未知むだ時間系に対する離散値モデル規範形 適応制御系の一設計†

大 川 不二夫*・米 澤 洋**

Design of a Discrete Model Reference Adaptive Control
System for a Plant with Unknown Time-Delays

Fujio OHKAWA* and Yoo YONEZAWA**

A large number of design method for a model reference adaptive control system (MRACS) have been proposed recently by the researchers of stability theorems. The MRACS is today one of the most feasible approaches for the practical implementation of adaptive control system. However, few papers have so far dealt with design method and stability of the MRACS for a plant with unknown time-delays.

In this paper, a design method for discrete MRACS for single-input single-output system with unknown time-delay is proposed based on plant-input representation. It is shown that the proposed adaptive algorithms guarantee the convergence of the plant's output to the reference sequence by introducing an auxiliary input signal and pole assignment method. For the adaptive algorithms proposed here, only available input-output data of the plant are used, using no anticipative value of the plant output and information on unknown plant parameters. Finally, the validity of the proposed adaptive algorithms is illustrated by numerical example.

Keyword: adaptive control, discrete system, unknown time-delay

1. ま え が き

近年、モデル規範形適応制御系(MRACS)に関して数多くの設計法が提案され、種々の議論がなされてい

る。対象とする系が線形でむだ時間の大きさが既知の場合には、MRACSの設計法は理論的には確立され体系づけられつつあるといえる^{1),2)}。

しかしながら、むだ時間が未知あるいは変動する場合におけるMRACSに関する研究は少なく、安定性も十分に立証されているとはいえない^{3),4)}。一般に、むだ時間の同定は非常に困難であり、未知むだ時間を含む系に対するMRACSの設計は重要な課題である。

新らは、中村らが提案しているプラント入力に着目したMRACSの設計法⁵⁾に基づき未知むだ時間系のMRACSを構成している³⁾。この入力に着目した設計法は非常に興味ある手法であり、未知むだ時間系のMRACS設計に対して有力な手がかりを与えるものと考えられる。しかし、新らの設計法では推定値の真値への収束性あるいは推定値よりなる多項式の安定性が要求される。MRACSにおいては、一般に、パラメータ誤差の原点への収束性は保証されないので、推定値が安定な多項式となるよう投影することを提案しているが、その手法とその場合のMRACSの安定性が示されていない。

いっぽう、藤井らは、対象とする系が安定な場合に対して、系のある分解表現を用いた設計法を提案している。しかし、そこでは制御入力に一定値に収束するという前提が必要であり、どのような条件下にこの前提が成立するのか明確でない。また、安定性の立証にも問題が残されている⁴⁾。

ここでは、文献3)と同様に、プラント入力に着目した設計法に基づき、未知むだ時間系に対するMRACSの設計を試みる。文献5)では状態変数フィルタを導入して既知むだ時間を含む系に対してMRACSの設計法を展開しているが、2章では、フィルタを用いない設計法をむだ時間既知の場合について誘導し、ここで提案する設計法の概要を示す。この設計法は、筆者らが多入出力むだ時間系に対して提案した手法^{6),7)}

† 第1回計測自動制御学会九州支部学術講演会で発表(昭57・12)

* 九州工業大学工学部 北九州市戸畑区仙水町 1-1

** 広島大学工学部 東広島市西条町大字下見

* Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology, Kitakyushu

** Faculty of Engineering, Hiroshima University, Higashihiroshima

(Received June 4, 1983)

(Revised October 8, 1983)

同様に、補助入力を導入し、この補助入力と出力誤差との関係を誘導する。つぎに、補助入力を入力、出力誤差を出力とした系において、出力フィードバックによる安定化（極配置）手法により、出力誤差の0への収束性を保証する。3章では、2章で提案した手法の自然な拡張として、未知むだ時間系に対する安定なMRACSが容易に構成できることを示す。4章では、MRACSの安定性を保証するために必要となる入出力信号の有界性をGoodwinらの手法⁸⁾に準拠して立証する。最後に、数値計算例により、提案したMRACSの有効性について考察する。

2. MRACS の設計

ここでは、対象とする未知プラントを次式で表現される1入出力系とする。

$$y_{k+1} = \sum_{j=1}^n (a_j y_{k+1-j} + b_j u_{k+1-j}) \quad (2.1)$$

ただし、つぎの仮定を設定する。

- i) $b_1 \neq 0$
 - ii) 零点は全て Z 平面の単位円内に存在する
 - iii) n とむだ時間 l の上限 L は既知である
- (2.1) 式の系は入力 u_k に関して次式で表現できる。

$$\begin{aligned} u_k &= \frac{1}{b_1} (y_{k+1+l} - \sum_{j=1}^n a_j y_{k+1+l-j} - \sum_{j=2}^n b_j u_{k+1-j}) \\ &= \sum_{j=0}^n \alpha_j y_{k+1+l-j} + \sum_{j=2}^n \beta_j u_{k+1-j} \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここで、 α_j, β_j は a_j と b_j と次式のような関係にある未知定数である。

$$\alpha_j = \begin{cases} \frac{1}{b_1} & j=0 \\ -\frac{a_j}{b_1} & j=1, \dots, n \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\beta_j = -\frac{b_j}{b_1} \quad j=2, \dots, n$$

まず、ここでは l が既知の場合について、入力に着目したMRACSの設計法を示す。 l が未知の場合については次章で論じる。

いま、変数

$$\hat{u}_k = \sum_{j=0}^n f_{k+l}^j y_{k+1+l-j} + \sum_{j=2}^n g_{k+l}^j u_{k+1-j} \quad (2.4)$$

を導入する。ただし、 f_k^j と g_k^j は適応ゲインで後にそれらの適応アルゴリズムを誘導する。

ここで、

$$\varepsilon_{k+1} \equiv \hat{u}_{k+1} - u_{k+1} \quad (2.5)$$

を定義すると、(2.2)式と(2.4)式より次式を得る。

$$\varepsilon_{k+1} = \sum_{j=0}^n (f_k^j - \alpha_j) y_{k+1+l-j} + \sum_{j=2}^n (g_k^j - \beta_j) u_{k+1-l-j}$$

$$= \Phi_k W_{k+1} \quad (2.6)$$

$$\Phi_k \triangleq [f_k^0 - \alpha_0, \dots, f_k^n - \alpha_n, g_k^2 - \beta_2, \dots, g_k^n - \beta_n]$$

$$W_{k+1} \triangleq [y_{k+1}, \dots, y_{k+1-n}, u_{k+1-l}, \dots, u_{k+1-l-n}]^T$$

$$\Phi_k \in R^{1 \times 2n}, W_k \in R^{2n}$$

したがって、周知のように、Lyapunov 関数

$$V_k = \Phi_k \Phi_k^T$$

に対して、 Φ_k の適応アルゴリズムを

$$\Phi_{k+1} = \Phi_k - \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} \varepsilon_{k+1} W_{k+1}^T \quad (2.7)$$

$$\mu_{k+1} \equiv W_{k+1}^T W_{k+1}$$

とすれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta V_k &= \lambda_k (\lambda_k - 2) \frac{\varepsilon_{k+1}^2}{\mu_{k+1}} \\ &\leq 0 \quad \text{for } 0 < \lambda_k < 2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

したがって、 $\Phi_0 < \infty$ である限り $V_k < \infty$, $\Phi_k < \infty$ であるので

$$\begin{aligned} |V_\infty - V_0| &= \sum_{k=0}^{\infty} |\Delta V_k| \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k (2 - \lambda_k) \frac{\varepsilon_{k+1}^2}{\mu_{k+1}} < \infty \end{aligned} \quad (2.9)$$

が成立する。その結果、 $k \rightarrow \infty$ において $\Phi_k \rightarrow \text{const.}$ と $\varepsilon_k^2 / \mu_k \rightarrow 0$ が保証される⁵⁾。また、 μ_k (つまり W_k) が有界であれば、 $\varepsilon_k \rightarrow 0$ も保証される。

(2.7) 式の適応アルゴリズムを各適応ゲインについて記述すると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} f_{k+1}^j &= f_k^j - \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} \varepsilon_{k+1} y_{k+1-j} \\ (j=0, \dots, n) \\ g_{k+1}^j &= g_k^j - \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} \varepsilon_{k+1} u_{k+1-l-j} \\ (j=2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

すなわち、 $(k+1)$ 時点では、 $y_j (j \leq k+1)$, $u_j (j \leq k-l)$ と $\hat{u}_{k-l}$ を用いた適応アルゴリズム (2.10) 式により、 $k \rightarrow \infty$ に対して $\varepsilon_k \rightarrow 0$ が保証される。

つぎに、プラント入力 u_k を次式で合成する。

$$u_k = \sum_{j=0}^n f_k^j x_{k+1+l-j} + \sum_{j=2}^n g_k^j u_{k+1-j} + q_k \quad (2.11)$$

ここで、 x_k は規範応答でプラント出力 y_k が規範すべきある与えられた時系列とする。いっぽう、 q_k は補助入力で、系の安定性を保証するために導入したもので、後にその決定法を示す。

(2.4) 式と (2.11) 式より次式を得る。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1} &= \sum_{j=0}^n (f_k^j y_{k+1+l-j} - f_{k-l}^j x_{k+1-j}) \\ &\quad + \sum_{j=2}^n (g_k^j - g_{k-l}^j) u_{k+1-l-j} - q_{k-l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{j=0}^n \{f_{k-l}^i e_{k+1-j} + (f_{k-l}^i - f_k^i) y_{k+1-j}\} \\
&\quad + \sum_{j=2}^n (g_{k-l}^i - g_{k-l-1}^i) u_{k+1-l-j} - q_{k-l} \\
&= - \sum_{j=0}^n f_{k-l}^i e_{k+1-j} - q_{k-l} + \delta_{k+1} \quad (2.12)
\end{aligned}$$

$$e_k \equiv x_k - y_k$$

$$\begin{aligned}
\delta_{k+1} &\equiv \sum_{j=0}^n (f_k^i - f_{k-l}^i) y_{k+1-j} \\
&\quad + \sum_{j=2}^n (g_k^i - g_{k-l}^i) u_{k+1-l-j} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

ここで、(2.10)式の適応アルゴリズムにより W_k が有界であれば、 $\varepsilon_k \rightarrow 0$ と $f_k^i, g_k^i \rightarrow \text{const.}$ が保証されているので、(2.13)式より $\delta_k \rightarrow 0$ が保証される。なお、 W_k の有界性については後に述べる。

また、 e_k, q_k と独立に ε_k と δ_k の 0 への収束性が保証されているので、 ε_k と δ_k が 0 に収束した場合には、(2.12)式より次式が成立する。

$$\sum_{j=0}^n f_k^i e_{k+1-l-j} + q_k = 0 \quad (2.14)$$

いま、(2.14)式において、 Φ_k が原点に収束したとすると、 q_k を 0 とすれば、(2.3)式の関係より

$$e_{k+1+l} = \sum_{j=1}^n a_j e_{k+1+l-j} \quad (2.15)$$

が得られる。したがって、 a_j をもつ系 (対象とする未知プラント) が安定であれば、 $e_k \rightarrow 0$ が保証される。しかし、周知のように $\Phi_k \rightarrow 0$ は必ずしも保証されない。また、ここでは系の安定性は仮定されていない。

したがって、ここでは(2.14)式において、 e_k が 0 に収束するための補助入力 q_k について検討する。 q_k の決定法については種々のものが考えられるが、ここでは安定性の基準より決定する。すなわち、 q_k が e_k をフィードバックすることにより構成した閉ループ系が安定となるようにする。

(2.14)式より、 e_k と q_k に関して次式の関係を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{e_k}{q_k} &= - \frac{p^{-(l+1)}}{F_k(p)} \quad (2.16) \\
F_k(p) &\equiv f_k^0 + f_k^1 p^{-1} + \dots + f_k^n p^{-n}
\end{aligned}$$

ここで、 p は時間進み演算子、すなわち

$$\begin{aligned}
pe_k &= e_{k+1} \\
p^{-1}e_k &= e_{k-1}
\end{aligned}$$

を意味する。また、 $\varepsilon_k \rightarrow 0$ の時点では、明らかに $f_k^i \rightarrow \text{const.}$ である。

なお、ここで f_k^i の対応するプラントパラメータは非零であるので、文献 6), 8) と同様のアルゴリズムにより、 $f_k^i \neq 0$ とすることは常に可能である。

Fig. 1 An equivalent feedback system

いま、 q_k を

$$q_k = \frac{D(p)}{H(p)} e_k \quad (2.17)$$

$$H(p) \equiv 1 + h_1 p^{-1} + \dots + h_{n-1} p^{-n+1}$$

$$D(p) \equiv d_0 + d_1 p^{-1} + \dots + d_{n-1} p^{-n+1}$$

で合成するとする。すなわち、Fig. 1 に図示する構成とする。したがって、Fig. 1 の閉ループ系が安定となるように $H(p)$ と $D(p)$ を決定するとともに、それらの $H(p)$ と $D(p)$ を用いて (2.17) 式より補助入力 q_k を決定すれば、 $e_k \rightarrow 0$ を保証することができる。

Fig. 1 に図示したようなむだ時間を含む系の安定化あるいは極配置問題は、連続時間系では複雑であるが、ここで対象とした離散時間系では比較的容易に実現可能である。すなわち、特性方程式

$$F_k(p)H(p) + D(p)p^{-l-1}$$

が安定多項式となるように $H(p)$ と $D(p)$ を決定すればよい。

すなわち、適応アルゴリズム (2.10) 式により、 $k \rightarrow \infty$ において $\varepsilon_k \rightarrow 0$ と $\delta_k \rightarrow 0$ が保証されているので、補助入力 q_k を (2.17) 式で合成しておけば、 $k \rightarrow \infty$ に対して $e_k \rightarrow 0$ も保証される。

3. 未知むだ時間系

ここでは、前章で提案した MRACS の設計法を未知むだ時間系に拡張することを考える。

むだ時間 l が未知の場合には、(2.2)式は仮定 iii) より次式として表現できる。

$$\begin{aligned}
u_k &= \sum_{j=-L}^n \theta_j y_{k+1-j} + \sum_{j=2}^n \beta_j u_{k+1-j} \quad (3.1) \\
\theta_j &= \begin{cases} 0 & \dots -l > j \geq -L \\ \alpha_{j+l} \dots n-l > j \geq -l \\ 0 & \dots n \geq j > n-l \end{cases}
\end{aligned}$$

つぎに、(2.4)式の $\hat{u}_k$ に対応するものとして、ここでは

$$\hat{u}_k = \sum_{j=-L}^n f_{k+L}^i y_{k+1-j} + \sum_{j=2}^n g_{k+L}^i u_{k+1-j} \quad (3.2)$$

を用いると (3.1) 式と (3.2) 式より次式を得る。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{k+1} &\equiv \hat{u}_{k-L} - u_{k-L} \\
&= \sum_{j=-L}^n (f_k^i - \theta_j) y_{k+1-L-j}
\end{aligned}$$

$$+ \sum_{j=2}^n (g_k^j - \beta_j) u_{k+1-L-j} \\ = \Phi_k W_{k+1} \quad (3.3)$$

$$\Phi_k \triangleq [f_k^{-L} - \theta_{-L}, \dots, f_k^n - \theta_n, g_k^2 - \beta_2, \dots, g_k^n - \beta_n] \\ W_{k+1} \triangleq [f_{k+1}, \dots, y_{k+1-L-n}, u_{k+1-L}, \dots, u_{k+1-L-n}] \\ \Phi_k \in R^{1 \times L+2n}, W_k \in R^{L+2n}$$

したがって、(2.6)式と同形の誤差方程式となるので、適応アルゴリズムとしては(2.7)式、すなわち、ここでは、

$$\left. \begin{aligned} f_{k+1}^i &= f_k^i - \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} \varepsilon_{k+1} y_{k+1-L-j} \\ g_{k+1}^j &= g_k^j - \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} \varepsilon_{k+1} u_{k+1-L-j} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

$$0 < \lambda_k < 2, \mu_k \equiv W_k^T W_k$$

により、 $\varepsilon_k/W_k \rightarrow 0$ と $f_k^i, g_k^j \rightarrow \text{const.}$ が保証され、 W_k が有界であれば $\varepsilon_k \rightarrow 0$ が保証される。

つぎに、入力 u_k を

$$u_k = \sum_{j=-L}^n f_k^j x_{k+1-j} + \sum_{j=2}^n g_k^j u_{k+1-j} + q_k \quad (3.5)$$

で合成すると、(3.2)式と(3.5)式より次式を得る。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1} &= - \sum_{j=-L}^n \{f_{k-L}^j e_{k+1-L-j} \\ &\quad + (f_{k-L}^j - f_k^j) y_{k+1-L-j}\} \\ &\quad + \sum_{j=2}^n (g_k^j - g_{k-L}^j) u_{k+1-L-j} - q_{k-L} \end{aligned} \quad (3.6)$$

したがって、前章と同様にして、適応アルゴリズム(3.4)式により、 W_k が有界であれば $\varepsilon_k \rightarrow 0$ と $f_k^i, g_k^j \rightarrow \text{const.}$ が保証されているので、(3.6)式より

$$\sum_{j=-L}^n f_k^j e_{k+1-j} + q_k = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{e_k}{q_k} = - \frac{p^{-L-1}}{F_k(p)} \quad (3.8)$$

$$F_k(p) \equiv f_k^{-L} + f_k^{-L+1} p^{-1} + \dots + f_k^n p^{-n-L}$$

が成立する。なお、 W_k の有界性については次章で考察する。

したがって、前章とまったく同様にして、補助入力 q_k を

$$q_k = \frac{D(p)}{H(p)} e_k \quad (3.9)$$

で合成したとき

$$R(p) = F_k(p)H(p) + D(p)p^{-L-1} \quad (3.10)$$

が安定多項式となるような $D(p)$ と $H(p)$ を決定するとともに、それらを用いて(3.9)式より q_k を合成すれば $e_k \rightarrow 0$ が保証される。

なお、ここで $f_k^j (j = -L, \dots, -l-1)$ の対応するプラントパラメータ $(\theta_{-L}, \dots, \theta_{-l-1})$ 値は 0 である。MRACS においては、パラメータ誤差 Φ_k の原点へ

の収束性は必ずしも保証されないが、上記の f_k^i が 0 に収束した場合には、(3.10)式をもとに安定化 ($e_k \rightarrow 0$) を行うことが不可能となる場合が生じる。

このような場合には、 $F_k(p)$ の次数の低下数だけ、仮定したむだ時間の上限值 L を減少させ、新たな L として(3.7)式以下の設計手順を行えばよい。このようなアルゴリズムの導入と実行は容易に可能である。

なお、この場合の安定性については問題は生じない。なぜならば、設計過程より明らかなように、補助入力 q_k は、あくまでも $\varepsilon_k \rightarrow 0$ と $\Phi_k \rightarrow \text{const.}$ が成立した時点において、安定化 ($e_k \rightarrow 0$) を保証するために導入されているからである。

4. 安定性

前章までに提案した MRACS の安定性の保証においては、 W_k の有界性が要求された。ここでは、この有界性について考察する。有界性は Goodwin らの手法⁸⁾に準拠すると、以下のようにして立証可能である。

まず、(3.6)式を

$$\varepsilon_{k+1} = -F_k(p)e_{k+1} - q_{k-L} + \delta_{k+1} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \delta_{k+1} &\equiv \sum_{j=-L}^n (f_k^j - f_{k-L}^j) y_{k+1-L-j} \\ &\quad + \sum_{j=2}^n (g_k^j - g_{k-L}^j) u_{k+1-L-j} \\ &= (\Phi_k - \Phi_{k-L}) W_{k+1} \end{aligned} \quad (4.2)$$

と表現すると、(4.1)式と(3.9)式より次式を得る。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1} &= -F_k(p)e_{k+1} - \frac{D(p)}{H(p)} p^{-L} e_k + \delta_{k+1} \\ &= - \frac{F_k(p)H(p) + D(p)p^{-L-1}}{H(p)} e_{k+1} + \delta_{k+1} \\ &= - \frac{R(p)}{H(p)} e_{k+1} + \delta_{k+1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここで、

$$Q(p) \equiv \frac{H(p)}{R(p)} \quad (4.4)$$

$$e'_k \equiv \frac{1}{Q(p)} e_k \quad (4.5)$$

を定義すると、(4.3)式より次式を得る。

$$\varepsilon_{k+1} = -e'_{k+1} + \delta_{k+1} \quad (4.6)$$

(4.6)式に、Cauchy-Schwarz の不等式を適用すると、(4.2)式より

$$\begin{aligned} \|\varepsilon_{k+1}\| &\geq \|e'_{k+1}\| - \|\delta_{k+1}\| \\ &\geq \|e'_{k+1}\| - \|\Phi_k - \Phi_{k-L}\| \|W_{k+1}\| \end{aligned} \quad (4.7)$$

の関係が成立する。

ここで、(3.4)式の適応アルゴリズムより、 $k \rightarrow \infty$ で、 $\varepsilon_k/W_k \rightarrow 0$ と $\Phi_k \rightarrow \text{const.}$ が保証されているので、

$(\Phi_k - \Phi_{k-L}) \rightarrow 0$ も保証される。したがって、

$$\frac{\|e'_{k+1}\|}{\|W_{k+1}\|} \rightarrow 0 \quad (4.8)$$

が成立する。 $R(p)$ は安定多項式となるように設定されているので、(4.4)式の関係より $Q(p)$ は安定である。したがって、(4.5)式と(4.8)式より次式が成立する。

$$\frac{\|e_{k+1}\|}{\|W_{k+1}\|} \rightarrow 0 \quad (4.9)$$

いっぽう、仮定 ii) より

$$\|u_{k-L}\| \leq c_1 + c_2 \max_{0 \leq j \leq k+1} \|y_j\| \quad (4.10)$$

$$0 \leq c_1 < \infty, \quad 0 < c_2 < \infty$$

が成立するので、 W_k の定義より

$$\|W_{k+1}\| \leq c_3 + c_4 \max_{0 \leq j \leq k+1} \|y_j\| \quad (4.11)$$

$$0 \leq c_3 < \infty, \quad 0 < c_4 < \infty$$

が成立する。

また、規範応答 x_k は有界であるので

$$\|x_k\| \leq c_0 < \infty \quad \text{for all } k \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \|e_k\| &\geq \|y_k\| - \|x_k\| \\ &\geq \|y_k\| - c_0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

が得られる。したがって、(4.1)式と(4.13)式より次式の関係が得られる。

$$\|W_{k+1}\| \leq c_0 c_3 + c_4 \max_{0 \leq j \leq k+1} \|e_{k+j}\| \quad (4.14)$$

ここで、 $\{W_k\}$ が発散列と仮定すると $\{e_k\}$ も発散列となり

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\| = \infty \quad (4.15)$$

$$\|e_k\| \leq \|e_{k'}\| \quad \text{for } k < k'$$

となるような時刻列 $\{k'\}$ が存在する。したがって、この $\{k'\}$ に対して

(a) Output

(b) Adaptive gains

Fig. 2 Digital simulation result

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\|e_{k'+1}\|}{\|W_{k'+1}\|} \geq \frac{1}{c_4} > 0 \quad (4.16)$$

が成立する。(4.16)式は(4.9)式と矛盾する。したがって、 $\{W_k\}$ が発散列という列定は誤りであり、 W_k は全ての k に対して有界である。

5. 数値計算例

ここでは、先に提案した適応アルゴリズムを用いて数値計算した結果について考察する。

5.1 数値計算例 1

対象とする系は、 $l=1$ の

$$y_{k+1} = 0.6y_k + 0.3y_{k-1} + 0.8u_{k-1} + 0.5u_{k-2}$$

である。

l が既知の場合には、適応ゲインの初期値を

$$f_0^0 = 0.1, \quad f_0^1 = f_0^2 = 0$$

$$g_0^2 = -0.5$$

とした。

いっぽう、 l が未知で $0 \leq l \leq 2$ と予測できる場合、すなわち $L=2$ とした場合には

$$f_0^{-2} = f_0^{-1} = 0.1, \quad f_0^0 = f_0^1 = f_0^2 = 0$$

$$g_0^2 = -0.5$$

とした。

なお、 l が既知あるいは未知の場合とも、安定化のために導入した $H(p)$ と $D(p)$ の各パラメータは、全ての極が 0.1 となるように設定した。

ここでは、規範応答が

$$x_k = \begin{cases} 1 & 1 \leq k \leq 50 \\ 0.5 & 51 \leq k \end{cases}$$

について数値計算した。この場合の結果を図示したのが Fig. 2 である。

l が既知の場合には、20 ステップ、いっぽう未知の場合には、40 ステップ程度で系の出力は規範応答 $x_k=1$ に、ほぼ一致している。また、 $k=51$ の時点で規範応答を 0.5 に変更した結果は、それぞれ 10 と 25 ステップ程度で収束しており、適応アルゴリズムの有用性が裏付けられている。

いっぽう、適応ゲインはその初期値よりあまり変動していないのが、Fig. 2 b) より読み取れる。なお、Fig. 2 b) において、 f_k^1 と f_k^2 はともに、 f_k^0 とほぼ同一の特性を示しているので省略した。

5.2 数値計算例 2

ここでは、規範応答を

$$x_k = \sin(0.2k)$$

として数値計算を行った。他の必要な条件は例

Fig. 3 Digital simulation result

1とまったく同一である。この場合の結果が Fig. 3 である。

l が既知の場合には 25 ステップ、いっぽう未知の場合には 50 ステップ程度で、系の出力は規範応答にほぼ収束している。この例では、例 1 と比較して、やや収束特性は劣るが、提案した MRACS の妥当性を裏付けている。

5.3 考 察

数値計算例からは提案した MRACS の有用性を裏付ける結果が得られる。

そこでは、当然のことながら、収束性は適応ゲインの初期設定値に強く依存する。したがって、未知パラメータに関する変動範囲などの情報が得られれば、それらの情報に基づき、適応ゲインの初期値を設定することにより、より良好な収束特性が期待できる。

つぎに、本手法における問題点としては、つぎのことが挙げられる。

もし、 f_k^{-L} (数値例では f_k^{-2}) が 0 近傍の値となると、出力フィードバックによる安定化においては、 q_k が非常に大きな値となる。その結果、実行不可能な入力を合成する必要がある。したがって、理論的には、安定化され $e_k \rightarrow 0$ は保証されているが、実際上は実行不可能となる場合がある。

数値例においては、 f_k^{-2} は初期値よりあまり変動せずに、上記のような問題は生じていない。しかし、 $L \neq l$ の場合には、 f_k^{-L} の真値は 0 であるので、何らかの対策を講じておく必要がある。

いま、 F_k^{-L} が 0 であれば、(3.7) 式は

$$\sum_{j=-L+1}^n f_k^j e_{k+1-j} + q_k = 0$$

となる。したがって、 F_k^{-L} が 0 近傍の値となった場合には、たとえば、前述のように $(L-1)$ を新たに l の上限値 L としてアルゴリズムを実行することが考えられる。

これらに関する検討は、実際上必要であり、今後の課題である。

6. あとがき

未知むだ時間系に対する離散値 MRACS の設計を行った結果、つぎのことが明らかとなった。

- i) 予測値を一切用いずに、入出力信号のみで、安定な MRACS の実現が可能である
- ii) 補助入力を導入する必要があるが、比較的簡潔な構成および適応アルゴリズムで実行可能である
- iii) 数値計算例からは、提案した MRACS の妥当性を裏付ける結果が得られた

なお、ここではむだ時間要素の変動範囲の上限値に関する情報が必要であるが、この情報が不要な設計法の開発は今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) K.J. Åström: Theory and Applications of Adaptive Control, Preprints of 8th IFAC Congress, Vol. PS, 28/39 (1981)
- 2) 藤井：適応制御における最近の動向，システムと制御，25-12, 715/726 (1981)
- 3) 新，北森：未知むだ時間系に対する離散時間適応制御，第 10 回制御理論シンポジウム資料，243/246 (1981)
- 4) 藤井，水野：むだ時間未知の非最小位相プラントに対する離散時間適応制御系の一設計，計測自動制御学会論文集，18-12, 1165/1172 (1982)
- 5) 中村，鈴木：プラント入力に着目した間接法離散時間 MRACS の構成，計測自動制御学会論文集，18-2, 131/138 (1983)
- 6) 大川，米澤：むだ時間を含む多変数離散値系に対するモデル規範形適応制御系の一設計，計測自動制御学会論文集，18-4, 357/362 (1982)
- 7) F. Ohkawa and Y. Yonezawa: A Model Reference Adaptive Control System for Discrete Multivariable Systems with Time Delays, International J. of Control, 36-6, 925/934 (1982)
- 8) G.C. Goodwin, R.J. Ranadge and P.E. Caines: Discrete-Time Multivariable Adaptive Control, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-25-3, 449/456 (1980)