マイクロ波粉体流量計†

小林 純 夫*・宮 原 俊 二*

A Powder Flow Meter Using Microwaves

Sumio KOBAYASHI* and Shunji MIYAHARA*

We have developed a powder flow meter, using an open-ended microwave resonator. This flow meter has the following advantages: (1) No disturbance to the powder flow is caused. (2) Both the powder velocity and concentration could be measured simultaneously. In this paper the measuring principle, the theoretical analysis of the circular waveguide resonator lined with a solid dielectric, and the results of the application are described.

The sensor part of the flow meter consists of a circular waveguide inserted in series with the powder transporting pipe line. For the selected microwave frequency, at which microwave propagates in the waveguide but not in the transporting pipes, the sensor part operates as a resonator. When powder (dielectric) is flowing through the resonator, the resonant frequency changes. The average of the frequency shift gives the concentration of the powder. As there exist several axial standing-waves in the resonator, the sensor acts as a spatial filter. Therefore the velocity of the particulates is detected using the variation of the frequency shift.

The flow meters were applied to the flow measurement of the pulverized coal injected into a blast furnace. The flow meter showed a good performance, and the accuracy of the flow meters was $\pm 7\%$. (Full scale: [800 kg/h])

Keyword: microwave, resonator, dielectric, particulates, flow meter, spatial filter

1. ま え が き

近年鉄鋼業の高炉操業において、従来の重油吹込みから、微粉炭吹込みに切換えられつつあり、一部実用化されている。これは、高炉の各羽口に微粉炭を気体

輸送し吹込むことにより、入熱量の制御やコークス比の低減化を行うことを目的としている。通常約30~40本の羽口より微粉炭が吹込まれるが、その際円周方向での燃焼を均一にするため各羽口での吹込み量を知る必要がある。

筆者らは、高炉への微粉炭吹込み試験に参加する機会があり、微粉炭流量計の検討を行った。従来、このような固気二相流における粉体流量計としては、いくつかの方法が提案されているが、今回の目的に対して、直ちに適用可能なものはないように思われた。たとえば、直接秤量式¹⁾は微粉炭吹込みのように、粉体が分配される場合には適用不可能であるし、衝撃式¹⁾も直接管路に設置するには技術上の困難が伴う。管路に直接設置できるものとしては静電式¹⁾や差圧式^{2),3)}があるが、静電式は別に気体流量を知る必要があるので適用が困難である。差圧式はベンチュリーを利用するものであるが、形状設計の基準が明らかでなく、形状パラメータの決定に、粉体輸送実験が必要であるほか、粉体の詰まりの懸念がある。最近では、粉体の濃度と速度を計測できる相関式流量計⁴⁾およびコロリカ⁵⁾を利用した流量計があるがいまだ開発中の段階である。

筆者らは、Rzepecka ら⁶⁾が、油中の水分計測に用いたマイクロ波共振器に着目し粉体の流量計に適用することを検討した。検討の結果、若干の修正を行うことにより、粉体の濃度および速度の計測も可能であることの見通しを得て、粉体流量計の試作を行い、高炉への微粉炭吹込み試験に適用したので結果を報告する。

2. 原 理

マイクロ波粉体流量計のセンサ部は、Fig. 1 に示すように誘電体内装金属管を金属管の途中に挿入したものである。両側の金属管では遮断域、誘電体内装部では通過域となるようなマイクロ波周波数を選ぶと、共振器として働く。内半径 b の金属管の遮断条件は、波長を λ とすると $\lambda > 1.84/2\pi b$ である。

共振器内に誘電率 $\epsilon_0 + \Delta\epsilon$ の粉体が投入されると、

† 第22回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭58.7)
住友金属工業(株)中央技術研究所 尼崎市西長洲本通1-3

* Central Research Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd., Amagasaki
(Received December 16, 1983)
(Revised March 13, 1984)

Fig. 1 Resonator lined with a dielectric

共振周波数 F_0 の変化 ΔF は (1) 式で与えられる^{7), 8)}.

$$\frac{\Delta F}{F_0} = - \frac{\Delta \epsilon \iiint_{V_d} |\mathbf{E}_0|^2 dV}{2 \iiint_V \epsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2 dV} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{E}_0$: 電界、 V_d : 粉体の体積、 V : 共振器の体積である。したがって、共振周波数の変化 ΔF より粉体の濃度を求めることができる。

一方、共振器長を適当な長さに選ぶと Fig. 1(b) に示すように流れの方向に定在波がたつ。共振周波数の変化は、電界の 2 乗に比例するため、この共振器は長さ方向に周期的な感度特性をもつ一種の空間フィルタとみなすことができる。したがって、空間フィルタ速度計⁹⁾の原理に基づいて粉体速度を知ることができる。すなわち、粉体の速度に従い周期的に ΔF が変化することになる。定在波の波長を l 、粉体速度を V 、 ΔF の変動周波数を f_v とすると $f_v = V/l$ である。濃度と速度の積より流量が求められる。

以上の原理に基づいた本マイクロ波粉体流量計は以下の特長を有する。

(1) 粉体に外乱を与えない、(2) 粉体の濃度・速度を求めることができる、(3) ほかから圧力・温度・ガス流量などの情報を必要としない、(4) 流量計を垂直・水平いずれにも取付けることが可能。

3. センサ共振器

共振器の内半径 b を測定対象により定めるとき、マイクロ波波長 λ 、外半径 a 、共振器長 L および共振モードを決定する必要がある。なお、誘電率については附着・摩擦・加工性などの実用上の問題より誘電体が決まりそれより誘電率が決定される。ここでは、これらのパラメータを決定するための基準について検討した。付録に誘電体内装導波管の解析結果を示す。

3.1 伝送モードの選択

誘電体内装導波管を高次モードで用いると低次モードも同時に発生し、モード分離に注意を要するため、

Fig. 2 Cutoff wavelength and ratio a/b

取り扱いが容易な基本モード伝送を採用した。

付録の 2 より基本モードは HE_{11} であり、以下 $TM_{01}, HE_{21}, HM_{11}(TE_{01}) \dots$ の順に高次モードが発生する。そこで HE_{11} モードを使用することにした。

比誘電率 $\epsilon_r = 2.0$ としたときの基本モード HE_{11} と 2 次モード TM_{01} の遮断波長と管径比 a/b (b 一定で a を変化) との関係を図 2 に示す。 HE_{11} が伝搬域であり、 TM_{01} が遮断域となる領域を斜線で示す。この領域にパラメータを選べば、基本モードのみが伝搬することになる。

3.2 電界の一様性

粉体が通過する部分 ($r < b$) では、断面方向で濃度検出の感度を一様にするため、断面方向で電界が一様である必要がある。

$r < b$ の電界の一様性は、管径比 a/b により変化する。波長 λ を Fig. 2 の基本モード伝搬域に選び、 $a/b = 1.7, 2.5, 3.3$ としたときの電界分布を図 3 に示す。 $a/b = 1.7$ では、誘電体内壁部 ($r = b$ 付近) の電界は中心部の 70%、 $a/b = 2.5$ では 89%、 $a/b = 3.3$ では 94% となる。管径比を大きくすれば、一様性は向上するが流量計が大きくなりすぎ実用上問題となる。そこで、一様性と実用上の問題を考慮し、 $a/b = 2.5$ 程度を設計の基準とすることにした。

3.3 空間周波数特性

伝送モードの選択、電界の一様性の要求より、外半

Fig. 3 Electric field configuration and intensity

径 a (管径比 a/b)、波長 λ および伝送モードが決定された。つぎに共振器長 L が決定されれば流量計の設計は完了する。ここでは、管内波長 λ_g の算出、管内波長と共振器長 L の関係、空間周波数特性の順に述べることにし共振器長 L の決定法を説明する。

(1) 管内波長 λ_g (伝搬定数 γ)

伝搬定数 γ は、誘電体内装導波管の特性方程式より決定される。付録の (A.6) 式で HE_{11} に対応する χ_1 より γ_1 が決まる。

(2) 管内波長 λ_g と共振器長 L の関係

適切に設計された誘電体内装導波管内の軸方向に垂直な電界 $\mathbf{E}$ は、断面方向で一様となり (2) 式に示すように z だけの関数となる。

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_1 e^{-j\gamma z} + \mathbf{E}_2 e^{+j\gamma z} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{E}_1$: 進行波の電界、 $\mathbf{E}_2$: 反射波の電界、 γ : 伝搬定数、 z : 伝搬方向の座標である。

この導波管を $z = \pm L/2$ で短絡すると共振器となり、伝搬定数 γ と共振器長 L の関係は (3) 式、電界 $\mathbf{E}$ の定在波のエネルギー $P(z)$ は (4) 式のようになる。

$$\gamma L = m\pi \quad m=1, 2, \dots \quad (3)$$

$$P(z) = |\mathbf{E}(z)|^2 = 2|\mathbf{E}_1|^2 \{1 + (-1)^{m+1} \cos 2\gamma z\} \quad m=1, 2, \dots \quad (4)$$

(3) 空間周波数特性

本流量計では速度検出に空間フィルタを用いている。この空間フィルタの空間周波数特性への要求より (3) 式の定在波の数 m が決定される。

空間周波数特性について考える。粉体が平均速度 V で移動するとき、共振周波数シフト $g(z_0)$ は、濃度の平均値からの偏差 $f(z)$ と共振器の感度特性 $h(z)$ で表わされ (5) 式のようになる。

$$g(z_0) = \int_{-L/2}^{L/2} f(z-z_0) h(z) dz \quad (5)$$

ここで、 $z_0 = V \cdot t$ 、 L : 共振器長である。感度特性 $h(z)$ は、(4) 式の定在波のエネルギーを共振器長で平均化した形で表わされ (6) 式のようになる。

$$h(z) = \frac{1}{L} \{1 + (-1)^{m+1} \cos (2\pi P_0 z)\},$$

$$|z| \leq \frac{L}{2} = \frac{m}{2P_0} \quad (6)$$

したがって、 $g(z_0)$ のパワー・スペクトル密度 $\Omega(fv)$ は (7) 式で与えられる。

$$\Omega(fv) = \frac{1}{V} \Phi(fv/V) \cdot |H(fv/V)|^2 \quad (7)$$

ここで、 fv : 共振周波数の変動周波数、

$\Phi(fv/V)$: $f(z)$ のパワー・スペクトル密度、

Fig. 4 Characteristics of spatial filter

Fig. 5 Relation between one-half bandwidth of the first peak and the number of standing waves

(Hfv/V) : $h(z)$ のフーリエ変換である。

空間フィルタの特性 $|H(fv/V)|^2$ を Fig. 4 に示す。 $|H(P)|^2$ は、 $P = f_0/V = P_0$ の近傍で 1 次のピークをもつが、このピークの幅が広いと、(7) 式の $\Omega(fv)$ が f_0 を中心に広帯域となり速度検出誤差になる。そこで、高精度の速度検出を行うには、 $|H(P)|^2$ の 1 次のピークを狭帯域にする必要がある。Fig. 5 に定在波数と 1 次ピークの半値幅の関係を示す。 $m=9$ 以上では半値幅の減少の割合は小さい。実用的長さであり十分狭帯域と考えられ $m=9$ を設計の基準とした。なお、 m を奇数としたのは、マイクロ波の投入口を共振器の中央としたためである。したがって、共振器長 L は $m\lambda_g/2$ となる。

以上により、すべてのパラメータ、外半径 a 、波長 λ 、および共振器長 L (内半径 b 、比誘電率 ϵ_r は既知) が決定されたことになる。

4. 共振器の試作

前章で述べた設計指針に基づき、Fig. 6 に示す寸法のモード HE_{19} の誘電体内装開端共振器を製作した。誘電体としてテフロン (比誘電率 2.0) を使用した。外観を Photo. 1 に示す。

試作した共振器と解析結果の比較を実施した。Fig. 7 に共振波形および共振周波数の計算値を示す。なお、計算値は付録の (A.6) 式より求めた伝搬定数とマイクロ波周波数の関係を用いた。両者は良い一致を

Fig. 6 Dimension of resonator

Photo. 1 Flow meter

Fig. 7 Resonant frequencies of the resonator

みた。HE₁₁モードの Q 値および共振周波数は300および3.16 GHzであった。誘電体内装導波管の両端を金属板で閉じた誘電体内装閉端共振器についても共振波形を調査し、開端・閉端共振器間で、共振波形および共振周波数に差がないことがわかった。このことは、誘電体内装部と両端の金属管の境では短絡していることを意味する。

5. 粉体流量計

5.1 測定システム

測定システムのブロック図を Fig. 8 に示す。センサ部と信号処理部からなる。トラッキング回路により共振周波数を検出し、共振周波数の平均的变化より濃度を、変動分より速度を求め両者の積より流量を求める。

5.2 共振周波数の検出

共振周波数の検出にトラッキング法¹⁰⁾を用い、発振

Fig. 8 Measuring system

Fig. 9 Tracking method

周波数は、同調電圧より求めた。トラッキング法は、Fig. 9 に示すように微小振幅で低周波の周波数変調をすると、発振周波数と共振周波数の大小関係により出力の位相が反転することを用いた共振周波数検出法である。

従来のトラッキング法は連続フィードバックが用いられているため、共振周波数の変化が速いと追従できなくなる現象（ロック外れ）が起こる。そこで、発振周波数が、共振周波数より大きくずれたときでもフィードバックのゲインが維持されるためロック外れを生じないオンオフ・トラッキング法¹¹⁾を共振周波数の検出に用いた。Fig. 10 に従いオンオフ・トラッキング法を説明する。

低周波の発振器より電圧制御マイクロ波発振器(V.C.O.)に周波数変調をかける。周波数変調されたマイクロ波は、共振器に投入され、検知された後、帯域フィルタを通過し同期検波される。同期検波された波形を Fig. 11(a) に示す。同期検波された信号がヒステリシスの下限に達すると、ヒステリシス回路が動作し、参照電圧の極性が正から負に変わる。Fig. 11(b) 積分回路を経た同調電圧は、Fig. 11(c) に示すように減少する。これに伴い発振周波数も減少し、

Fig. 10 On-off tracking circuit

Fig. 11 Waveform

共振周波数より小さくなり同期検波された波形は正となる。やがて、ヒステリシスの上限に達すると、上に述べたことと逆の変化が起こる。このようにして、発振周波数は、共振周波数を中心に Fig. 11(d)に示すように三角波状に変化し共振周波数にトラッキングする。

V.C.O. として Y.I.G. 同調トランジスタ発振器を使用した。帯域は、Fig. 7 の結果より HE_{119} の共振周波数が 3.16 GHz であること、ほかのモードと干渉しないこと、および共振周波数の変化は負であることより 3.0~3.2 GHz とした。低周波の周波数変調幅は 6 MHz、変調周波数は 50 kHz とした。共振波形の半値幅は 11 MHz である。帯域フィルタの帯域は、実験的に定め 5.0~70 kHz とした。ヒステリシス回路のヒステリシス幅は、3 MHz とした。積分器の積分速度は 17 GHz/s であり、そのときの三角波のトラッキング周波数は 3 kHz である。共振周波数の変動振幅が 1 MHz と 5 MHz の場合について、オンオフトラッキング回路の周波数特性を Fig. 12 に示す。

5.3 濃度の検出

共振器内に微粉炭がないときの同調電圧をデジタルで記憶し、計測時の同調電圧との差を求め、低域フィルタを通すことにより濃度を求めた。

Fig. 12 Frequency characteristics of on-off tracking circuit

Fig. 13 Velocity detection circuit

5.4 速度の検出

同調電圧を高域フィルタに通し、その信号の自己相関関数の第一零点より速度¹²⁾を求めた。Fig. 13 に速度検出回路を示す。高域フィルタの出力を 10 μ s 周期で 1920 点サンプリングし RAM に記憶する。記憶したデータより、最初に 160 μ s 周期のデータで粗い自己相関関数を求める。つぎに第一零点の生じた 160 μ s 間をタイムラグ 10 μ s 周期で自己相関関数を求め、第一零点が生じる時間遅れを求める。逆数演算により時間遅れの逆数を求め速度を決定する。速度検出に要する時間は、サンプリング時間 19.2 ms、演算時間約 6 ms で、速度 1 点当りに要する時間は約 25 ms である。

6. 高炉微粉炭吹込み試験

本流量計を高炉微粉炭吹込みの支管流量計（4 本）に適用した。

6.1 微粉炭吹込み設備および吹込み条件

微粉炭吹込み設備を Fig. 14 に示す。本設備は、2 系列切換方式で行う連続マルチ運転方式であり、流量計の検定はバルブ切換によりホッパへ戻しホッパのロードセルで実施した。

実験条件は、ガス流速：9.0~15.0 m/s、微粉炭濃度：10~60 kg/m³、微粉炭粒度：200 mesh under 90 %以上である。

6.2 流量計

Fig. 6 に示す寸法の流量計を使用した。支管垂直部に本流量計を据え付け、流れは上昇方向とした。

Photo. 2 に外観を示す。

6.3 測定方式

センサ部は、Fig. 15 に示すような切替方式を取り信号処理部は共用した。切替時間は 250 ms~1 s まで変更可能であるが、本適用試験では主として 250 ms (4 本で 1 s) とした。

6.4 検定結果

ホッパー秤量器 (精度 ± 7.5 kg) により検定した結果を Fig. 16 に示す。1 回の検定の際の累積流量は 90 kg 以上とした。検定条件は、炭種: 200 mesh under 98.9% であった。精度はフルスケール 800 kg/h で $\pm 7\%$ であった。流量計間の機差は精度内に収まっていた。なお、共振周波数の変動振幅は 1 MHz 以下、微粉炭流速は 15 m/s 以下であった。

6.5 出力データの例

代表的流量・濃度チャートを Fig. 17 に示す。チャンネル間の濃度差が大でも、流量差が小であるような場合が認められた。今回の試験で微粉炭の付着は少なく、付着による悪影響はなかった。

Fig. 14 Schematic diagram of experimental apparatus

Photo 2 Appearance of flow meters

6.6 摩耗

平均 400 kg/h の流量で 2.5 カ月連続運転を行った。テフロン部の摩耗を水による容積測定法で測定した。実験前後のテフロン部の容積はそれぞれ 209.5 cc, 209.0 cc であり、摩耗は測定精度 (± 0.5 cc) 内に収まっていた。

6. 結 言

マイクロ波を用いた流量計を開発した。センサとして用いる誘電体内装開端共振器の解析を行い、センサの設計指針を得た。開発した流量計を微粉炭高炉吹込み試験に適用し良好な結果を得た。精度は $\pm 7\%$ (フルスケール 800 kg/h) であった。

Fig. 15 Measuring method (Sensor Part)

Fig. 16 Results of calibration

Fig. 17 Waveform

flow rate 1 ch ---- 2 ch ———
3 ch ——— 4 ch ----
concentration 1 ch ---- 2 ch ———

本流量計の特長は以下のとおりである。

(1) 粉体に外乱を与えない, (2) 粉体の濃度・速度を求めることができる, (3) 圧力・温度・ガス流量などのほかからの情報を必要としない, (4) 流量計の取付けに任意性 (垂直・水平) がある。

最後に流量計の開発に際し, 協力をいただいた和歌山製作所 元重正洋氏, 小山朝良氏 および 中央技術研究所 東海林泰夫氏に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 日本粉体工業協会編: 粉体流量計測ハンドブック, 日刊工業新聞社, 377/415 (1981)
- 2) 井伊谷, 後藤: 固気二相流計, 化学工学, 27-2, 80/84 (1963)
- 3) L. Farbar, B. Calif: Venturi as a Meter for Gas-Solids Mixtures, Transactions of the ASME, 75, 943/950 (1953)
- 4) 松下, 毎床: 相関式粉体流量センサ, 富士時報, 18/24 (1981)
- 5) 竹中: マイクロ・モーション流量計の特長と用途, 配管と装置, 27/31 (1981・11)
- 6) Maria A. Pzepecka, Stanislaw S. Stuckly, M. K. Hamid: High-Frequency Monitoring of Residual and Bound Water in Conductive Fluids, IM-24-3, 205/210 (1975)
- 7) 小西: 電磁波回路, オーム社 (1976)
- 8) R. F. Harrinton: Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill (1961)
- 9) 内藤, 狼, 小林: 空間フィルタによる速度計測, 計測と制御, 7-11, 761/772 (1968)
- 10) Janusz Markowski, A. D. MacDonald, Stanislaw S. Stuchly: The Dynamic Response of a Resonant Frequency Tracking System, IEEE Trans. Instrum. Meas., IM-26-3, 231/237 (1977)
- 11) 小林: 共振周波数トラッキング回路の解析, 第22回SICE 学術講演会予稿集, 705/706 (1983)
- 12) 中山, 山浦, 小林, 松田: 3値化信号の相関関数を用いる狭帯域不規則信号用平均周波数測定法, 計測自動制御学会論文集, 14-3, 567/573 (1981)
- 13) H. G. Unger: Circular Electric Wave Transmission in a Dielectric-Coated Waveguide, Bell Syst. Tech. J., 36-5, 1253 (1957)

《 付 録 》

誘電体内装開端共振器の解析¹³⁾

Fig. A.1 に示す誘電体内装導波管の解析を行った。

〈付録 1〉 遮断波数 (固有値)

Fig. A.1 Waveguide lined with a dielectric

遮断波数 χ は, 以下の (A.1), (A.2) 式により与えられる。

(1) TM_{0i}, HM_{pi} モード

$$F_p(\chi_i, \chi'_i) = 0 \quad (\text{A.1})$$

(2) TE_{0i}, HE_{pi} モード

$$G_p(\chi_i, \chi'_i) = 0 \quad (\text{A.2})$$

ここで

$$F_p(\chi, \chi') = \frac{1}{x} \frac{J_p'(\rho\chi)}{J_p(\rho\chi)} + \frac{\varepsilon_r}{\rho\chi'^2} \frac{W_p(\chi', \rho\chi')}{U_p(\chi', \rho\chi')} \quad (\text{A.3})$$

$$G_p(\chi, \chi') = \frac{1}{x} \frac{J_p'(\rho\chi)}{J_p(\rho\chi)} + \frac{1}{\rho\chi'^2} \frac{V_p(\chi', \rho\chi')}{Z_p(\chi', \rho\chi')} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} U_p(\chi, \rho\chi) &= J_p(\rho\chi)N_p(\chi) - N_p(\rho\chi)J_p(\chi) \\ V_p(\chi, \rho\chi) &= \rho\chi^2[J_p(\rho\chi)N_p'(\chi) - N_p'(\rho\chi)J_p(\chi)] \\ W_p(\chi, \rho\chi) &= \rho\chi[J_p(\chi)N_p'(\rho\chi) - J_p'(\rho\chi)N_p(\chi)] \\ Z_p(\chi, \rho\chi) &= \chi[J_p'(\chi)N_p(\rho\chi) - J_p(\rho\chi)N_p'(\chi)] \end{aligned}$$

J_p, N_p : 第1種, 第2種ベッセル関数

$$\rho = b/a, \chi_i = \sqrt{k^2 + \gamma_i^2} \cdot a, \chi'_i = \sqrt{\varepsilon_r k^2 + r_i^2} \cdot a$$

γ_i : 伝搬定数, $k = 2\pi F \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, F : 周波数

ε_0, μ_0 : 真空中の誘電率, 透磁率, ε_r : 誘電体の比誘電率, $p = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots$

〈付録 2〉 伝搬定数

特性方程式は, (A.3), (A.4) 式のようになり, 特性方程式より

(1) 単独モード

$$\left. \begin{aligned} F_0(\chi_i, \chi'_i) &= 0 & (TM_{0i}) \\ G_0(\chi_i, \chi'_i) &= 0 & (TE_{0i}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.5})$$

(2) ハイブリッドモード

$$\begin{aligned} H_p(\chi_i, \chi'_i) &= p^2 \left(\frac{1}{\chi_i^2} - \frac{1}{\chi'^2_i} \right)^2 - \rho^2 \frac{\chi'^2_i - \chi_i^2}{\chi'^2_i - \varepsilon_r \chi_i^2} \\ &\times F_p(\chi_i, \chi'_i) G_p(\chi_i, \chi'_i) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

(A.5), (A.6) 式より, 基本モードは HE_{11} , 以下 $TM_{01}, HE_{21}, \dots$ となる。

〈付録 3〉 電界分布

基本モードの電界分布は, $r \leq b$ で (A.7) 式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E_r(r, \theta) &= -\frac{i\gamma_1}{k_c} \left[\frac{J_1(k_c r)}{k_c r} F(\chi_1, \chi'_1) \right] \cos \theta \\ E_\theta(r, \theta) &= \frac{i\gamma_1}{k_c} \left[\frac{J_1(k_c r)}{k_c r} F(\chi_1, \chi'_1) \right] \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.7})$$

ここで $k_c = \chi_1/a$ 。