアンサンブル平均 $\bar{U}(t)$ をとる。

$$\bar{U}(t) = \langle U_m(t) \rangle = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M U_m(t) \quad (15)$$

Fig. 1-a に $\{U_m(t)\}$ の一部と、 $\bar{U}(t)$ を示す。乱流による速度変動分(確率的—stochastic—成分) $\tilde{u}_m(t)$ は、

$$\tilde{u}_m(t) = U_m(t) - \bar{U}(t) \quad (16)$$

と定義する。定義により、 $\langle \tilde{u}_m(t) \rangle = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \tilde{u}_m(t) = 0$ である。つぎに定義する乱流強度 $I(t)$ 、

$$I(t) = \sqrt{\langle \tilde{u}_m^2(t) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \tilde{u}_m^2(t)} \quad (17)$$

は時間の関数で、乱れの強さの時間的推移を示す。

Fig. 1-b に $\{\tilde{u}_m(t)\}$ の一部と $I(t)$ を示す。**Fig. 2** は、 $\bar{U}(t)$ と $I(t)$ の時間的関係を示したものであるが、乱流は平均血流速度 $\bar{U}(t)$ のピーク付近からその強度を増し、最大値に達した後、減衰して消失する、**Fig. 2** の下段に示すように、 $I(t)$ の増加する時期を乱流の発達期 P_1 と呼び、転じて減少する時期を減衰期 P_2 と呼ぶ。すなわち、発達期 P_1 は概ね $\bar{U}(t)$ のピーク付近から乱流強度 $I(t)$ のピークまでとし、減衰期 P_2 はこれに引き続き、血流が全体として逆転する時相までとする。**Fig. 3** に示された流速変動の振幅確率分布から、 P_1, P_2 共に振幅分布は正規分布とは一致せず、互いに異なる確率分布となることがわかる。

4. 数値実験のための模擬信号

本研究で用いた模擬信号は、同一のスペクトル形をもち、振幅確率分布が異なる 3 種類の擬似乱数である。本研究で使用した確率分布は、大動脈乱流の変動速度測定データの振幅を、発達期と減衰期のおおの

Fig. 1 (a) Blood velocity waveforms $U_m(t)$ ($m=1, 2, \dots, 32$) and their ensemble average $\bar{U}(t)$

$$\langle \bar{U}(t) \rangle = \langle U_m(t) \rangle = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M U_m(t), M=64$$

(b) Turbulent velocity components corresponding each heart beat, $\tilde{u}_m(t)$ ($m=1, 2, \dots, 32$) and the turbulence intensity function

$$I(t) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \tilde{u}_m^2(t)}, M=64$$

について累積して得た確率分布 2 種と、正規分布の合計 3 種類で、Fig. 3 に示したものである。

基本となる一様擬似乱数は、数値計算パッケージ、NAG 8F のルーチンによって発生させた。上述 3 種の確率分布関数は、一様分布する乱数の、おのおのの確率分布を有する乱数への変換とみなせる。この性質を用いて、上述の一様乱数を変換し、おのおのの模擬信号の原波形とした。この際、確率分布関数は、 $\pm 3\sigma$ (σ は標準偏差) で打ち切ったものを用いた。

この乱数を大動脈乱流の実験データと同じく 2 kHz のサンプル周波数で得た時系列信号とみなし、これのフーリエ変換と、仮定したスペクトルの平方根との積の逆フーリエ変換を模擬信号とした。模擬信号のスペクトルとしては、発達した乱流の主軸方向のスペクトルに似せて作ったパターンを用いた。これは、Fig. 4~6 に点線で図示されているものである。データの構成は、動物実験データと同じになるように 512 点のサンプル値からなる 64 個の標本時系列を 1 個のアンサンブルとし、3 種の確率分布関数に対応して 3 個のアンサンブルを作った。アンサンブル内の各標本は、互いに独立とみなした。数値計算は CDC Cyber 174 で行った。

5. シミュレーション実験の手順と結果

検討項目は、つぎのとおりである。

(1) データの振幅確率分布

正規分布、大動脈乱流発達期の確率分布、同減衰期の確率分布の 3 種の分布関数を用いた。Fig. 4~6 においては、左からこの順序で 3 組の結果が示される。

(2) データ長 (N)

生成された 3 種の模擬信号 ($N=512$) の $1/16(N=$

Fig. 2 The definition of the developing phase, P_1 , and the decaying phase, P_2 , of the turbulence in the aorta. The top panel is the ensemble average blood flow velocity $\bar{U}(t)$ and the bottom panel is the turbulence intensity $I(t)$

32), $1/8$ ($N=64$), $1/4$ ($N=128$), $1/2$ ($N=256$), 全部 ($N=512$) の 5 種の長さの信号を用いた。

(3) 窓関数の影響

上記の $1/16$ データ長 ($N=32$) の場合を除き、いわゆる余弦テーパ窓関数を用いることにより、実効データ長の短縮がスペクトルに与える影響を検討した。窓関数は $N=64$ の場合に完全に Hanning 窓に一致し、 $N>64$ では余弦テーパ窓になる¹³⁾。

(4) アンサンブル的にデータを用いる場合と、1 サグメントだけの場合を比較した。

(5) スペクトル計算における自己回帰モデル次数の影響

AIC が最小となる次数 (p_{MAIC})、その $1/2$ の次数 ($1/2 p_{MAIC}$)、過剰の次数 ($p_{MAIC}+10$) に対する自己回帰係数を求め、おのおのについてスペクトルを求めた。Fig. 4~6 において、おのおののスペクトルの組合せのうち、実線が p_{MAIC} 、長鎖線 $1/2 p_{MAIC}$ 、一点鎖線は $p_{MAIC}+10$ を示す。念のため、点線は仮定された (理論) スペクトルである。

(6) 最小 AIC の求め方

FPE の場合に指摘されている¹⁴⁾ほどではないが、AIC においてもデータによっては、いわゆる最初の極小 (FIRST LOCAL MINIMUM, 以下 FLM と略) と、全域的な最小 (GLOBAL MINIMUM, 以下 GLM) の次数が異なる場合がある。FLM は次数 $p=0$ から漸化計算をはじめて $AIC(p) < AIC(p+1)$ となるのはじめての p をとる。GLM は $p=2\sqrt{N}$ まで各次数で打ち切ったときの $AIC(p)$ を計算し、この中で $AIC(p)$ が最小となる p をとる。このとき必ず FLM $\leq$ GLM である。

上記の条件の組合せすべてについて計算を実行した

Fig. 3 Probability distribution function (truncated $\pm 3\sigma$: σ is standard deviation) of the velocity fluctuations in the phase P_1 and P_2 plotted with normal probability distribution
—normal, P_1 , -.-.- P_2

Fig. 4 Calculated spectra. Sample points $N=32$, without a window function. Left to right, for the data of normal probability distribution, P_1 distribution and P_2 distribution. filter order:

— $p = p_{ML}$, $p = \frac{1}{2} p_{ML}$,
 ---- $p = p_{ML} + 10$, theory

(a) An ensemble of data is used, minimum AIC is FLM (first local minimum).

(b) Single segment of data is used, minimum AIC: FLM

(c) An ensemble data, minimum AIC is GLM (global minimum)

(d) Single segment of data, minimum AIC: GLM

が、論旨に必要な範囲のみ図示する。

Fig. 4(a)~(d)は、最も短いデータ長($N=32$)に関する結果の一部である。ここではつぎの3点が注目される。①本研究の方法に基づいてアンサンブル平均を用いたスペクトルは、理論値に一致する推定値を与える。単一セグメントから計算されたスペクトルは、

データ長が短いので不安定となる。②FLMのAIC最小次数に基づくスペクトルは、GLMのそれに比べて、どの確率分布でも比較的安定している。この差は特にデータ長の短いときに著しい。③AIC最小の次数より大きい次数($p_{ML}+10$)を用いたスペクトルは、データ長が短い場合($N=32, N=64$)では特に偽のスペクトルピークを与える傾向がある。

Fig. 5(a)~(d)は $N=64$ の場合、窓関数による実効データ長短縮の影響をあわせて見たものである。最小AICはFLMである。ここでも①本研究の方法に基づくアンサンブル平均を用いたスペクトルは、よく理論値に一致する。②最小AICに比べて過小・過

Fig. 5 Sample points $N=64$, minimum AIC is FLM.

- (a) Ensemble data, without a window function.
See Fig. 4 caption
- (b) Single segment, without a window function.
See Fig. 4 caption

- (c) Ensemble data, with a cosine taper data window (almost identical to the Hanning window) function. See text and Fig. 4 caption
- (d) Single segment, with the same window function as (c). Also see text and Fig. 4 caption

剰の次数でもアンサンブル的にデータを用いると、スペクトルの一致性・安定性が改善する。③窓関数はデータ長が短い場合、更にこれを実効的に短くするので、スペクトルの推定値の理論値への一致を損ねる。

Fig. 6(a)~(b)は、 $N=512$ の場合のアンサンブル平均を用いたスペクトルと念のため単一セグメントの場合を比較したものである。ここでも、①本研究の方法に基づくアンサンブル平均を用いたものがどの次数でも理論値によく一致している。②AIC 最小の次数に比べて、過剰の次数を用いると高周波数域で余分のピークを作る傾向は、この程度のデータ長でも単一セ

グメントでは認められる。

ここに図示した以外の条件の組合せでも、上述の傾向は程度の大小はあれ変らなかった。結局、これらを総合してつぎの結果が得られた。

- ① 本研究の方法に基づくアンサンブル平均によるスペクトル推定法は、安定かつ一致した推定を与える。
- ② 短いデータ、データをアンサンブル的に用いない場合、窓関数を用いた場合など、実効的情報量が少ない場合には、スペクトルが安定しない。
- ③ AIC 最小の次数によるスペクトル推定は、常に過

Fig. 6 Sample points $N=512$, minimum AIC is FLM, without a window function. Also see Fig. 4 caption

(a) Ensemble data

(b) Single segment of data

少・過剰の次数によるそれより安定，かつ一致する。

④ AIC 最小次数の決定にあたっては，データ長が短いときは FLM が GLM に優る。

6. 考察と結論

AR/ME 法スペクトル解析は，流体力学・乱流の分野での応用例は比較的少ない¹⁵⁾が，これは短いデータからスペクトル推定をする必要にせまられる非定常乱流の研究が少いことによる。

AR/ME 法の応用における最適次数の決定にあたっては，データの構成および性質（サンプル点数またはデータ長，目的とする信号の性質など）と，信号対雑音 (S/N) 比が従来から取り上げられ，種々の数値実験が試みられている。比較的初期に数値実験を行なった Lacoss¹⁶⁾ は，MEM によるスペクトル推定が，少数個のピークを分離・同定するために非常に有力な手段であるとした。そして，スペクトル上のピークの位置やその値は，データの性質の変化に敏感ではないとしているが，発表されたその結果では，スペクトル全体のパターンは条件によって大きく変化している。

Ulrych¹⁷⁾の短く打ち切った正弦波を用いた数値実験でも鋭いスペクトル分解能が示されたが，客観的な次数決定の基準とスペクトル全体のパターンについては，詳しい議論がなされなかった。同じように打ち切った正弦波を用い，模擬データ作成の条件および S/N 比のスペクトル推定に与える影響を検討した Chen & Stegen¹⁸⁾は，打ち切りの初期位相によってスペクトル

ピークが移動すること，および S/N 比がある限度を越えて小さくなると，スペクトルにピークが認められなくなることを報告した。また自己回帰の次数が過小の場合には，スペクトルのあるべき特徴が失われ，過剰の場合には，推定が不安定となることを報告した。

次数の決定に関する合理的基準の問題は，最大エントロピー法の視点からは，Ulrych & Bishop¹⁴⁾が，赤池^{10),19)}のスペクトル推定法との本質的な同一性に気付くまで未解決のままであった。彼らは最大エントロピー法に FPE の応用を試みた。彼らの用いた ARMA 過程で生成した模擬信号に対しては，FPE の最初の極小 (FLM) が最適な結果を与えたが，概周期的信号に対しては，FLM では過小の次数を与えた。赤池の AR によるスペクトル推定法は，予測誤差の 2 乗平均の取り方が Burg の方法と異なることに着目した Jones²⁰⁾は，FPE の補正を提案している。

これまで FPE 基準の応用が報告された数値実験例で^{8),21)}，満足すべき結果を与えなかったことの一つの原因として，十分な長さのデータが得られなかったことが考えられる。本研究の結果も，最小 AIC 基準を用いた AR/ME 法スペクトル推定といえども，標本とデータ長に依存することを示している。なお，FPE は AIC とほぼ常に同じ次数で最小をとることが確かめられた。最小 AIC の次数は，データ長などによるが， $N=64$ では 4-6， $N=512$ では 10 前後であった。

本研究で用いた AR 係数の推定法は，いわば Burg の方法における平均操作を，アンサンブル平均の概念にさかのぼって訂正したものであるから，論理的に

Burg の方法を包含している。アンサンブル的に得られるデータに対する別の方法として、各標本時系列データごとに個別に AR モデルをあてはめ、これによって得たスペクトルをアンサンブル平均する方法も報告されている²²⁾。この方法によっても、本研究で用いた模擬信号の範囲ではほぼ同一の結果が得られた。しかし、この方法には原理的な疑いがある。その第1は、この方法では標本時系列の数だけ異なるモデルを考えているが、単一のモデルをアンサンブル的なデータにあてはめるべきである。第2に、上記とも関連するが、パラメトリックなスペクトル推定法は統計量—ここでは PARCOR 係数—の非線形演算に基づいている。したがって、平均演算とスペクトル演算の順序を交換すると、推定量としての意味が異なる。この点についても本研究の方法がより原理的であると考えられる。

結論として、われわれが取り扱う大動脈乱流のように、アンサンブル的にデータが得られる非定常データの短区間準定常スペクトル解析には、本研究で用いた方法、すなわちデータをアンサンブル的に用い、FLM の最小 AIC 基準で決定した次数を用いる AR/ME 法が、頑健かつ一貫して安定した結果を与えると期待される。

謝辞

The Wellcome Trust, ロンドン大学インペリアルコレッジ Physiological Flow Studies Unit C.G. Caro 教授, 東京女子医科大学付属日本心臓血圧研究所理論外科菅原基晃助教授, 谷下一夫博士, 東京女子医科大学第二病院心臓血管外科須磨幸蔵教授, 吉川哲夫氏, 横浜国立大学経済学部加納悟助教授に感謝する。

参考文献

- 1) 山口隆美, 吉川哲夫, 吉川 昭, 菅原基晃: イヌ上行大動脈中心軸付近の乱流強度—Hot-Film 流速計による実測検討—, 計測自動制御学会論文集, **16-5**, 754/760 (1980)
- 2) 山口隆美, 吉川哲夫, 吉川 昭, 菅原基晃: 大動脈内乱流の解析—Hot-Film 流速計による実測データ解析の方法—, 計測自動制御学会論文集, **16-6**, 913/918 (1980)
- 3) T. Yamaguchi, S. Kikkawa, T. Yoshikawa, K. Tanishita and M. Sugawara: Measurement of Turbulence Intensity in the Center of the Canine Ascending Aorta with a Hot-Film Anemometer, *J. Biomech. Eng.*, **105**, 177/187 (1983)
- 4) 山口隆美, 吉川 昭, 谷下一夫, 菅原基晃: イヌ上行大動脈に発生する乱流のスペクトル解析, *医用電子と生体工学*, **19-4**, 259/266 (1981)
- 5) 日野幹雄: スペクトル解析, 264, 朝倉書店 (1977)
- 6) K. H. Parker: Instability in Arterial Blood Flow, In *Cardiovascular Flow Dynamics and Measurements* (Ed. by N. H. C. Hwang, N. A. Norman). 633/663, University Park Press (1977)
- 7) A. M. A. Khalifa and D. P. Giddens: Analysis of Disorder in Pulsatile Flows with Application to Poststenotic Blood Velocity Measurement in Dogs, *J. Biomechanics*, **11**, 129/141 (1978)
- 8) R. I. Kitney and D. P. Giddens: Extraction and Characterisation of Underlying Velocity Waveforms in Poststenotic Flow, *IEE Proc. Part A*, **129**, 651/662 (1982)
- 9) J. P. Burg: Maximum Entropy Spectral Analysis, *Proceedings of the 37th Meeting of the Society of Exploration Geophysicists* (1967)
- 10) H. Akaike: A New Look at the Statistical Model Identification, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **AC-19-6**, 716/723 (1974)
- 11) S. Haykin (Ed.): *Nonlinear Methods of Spectral Analysis*, Springer-Verlag (1979)
- 12) 小倉久直: スペクトル解析と最大エントロピー法, 計測と制御, **22-5**, 459/468 (1983)
- 13) J. S. Bendat and A. G. Piersol: *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, 325, Wiley-Interscience (1971)
- 14) T. J. Ulrych and T. N. Bishop: Maximum Entropy Spectral Analysis and Autoregressive Decomposition, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **13**, 183/200 (1975)
- 15) S. Kawai: Generation of Initial Wavelets by Instability of a Coupled Shear Flow and Their Evolution to Wind Waves, *J. Fluid Mech.*, **93**, 661/703 (1979)
- 16) R. T. Lacoss: Data Adaptive Spectral Analysis Methods, *Geophysics*, **36**, 661/675 (1971)
- 17) T. J. Ulrych: Maximum Entropy Power Spectrum of Truncated Sinusoids, *J. Geophys. Res.*, **77**, 1396/1400 (1972)
- 18) W. Y. Chen and G. R. Stegen: Experiments with Maximum Entropy Power Spectra of Sinusoids, *J. Geophys. Res.*, **79**, 3019/3022 (1974)
- 19) H. Akaike: Power Spectrum Estimation Through Autoregressive Model Fitting, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **21**, 407/419 (1969)
- 20) H. R. Jones: Autoregression Order Selection, *Geophysics*, **41**, 771/773 (1976)
- 21) B. H. Jansen, J. R. Bourne and J. W. Wand: Autoregressive Estimation of Short Segment Spectra for Computerised EEG Analysis, *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, **BME-28-9**, 630/638 (1981)
- 22) 日野幹雄, 柏柳正之, 中山哲蔵, 原 輝彦: 交番振動流の乱流構造に関する実験的研究 (1) 乱れの統計量について, *ながれ*, **1-2**, 181/195 (1982)