短区間を比較的高速で走行する通勤形電車の 省エネルギー運転方法

木村 幸男*・古賀 澄夫*

Energy Saving Operation of a Frequently Stopped Commuters' Train

Yukio KIMURA* and Sumio KOGA*

It is well known that the faster runs a train, the more dissipates its energy. In train schedule the running time is settled in advance, so the train needs to be operated in fixed time between stations. As the train could adopt various operation patterns in the fixed schedule, the requisite energy for the train operation varies according to its patterns even in the fixed time and distance. We can, therefore, consider a train operation method which minimizes the requisite energy.

Our simple model of train operation enables to show that the train running energy is minimized when it runs in constant speed as long as possible in a specific time and distance supposing that the train moving energy were collected by the regenerating process in the brake operation.

While in case of no regeneration of the energy we gained another operation pattern of the minimum energy. The minimum energy has followed from the train operation that after keeping the constant train speed and coasting, the brake should be applied at the instant of a calculated speed when the train stops. But a commuters' train can not take the sufficient coasting time in its frequently stopped and comparatively high speed operation. We have made clear the energy minimum operation of such a commuters' train as a special case of the no energy regeneration.

Keyword: train operation, minimum energy, commuters' train.

で走行するとき、走行パターンの相違により列車の運転に必要なエネルギーが異なる。短区間を比較的高速で走行する各駅停車の通勤形電車は、最高速度制限の上限まで速度を上げ、その後惰行状態に移るような、列車の速度差が大きい運転方法により、その運転に要するエネルギー（電力量）が小さくなる傾向が見受けられる¹⁾。

高加速後、一定速度をできるだけ長く保ち、強いブレーキで停車するいわゆる bang-bang 制御と前述の運転方法とは、相反する傾向のようにみえる。この現象は、総合的には駆動系を含めた列車の運転を詳しく解析し、その消費エネルギーを列車の走行パターンごとに推定することにより明らかになる¹⁾。しかし、運転方法を個々に設定し、シミュレーションで消費エネルギーを個々に計算することは、たいへんな労力を要する作業である。

列車の運転で、その停止時にブレーキ操作によって走行抵抗で失なわれるエネルギーを除いた運動エネルギーが完全に回収される立場を採れば、運転に要する列車の力行エネルギーは、実現可能な bang-bang 制御方式で列車を運転することにより、力学的に最小となることが知られている。しかし、ブレーキ操作により列車の運動エネルギーが完全には回収されないとすれば、その力学的エネルギー最小の運転方法が多少異ってくる。この点に着目し、列車運転の比較的簡単な力学的モデルでも、通勤形電車にみられるエネルギー最小運転の前述の現象を説明できることを見出した。

1. はじめに

列車がその発車から停車まで、一定区間を一定時間

2. 列車運転のモデル化

2.1 力学的モデル

列車の運動は、エネルギー運動系として捉えることができ、従来からの努力により実用的な補正を施して、列車を質点としてその運動を近似することができ

* 鉄道技術研究所 国分寺市光町 2-8-38

* Railway Technical Research Institute, Kokubunji

(Received November 7, 1983)

(Revised December 24, 1983)

る^{2,3)}。列車に働く力を、制御力 Y とそのほかの力 Z とに分離すれば、速度を v 、距離を s 、時間を t とし、列車の駅間走行状態はつぎのように記述できる。

$$\left. \begin{aligned} mvdv/ds &= Y(v) - Z(v, s), \quad ds/dt = v \\ v(0) &= v(S) = 0, \quad t(0) = 0, \quad t(S) = T \\ v(s_i) &\leq L_i \quad (i=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\}$$

$$E(k) = \int_s Y(v) ds \quad (Y(v) \geq 0)$$

ただし、 m : 列車の等価質量、 $Y(v)$: 列車の力行のための力、 $Z(v, s)$: 列車走行を抑制する力とし、 $s=0$ は列車の出発点、 $s=S$ は列車の停止点、 L_i は s_i 地点における速度制限を表す。

ここでは、問題を単純化するため、 $L_i \rightarrow \infty$ 、 $Z(v, s) = R(v)$ すなわち、速度制限はなく、線路は平坦で、列車走行を抑制する力は、いわゆる走行抵抗のみであるとす。また、 $Y(v) = F(v)$ とし、 $F(v)$ は列車の引張力とし、実際の運転取扱いは、ブレーキ減速度（ブレーキ力）を一定とした停止ブレーキをかけることを原則としている³⁾。また、車両にかかる力や乗客の乗心地の見地から、列車を力行状態からブレーキ状態に移行させるとき、力の急激な変化を避けるため、この間に列車は、少なくとも決められた最小時間の惰行状態を採らなければならない。このモデルでも、この運転方法に準ずるものとする。

2.2 列車の力行エネルギー

平坦な一定区間を一定時間で走行する列車の、力学的エネルギー最小運転のパターンを、形式的に Fig. 1 に示すようなものと仮定する⁴⁾。列車は、出発時に最高の引張力が出るノッチを用いて力 $F(v)$ ⁵⁾ を出し、平衡速度 v_0 を維持した後惰行に移り、速度 v_0 から v_c までは走行抵抗 $R(v)$ によって速度が落ち、ブレーキは、走行抵抗を含んだ一定の力 B で列車を停止

Fig. 1 Train running pattern in energy minimum operation

させるものとする³⁾。なお、現在の通勤形電車（たとえば 103 系）は、任意の平衡速度は維持できないが、細かい力行と惰行のくり返しで、これが近似的に維持できるものとする。

ブレーキにより列車のエネルギーが回収されない場合の、最小エネルギー列車運転パターンを得るため、Fig. 1 に点線で示されるような列車運転パターンを考える。ここで横軸は距離、縦軸は速度である。列車出発後の最高引張力運転 $F(v)$ は実線の運転と同様であるが、実線の平衡速度 v_0 で距離 a を走る定速走行に対し、点線の運転では平衡速度 $v_1 (> v_0)$ で、距離 $a' (< a)$ を定速走行し、その後惰行に移るものとする。両運転方法とも、一定時間で一定距離を走行する仮定から明らかに、 $v_1 > v_0$ 、 $a' < a$ の関係が成立することになる。なお、 v'_c は点線の運転における停止ブレーキ初速度であり、前述の仮定から、実線運転のブレーキ初速度 v_c に対して、 $v'_c < v_c$ の関係にある。

実線の運転方法との力学的エネルギー差 ΔE は、両者の距離と所要時間が同一であるとして、区間 $[s_1, s_2]$ を計算すれば、モデルより、

$$\Delta E = \int_{v_0}^{v_1} \frac{mvF(v)}{F(v) - R(v)} dv + a'R(v_1) - aR(v_0) \quad (1)$$

となる。また、この区間での距離と時間の関係はつぎの関数を用いて、(2)式、(3)式のようにまとめられる。

$$\left. \begin{aligned} \theta(v) &\equiv \frac{m}{F(v) - R(v)} + \frac{m}{R(v)} : v_0 \leq v \leq v_1, \theta(v) > 0 \\ \eta(w) &\equiv \frac{m}{R(w)} - \frac{m}{B} : v'_c \leq w \leq v_c, \eta(w) > 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{距離: } \int_{v_0}^{v_1} \theta(v) dv + \int_{v'_c}^{v_c} \eta(w) dw = a - a' \quad (2)$$

$$\text{時間: } \int_{v_0}^{v_1} \theta(v) dv + \int_{v'_c}^{v_c} \eta(w) dw = \frac{a}{v_0} - \frac{a'}{v_1} \quad (3)$$

考える区間で、走行抵抗 $R(v)$ は v に関して単調増加関数⁶⁾なので、平均値の定理から、つぎの関係を満たす $v_{10} (v_1 > v_{10} > v_0)$ が存在する。

$$\begin{aligned} \int_{v_0}^{v_1} \theta(v) R(v) v dv &= R(v_{10}) \int_{v_0}^{v_1} \theta(v) v dv \\ &\equiv R(v_{10}) \int_{v_0}^{v_1} \theta(v) dv \end{aligned}$$

この関係と(2)式、(3)式とから、次式(4)式が得られる。

$$\int_{v'_c}^{v_c} \eta(w) (v_{10} - w) dw = \frac{v_{10} - v_0}{v_0} a + \frac{v_1 - v_{10}}{v_1} a' \quad (4)$$

ここで条件が整理でき、平均値の上式と、(4)式とから、目的のエネルギー差 ΔE の(1)式がつぎのように計算できる。

$$\int_{v_0}^{v_1} \frac{mvF(v)}{F(v)-R(v)} dv = \int_{v_0}^{v_1} R(v)v \left\{ \frac{m}{F(v)-R(v)} + \frac{m}{R(v)} \right\} dv = \int_{v_0}^{v_1} R(v)v\theta(v) dv$$

となるから、

$$\begin{aligned} \Delta E + R(v_{10})v_{10} \int_{v_c}^{v_0} \eta(w) dw \\ = \frac{R(v_1)v_1 - R(v_{10})v_{10}}{v_1 - v_{10}} \cdot \frac{v_1 - v_{10}}{v_1} a' \\ + \frac{R(v_{10})v_{10} - R(v_0)v_0}{v_{10} - v_0} \cdot \frac{v_{10} - v_0}{v_0} a \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式において、 $v_1 \rightarrow v_0$ なる操作をすれば、右辺は(4)式と、 $v_{10} \rightarrow v_0$ 、 $w \equiv v_c$ となることを用いて

$$\frac{d}{dv} \{R(v)v\}_{v=v_0} \times \int_{v_c}^{v_0} \eta(w)(v_0 - v_c) dw$$

と書くことができ、結局

$$\Delta E = D(v_0, v_c) \int_{v_c}^{v_0} \eta(w) dw \quad (6)$$

$$D(v_0, v_c) = v_0^2 R'(v_0) - v_c \{R(v_0) + v_0 R'(v_0)\} \quad (7)$$

ただし、

$$R'(v_0) = \frac{d}{dv} \{R(v)\}_{v=v_0}$$

とまとめることができる。定義により $\int_{v_c}^{v_0} \eta(w) dw \geq 0$ であるから、 ΔE の正負は、(7)式すなわち $D(v_0, v_c)$ の正負によって決定される。

換言すれば、ブレーキにより列車のエネルギーが回収されない場合、この列車の運転モデルでは、 $D(v_0, v_c) = 0$ のとき力行エネルギー最小の運転となる：

そこで実際に 103 系電車の走行抵抗⁶⁾を用い 10

両編成 (総重量 444 ton) を Fig. 2 に示すようにモデル走行させたシミュレーション⁷⁾を行った。駅間距離 17.17 km、走行時間は 24 分である。加速時は最高力行で、減速度は 2.5 km/h/s である。列車の各走行パターンに対応し、Fig. 2 の右側にその力行エネルギーを示してある。列車の走行パターンをその最高速度で代表し、各パターンの力行総エネルギーは右側の図で右に行くほど高くなっている。この図からも平衡(最高)速度 v_0 と、ブレーキ初速度 v_c との関係が、(7)式の $D(v_0, v_c) = 0$ ($v_0 = 45$ km/h のとき、 $v_c = 18.6$ km/h) のとき、力行エネルギーが最小になることが確認できる。

3. 通勤形電車走行

列車の駅間走行時間が相対的に短かく設定される場合、その駅間平均速度は必然的に高くなる。この場合は、前章で述べた $D(v_0, v_c) = 0$ の力行エネルギー最小条件が物理的に満たされなくなる可能性を含んでいる。

実際に、平衡(最高)速度を v_0 、ブレーキ初速度を v_c として、Fig. 1 のモデル走行から $D(v_0, v_c) = 0$ の所要時間 T_0 と、走行区間 S_0 の関係を調べてみる。列車の運動方程式より、

$$T_0 = \int_0^{v_0} \frac{m}{F(v)-R(v)} dv + \int_{v_c}^{v_0} \frac{m}{R(v)} dv + \int_0^{v_c} \frac{m}{B} dv \quad (8)$$

$$S_0 = \int_0^{v_0} \frac{mv}{F(v)-R(v)} dv + \int_{v_c}^{v_0} \frac{mv}{R(v)} dv + \int_0^{v_c} \frac{mv}{B} dv \quad (9)$$

となる。いま、前章の 10 両編成の 103 系電車走行抵抗⁶⁾を用い、 v_0 をパラメータとして (S_0, T_0) 平面に、 $D(v_0, v_c) = 0$ を描くと Fig. 3 のようになる。

Fig. 2 Train running pattern & the powering energy (103 typed EC (6 M 4 T), weight: 444 ton, deceleration: 2.5 km/h/s)

Fig. 3 Running condition of a commuters' train

(7)式, (8)式, (9)式からわかるように, Fig. 3 の $S_0/T_0 > A$ (曲線の上側) なる領域は $D(v_0, v_c) > 0$, $S_0/T_0 < A'$ (曲線の下側) なる領域は $D(v_0, v_c) < 0$ となっている.

この Fig. 3 の中に, たとえば中央線通勤区間で勾配のきわめて少ない ($|3.5/1000|$ 以下) 区間の列車運転時分を書き込んでみた. これらの運転時分はすべて A' の領域, すなわち $D(v_0, v_c) < 0$ の領域にあることがわかる. 表題で明確に定義しなかったが, 通勤形電車走行とは, この A' の領域の列車走行を意味するものである.

さて, (6)式は平衡速度 v_0 に関する力行エネルギー増加の微係数と解釈することができる. ここで領域 A' では前述のように $D(v_0, v_c) < 0$ であり, $\int_{v_c}^{v_0} \eta(w) dw \geq 0$ であるのでその積 ΔE は, $\Delta E \leq 0$ とみなすことができる. したがって通勤形電車走行では, 一定区間を一定時間で走行する場合, 平衡 (最高) 速度 v_0 を可能な限り高くすることにより, その運転に要する力行エネルギーをより小さくすることができる. 別の見方をすれば, 停止時にブレーキで捨てる列車の運動エネルギーの部分可能な限り少なくする運転となるからである.

実際に, この現象はモデル運転の力行エネルギーを示す Fig. 2 の右側からもわかる. $D(v_0, v_c) < 0$ の領域は, 所要エネルギー曲線の下半分を意味し, この場合は, 列車の平衡 (最高) 速度を可能な限り高くすることによって, 所要の力行エネルギーが最小になる.

4. 結 論

比較的簡単な列車運転モデルにより, 列車が一定区間を一定時間で走行するとき, ブレーキによってその運動エネルギーを回収しない場合の, 力学的エネルギー最小の運転方法が説明できる.

短区間を比較的高速で走行する通勤形の電車は, 平衡速度をなるべく長く保つ運転よりも, その最高速度

を可能な限り高くして, 惰行状態を長く保ち, ブレーキ距離を短かくすることにより, その運転時の力行エネルギーを最小にすることができる. これを 103 系電車のモデルで確認した.

5. おわりに

ブレーキにより, 列車の運動エネルギーを一部回収する場合 (例, 201 系電車) の力行エネルギー最小運転方法も, このモデルにより本文と同様に解析することができる. しかし, この場合は再生電力量を算定するために列車ダイヤと密接に関係するので別の問題が生じる^{8), 9)}.

さらに重要なことは, 力学的エネルギーのみではなく, 駆動系の効率を含めた, 消費エネルギー全体の検討が実際上必要である¹⁾. ただしこの検討の場合も, 本モデルで明らかにした $D(v_0, v_c) = 0$ の条件が, パラメータの一つとして考慮されるべきであろう.

本論を終えるにあたり, 全体の構成について有益な示唆を下された森下巖教授, 実用のデータを多々提供され積極的な協力をいただいた国鉄運転局の倉本主席に深甚なる謝意を表します.

参 考 文 献

- 1) 電気車の運転性能調査専門委員会: 電気車の運転経済と駆動系の仕様, 電気学会技術報告 (II 部), 第 112 号, 4/25 (1981)
- 2) 稻田伸一, 古賀澄夫: 運転曲線計算システムの開発, 鉄道技術研究所報告, No. 932, 51 (1974)
- 3) 国鉄運転局: 速度定数業務必携, 288 (1970)
- 4) 木村幸男, 古賀澄夫: エネルギー最小を考慮した列車運転曲線の作成, 計測と制御, 19-10, 52/58 (1980)
- 5) 国鉄運転局: 電車加速力曲線, 109 (1972)
- 6) 国鉄運転局: 速度定数便覧, 728 (1981)
- 7) 運転局列車課, 鉄研システム研究室: 運転曲線計算プログラムデータ作成マニュアル, 163 (1976)
- 8) エネルギー対策研究委員会: 省エネルギー対策の研究, 103, 鉄道電化協会 (1981)
- 9) 木村幸男・古賀澄夫: 電力回生車両の最適投入シミュレーション, 情報処理学会第 25 回全国大会講演論文集 (III), 1407/1408 (1982)