ホ ッ パ の 重 量 制 御

——有限時間整定制御方式の適用——

和 田 憲 造*・早 野 延 男*・上 滝 具 貞**

Weight Control of Hopper

——Application of Finite Time Settling Control——

Kenzou WADA*, Nobuo HAYANO* and Tomosada JYOTAKI**

In this report, we discuss the weight control of hopper by using a microcomputer.

The control processes in which the granular material is concerned are generally difficult, because the granular material reveals a very complicated nature in its handling.

In the present investigation, we adopted a digital controller with a more elaborate control action than that of an analog controller. At the first step, we used sand as granular material due to its good flowability. As for the control algorithm, we used the "Finite Time Settling Control (F. T. S. C.)" method that makes a very excellent response for the step change of a set point value and an external disturbance, respectively. We estimated the unmeasurable state variables by using "Finite Time Settling Observer (F. T. S. O.)" or "Minimal Order Observer (M. O. O.)".

The following results became clear through the experiments and the simulations by using a microcomputer.

1) If we use F. T. S. C. method as the control algorithm, P-action is more suitable than I-action for the process containing a saturation element.

2) In our system, in the case of P-action, there is an off-set for the step change. To avoid this off-set, the set point value must be adjusted prior to the experiment. Contrarily, in the case of the external disturbance input, if we use F. T. S. O. as the observer in the system, the off-set disappears.

3) In the case using M. O. O., we could eliminate the off-set by the suitable choice of

the parameter of the M. O. O. itself and the system gains.

Keyword: weight control, microcomputer, granular material, observer, finite time settling control

1. ま え が き

粉粒体プロセスにおいてホッパは貯槽および供給装置の一部として広く用いられており、ホッパの内容量をコントロールすることは工業上重要な操作の一つとされている。ホッパの内容量を制御するうえでの問題点としてはホッパからの流出量の変動（閉塞、架橋などによる）や供給ホッパからの流入量の変動などがあり^{1),2)}、これらの問題点のため粉粒体プロセスにおける一般的な制御は非常に難しいものとなっている。そこでわれわれはこの粉粒体プロセスに対してアナログ制御に比べて、よりきめ細かな対応が可能なデジタル制御の適用を検討し、ホッパを制御対象として重量制御を行った。粉粒体としては、流動性³⁾の良好な砂を用いて実験を行った。

近年、デジタル制御の分野で各種のアルゴリズムが提案されている。そしてこれらはシミュレーションにおいて非常に優れた応答を示すことが確認されており^{4)~6),11),14),15)}、実プラントへ応用されつつある^{7),16)~18)}がその報告例は今だそう多くないように思える。特に粉粒体プロセスに適用した例はほとんどないのが現状である。そこでわれわれは今回の制御対象に対してデジタル制御の応用として有限時間整定制御 (F. T. S. C.) の適用を検討した。

F. T. S. C. の適用に際してはプロセスの各状態変数のフィードバックが必要となる。対象プロセスのモデルの作成に当っては各状態変数にそれぞれ物理的意味を持たせるために、プロセスの各要素の伝達関数を求めることによりモデルを作成した。このため各状態変数はすべて測定可能な物理量であるが、測定するため

* 山口大学工学部 宇部市常盤台 2557

** 九州共立大学工学部 北九州市八幡西区折尾自由ヶ丘 1-8

* Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube

** Faculty of Engineering, Kyushu Kyoritsu University, Kitakyushu

(Received September 24, 1983)

(Revised March 19, 1984)

Photo. 1 Experimental apparatus

には新たに装置が必要となり、またシステム全体が複雑となるため、まず制御量（重量）のみを直接測定し、ほかの状態変数は有限時間整定観測器（F. T. S. O.）⁴⁾を用いて推定を行った。また観測器を含むシステムは観測器の推定誤差が外乱として入るシステムと考えられることから、つぎに観測器として推定誤差の収束が早い最小次元オブザーバ⁵⁾の適用を検討した。

高橋らにより提案されている有限時間整定制御⁴⁾は定常偏差をなくすためにメインループに積分動作を有する構成（以下この制御方式を F. T. S. C.(I) とする）を用いているが、今回の制御対象のように制御量に常に小振巾のノイズが混入し、また操作端の弁のストロークが限定されている場合には、F. T. S. C.(I) は積分項による誤差の累積やウィンドアップ現象⁵⁾のため必ずしも適しているとはいえず、そこで積分動作を比例動作におき換えた構成（以下 F. T. S. C.(P) とする）を考え、これについて検討を行った。

メインループに比例動作を有する有限時間整定制御式については、これまでなら検討はなされておらず、ただ外乱に対して定常偏差が生じないという理由で積分動作が用いられているにすぎない。そこでわれわれは今回の制御対象のように積分動作が逆に好ましくない場合について比例動作の適用を検討した。さらにホッパの内容量を制御するうえで問題点となる供給ホッパからの流入量の変動を外乱として考え、これに対する応答についても検討を行った。

比例動作を用いた場合には、設定値変更や外乱に対して定常偏差を生じるという問題があるが、この問題についてはオブザーバの特性と合せて検討を行った。

結果として、設定値変更に対してはあらかじめ定常偏差を考慮して設定値を修正しておくことで定常偏差

Fig. 1 Schematic diagram of the hopper system

は解消でき、外乱に対しては今回の制御対象のような場合には、状態観測器として F. T. S. O. を用いたときには定常偏差は生じず、最小次元オブザーバを用いたときはオブザーバの設計パラメータを調整することで定常偏差を解消することができた。したがって今回の制御対象に有限時間整定制御を適用した結果、システムの応答を考えるうえからは F. T. S. C.(I) より F. T. S. C.(P) のほうがより適していることが判明した。

2. 装置概要

実験に使用したホッパ部の写真を Photo. 1 に、また装置の概略図を Fig. 1 に示す。ホッパに流入した砂の重量はホッパを支えている梁に貼られた歪ゲージにより検出され、A/D コンバータを通してマイクロコンピュータによりサンプリングされる。そしてマイクロコンピュータ内であらかじめプログラミングされている制御式により操作量が計算され D/A コンバータを通して操作部に送られる。ホッパへは上部供給ホッパより常に一定量の砂が流入しており、この流入量は供給ホッパ下部のバルブの開度を調節することにより自由に決定できる。

ホッパは非対称垂直壁型ホッパ（Photo. 1 参照）で排出口は垂直壁面中央下部に設けられている。ホッパの層高による流出量の変動については、層高がある高さ以上になると流出量に対する層高の影響はないので⁹⁾ 今回の実験範囲においては層高の影響はないとした。

一般に粉粒体プロセスにおいてはホッパからの流出量とバルブ（流出口）の開度との間にはべき関数的特性があるとされているが¹⁰⁾、制御を行ううえからはバルブ（操作端）の特性としては線形性を有することが要求されている。

Fig. 2 に今回の実験に使用したスライドバルブの特性をバルブのスリット巾 E をパラメータとして示す。バルブ開度の広範囲にわたりバルブ開度 X_0 と流

Fig. 2 Relation between the flow rate and the amount of the valve opening

出量 Q_0 は良好な直線関係を示し、操作端として優れた特性を有していることがわかる。本実験では $E=25$ mm のものを使用した。またスライドバルブのストロークは $0 \sim 100$ mm とした。このことよりバルブはその開度が $0 \sim 100$ mm の間では線形性を示すが、それ以外では飽和性を示すことになる。

3. 対象プロセス

プロセスのブロック線図を Fig. 3 に示す。各要素の伝達関数はステップ応答法により求めた。サーボモータは伝達関数が一般に $G_m(s) = K_m / (1 + sT_m)$ で表わされるが、その時定数 T_m が非常に小さいのでモータの伝達関数はゲイン要素 K_m で近似した。したがって制御対象は3次のプロセスとなる。ここで状態変数として Fig. 3 に示されているように x_1 : ホッパーの重量 (制御量) x_2 : ホッパーからの流出量, x_3 : スライドバルブの開度の三つの状態変数を取り、プロセスの状態微分方程式をマトリックスの形で表わすと次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) + \mathbf{r}_A Q(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

上式の各係数行列はつぎの通りである。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_V} & \frac{K_V}{T_V} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ K \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Fig. 3 Block diagram of the hopper system

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad K = K_m \cdot K_b$$

ここで T はベクトルの転置を表わすものとする。また

K_m : サーボモータのゲイン

K_b : ボールスクリューのゲイン

K_V : スライドバルブのゲイン

T_V : スライドバルブの時定数

である。(1)式よりサンプリング周期を τ として離散値系状態推移方程式を求めると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}u(k) + \mathbf{r}Q(k) \\ y(k) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし

$$\mathbf{P} = e^{\mathbf{A}\tau} = \begin{pmatrix} 1 & a_1 & a_2 \\ 0 & p & a_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = \int_0^\tau e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{b} d\lambda = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{r} = \int_0^\tau e^{\mathbf{A}\lambda} \mathbf{r}_A d\lambda = \begin{pmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = T_V(p-1), \quad a_2 = K_V(T_V\tau - \tau - pT_V),$$

$$a_3 = K_V(1-p), \quad p = \exp(-\tau/T_V)$$

$$b_1 = KK_V(T_V\tau - \tau^2/2 + T_V^2 p - T_V^2),$$

$$b_2 = KK_V(\tau + T_V p - T_V), \quad b_3 = K\tau$$

4. 実験結果および考察

4.1 有限時間整定観測器を用いた場合

4.1.1 設定値変更に対する応答

Fig. 3 に示されるモデルの妥当性を調べるために実プロセスのステップ応答と計算機によるシミュレーション結果を Fig. 4 に示す。図より両者は非常に良く合っていることがわかる。これからモデルはほぼ正確に実プロセスを表わしているといえる。

Fig. 5 にメインループに比例動作を設けたときのシステム全体のブロック線図を示す。状態変数は x_1 (重量) のみを直接測定し、ほかの二つの状態変数 x_2 , x_3 は有限時間整定観測器 (F. T. S. O.) により推定を行った。 $G_p(z)$ はプロセスのパルス伝達関数、 $\mathbf{K}^T$ はフィードバックゲイン (1×3 の定数ベクトル)、 $\gamma(k)$ は設定値、 $Q(k)$ はホッパーへの砂の流入量を表わす。こ

Fig. 4 Step response of the process

Fig. 7 Response of "F. T. S. C." for the step reference input (P-control in the main loop; simulation)

Fig. 8 Response of "F. T. S. C." for the step reference input (I-control in the main loop; simulation)

実プロセスの特性が良く一致している場合についてであり、モデリングに誤差を生じた場合またはプロセスのパラメータが変動したときには定常偏差を生じる場合がある。

4.1.2 外乱に対する応答

第1章で述べたようにホッパの内容量をコントロールするうえの問題点として供給ホッパからテストホッパへの砂の流入量における変動があり、これに対するシステムの応答が問題となることから、この流入量の変動を外乱として考え、これに対するシステムの応答について検討を行った。

4.1.1 で述べたように、メインループに比例動作を設けた場合は設定値変更に対して定常偏差が生じ、その偏差が流入量 Q の影響を受けていたことから、システムに外乱（流入量の変動）が入った場合、これにより定常偏差が生じる可能性がある。

プロセスに外乱が入ったときの状態推移方程式は外乱を $\Delta Q(k)$ とすると(2)式より次式となる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{P}\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}u(k) + \mathbf{r}(Q + \Delta Q(k)) \quad (9)$$

上式を(7)式と同様に推定誤差 $\mathbf{e}(k)$ を用いて書き表わすと次式となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{e}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} - \mathbf{q}\mathbf{K}_p\mathbf{c}^T - \mathbf{q}\mathbf{K}^T & \mathbf{q}\mathbf{K}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} - \mathbf{f}\mathbf{c}^T\mathbf{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{e}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{q}\mathbf{K}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} R_c + \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} Q$$

Fig. 9 Response of "F. T. S. C." for the step reference input (P-control in the main loop; experiment)

Fig. 10 Response of "F. T. S. C." for the step reference input (I-control in the main loop; experiment)

$$+ \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{f}\mathbf{c}^T)\mathbf{r} \end{bmatrix} \Delta Q(k) \quad (10)$$

上式よりプロセスに外乱が入った場合、 $(\mathbf{I} - \mathbf{f}\mathbf{c}^T)\mathbf{r}\Delta Q(k)$ の項が観測器の推定誤差に対する外乱入力となる。(Fig. 6 参照) ここで以下外乱の影響についてのみ考えることとする。(Q=0として考える)

外乱入力に対するプロセスの出力 $y(k)$ の z 変換は次式となる。

$$Y(z) = G_p(z)U(z) + G_q(z)\Delta Q(z) \quad (11)$$

ここで

$$G_p(z) = \mathbf{c}^T(z\mathbf{I} - \mathbf{P})^{-1}\mathbf{q} = \frac{\tilde{b}_1 z^2 + \tilde{b}_2 z + \tilde{b}_3}{z^3 + g_1 z^2 + g_2 z + g_3} \quad (12)$$

$$G_q(z) = \mathbf{c}^T(z\mathbf{I} - \mathbf{P})\mathbf{r}^{-1} = \frac{\tilde{r}_1 z^2 + \tilde{r}_2 z + \tilde{r}_3}{z^3 + g_1 z^2 + g_2 z + g_3} \quad (13)$$

(12), (13)式を用いて入れ子形プログラミング法¹¹⁾により(9)式を可観測正準形に直すと次式となる。

Fig. 11 Response of "F.T.S.C." for the step disturbance input (experiment)

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= \tilde{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{q}}u(k) + \tilde{\mathbf{r}}\Delta Q(k) \\ y(k) &= \tilde{\mathbf{c}}^T\hat{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ただし

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} -q_1 & 1 & 0 \\ -q_2 & 0 & 1 \\ -q_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \tilde{b}_3 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \tilde{r}_1 \\ \tilde{r}_2 \\ \tilde{r}_3 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{c}}^T = (1 \ 0 \ 0)$$

(14)式のプロセスに対するオブザーバゲインを $\tilde{\mathbf{f}}$, フィードバックゲインを $\tilde{\mathbf{K}}^T = (\tilde{K}_1 \tilde{K}_2 \tilde{K}_3)$ とすると (10) 式は $\tilde{\mathbf{e}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1)(\hat{\mathbf{x}}(k))$ は $\hat{\mathbf{x}}(k)$ の推定値を表わす) を用いてつぎのように書ける.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k+1) \\ \tilde{\mathbf{e}}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{q}}\tilde{K}_2\tilde{\mathbf{c}}^T\tilde{\mathbf{q}}\tilde{\mathbf{K}}^T & \tilde{\mathbf{q}}\tilde{\mathbf{K}}^T \\ 0 & \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{f}}\tilde{\mathbf{c}}^T\tilde{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{\mathbf{e}}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{r}} \\ (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{f}}\tilde{\mathbf{c}}^T)\tilde{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \Delta Q(k) \end{aligned} \quad (15)$$

ただし, ここでは外乱の影響についてのみ考えているので $R_e=0$, $Q=0$ とした. また $\Delta Q(k)$ をステップ状の外乱として $\Delta Q(k) = \Delta Q$ とし, これより外乱に対するプロセスの出力 $y(k)$ の最終値 $y(\infty)$ を求めると

$$y(\infty) = \tilde{\mathbf{c}}^T\hat{\mathbf{x}}(\infty) = (\tilde{r}_1 + \tilde{r}_2 + \tilde{r}_3) \{ \tilde{K}_2(\tilde{b}_1 + \tilde{b}_3) + \tilde{K}_3\tilde{b}_3 \} \Delta Q \quad (16)$$

となる. これからシステムが外乱に対して定常偏差を生じないためにはつぎの条件を満足すればよい.

$$\tilde{r}_1 + \tilde{r}_2 + \tilde{r}_3 = 0 \quad (17)$$

または

$$\tilde{K}_2(\tilde{b}_1 + \tilde{b}_3) + \tilde{K}_3\tilde{b}_3 = 0 \quad (18)$$

しかし一般に $\tilde{K}_2$, $\tilde{K}_3$ はシステムの特方程式から決定される値で (18) 式の条件は成立しない. したがって (17) 式が定常偏差を生じない条件となる. いいかえれば (17) 式を満足するプロセスは比例動作の場合においても外乱に対して定常偏差を生じない. 今回の制御対象における $\tilde{\mathbf{r}}$ は $\tilde{\mathbf{r}}^T = (p\tau, -(1+p)\tau, \tau)$ となり (17) 式を満足する. このことより本システムは外乱に対し

て定常偏差を生じないことになる. また別の見方をすれば本システムはオブザーバとして F.T.S.O. を用いることによりオブザーバの推定誤差でプロセスの外乱による偏差を打消しているともいえる.

Fig. 11 に実験による応答波形を示す. サンプリング周期は 2 秒とした. 矢印は外乱を入れた時点を示す. 図より外乱に対しては定常偏差を生じず, また積分動作の場合に比べて早く整定している. このことより外乱に対しても比例動作のほうが優れているといえる.

4.2 最小次元オブザーバを用いた場合

4.1.1 で述べたように観測器を有するシステムは, これによる推定誤差が外乱として入るシステムとなることから, 観測器の推定誤差の収束が早ければ早いほどシステムの応答は改善されることになる. この意味から F.T.S.O. より最小次元オブザーバを用いたほうが良好な応答を示すことが予想される. そこでバルブの開度を変位計を用いて実測し, ホッパからの流出量のみを最小次元オブザーバを用いて推定を行った.

最小次元オブザーバはつぎのように構成される⁸⁾.

$$\left. \begin{aligned} w(k) &= fw(k) + G y(k) + W q u(k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k) &= H w(k) + J y(k) \\ y(k) &= D x(k) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで G , W , H , J , D はそれぞれ (1×2) , (1×3) , (3×1) , (3×2) , (2×3) の係数行列である. また f は u_1 を設計パラメータとして $f = p + u_1 a_1$ と表わされる.

一般に最小次元オブザーバはある行列 W に対してつぎの条件を満足する.

$$\left. \begin{aligned} \text{i) } HW + JD &= I_3 \\ fW &= WP - GD \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\text{ii) } |f| < 1 \quad (21)$$

ここで (19) 式における $w(k)$ は $Wx(k)$ の推定値である. これよりシステムの状態推移方程式はオブザーバの推定誤差 $\xi(k) = Wx(k) - x(k)$ および (20) 式の関係を用いることによりつぎのように表わせる.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ \xi(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{P} - \mathbf{q}K_p\mathbf{c}^T - \mathbf{q}K^T & \mathbf{q}K^TH \\ 0 & f \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} x(k) \\ \xi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{q}K_p \\ 0 \end{bmatrix} R_m + \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ W\mathbf{r} \end{bmatrix} \\ &\quad \times (Q + \Delta Q) \end{aligned} \quad (22)$$

上式 R_m は最小次元オブザーバを用いたときの修正された設定値である. Fig. 12 に最小次元オブザーバを用いたときのシステムのブロック線図を示す. このシステムにおいては流入量 Q も外乱としてオブザーバの推定誤差に入る形となる.

Fig. 12 Block diagram of "F. T. S. C." with "Minimal Order Observer" (P-control in the main loop; expression by the estimation error of the observer)

4.2.1 オブザーバの設計 (A)

オブザーバのフィードバックゲイン f の求め方についてはつぎの2通りの方法が通常考えられている。

i) f の固有値を 0 にする ($f=0$)

ii) 外乱に対する推定誤差を 0 にする^{12), 13)}。

これより, i) の方法では $u_1 = -p/a_1$, ii) の方法では $u_1 = 0$ となる ($Wr=0$ より). 今回のプロセスでは $p = \exp(-\tau/T_v)$, $T_v = 0.064$ より $\tau > 1$ の場合は $p \approx 0$ となり i), ii) の方法は数値的にほとんど同じ結果となる. それゆえ今回は ii) の方法に基づいてオブザーバを構成した。

Fig. 13 に設定値変更に対する応答を, **Fig. 14** に外乱に対する応答波形 (Design A) を示す. 設定値変更に対する応答波形は F. T. S. O. を用いたときと比べて余り差がないように見える. これは F. T. S. O. を用いた際にパルス開度の推定が非常に正確に行われていたこと, またシステムに常に小振巾のノイズが混入していたことなどから実際の応答波形において観測器の違いがでなかったものと思われる. しかし外乱に対して定常偏差が生じた. これはオブザーバを構成するときに外乱に対する推定誤差を零とするようなオブザーバを構成したため, F. T. S. O. を用いたときのようにオブザーバの推定誤差でシステムの外乱による定常偏差を打消すといった形にならなかったためである. そこでつぎに外乱に対して定常偏差を生じない最小次元オブザーバについて検討を行った。

4.2.2 オブザーバの設計 (B)

外乱に対して定常偏差の生じない条件は

i) システムの出力の最終値が $y(\infty) = R$ となること.

ii) 特性方程式 $\det[zI - P + qK_p c^T + qK^T] = 0$ の根が単位円内に存在すること.

iii) $|f| < 1$ であること.

である. これらの条件を満足するように設計パラメータ u_1 および各ゲインを決定すれば最小次元オブザーバを用いた場合でも, 外乱に対して定常偏差を生じな

Fig. 13 Response of "F. T. S. C." with "Minimal Order Observer" for the step reference input (P-control in the main loop)

Fig. 14 Response of "F. T. S. C." with "Minimal Order Observer" for the step disturbance input (P-control in the main loop)

いシステム構成を行うことができる。

(22)式を用いてシステムの出力 y の最終値 $y(\infty)$ を求めると次式となる。

$$y(\infty) = c^T(I - P + qK_p c^T + qK^T)^{-1} qK_p R_m + c^T(I - P + qK_p c^T + qK^T)^{-1} \times (qK^T H(1 - f)^{-1} W + I) r (Q + \Delta Q) \quad (23)$$

上式が条件 i) を満足するためには, 上式の右辺第 2 項が零となればよい. このことからつぎの関係式が成り立つ。

$$K_2 = \frac{a_1 u_1 - (1 - p)}{a_3 + a_2 u_1} K_3 \quad (24)$$

つぎに(24)式を条件 ii) の特性方程式に代入する. これよりシステムの特性方程式はつぎのように表わされる。

$$z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0 = 0 \quad (25)$$

ここで $a_0 \sim a_2$ は $(K_1 + K_p)$, K_3 , u_1 の関数である. 条件 ii) を満足するためには(25)式の根が単位円内に存在するよう各ゲインの値を決定する必要がある. しかし(25)式は 4 つの変数を含んでおり, これを解析的に解くのは非常にやっかいであり, 各ゲインを一義的に決定することができない. そこでつぎのように行

う. まず $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ とおき, かつ $|\alpha_0| < 1$ とすれば特性根は単位円内に存在し, さらに $(K_1 + K_p)$, K_3 を u_1 の関数として表わせば α_0 は u_1 の関数となる. したがって u_1 が決定されれば各ゲインは一義的に決定することができる. したがって次式が条件 ii) を満足するものとなる.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = \alpha_2 = 0 \\ |\alpha_0| < 1 \end{array} \right\} \quad (26)$$

また条件 iii) より u_1 は次式を満足する必要がある.

$$|f| = |1 - p + u_1 a_1| < 1 \quad (27)$$

これより (26), (27) 式を満たす u_1 を決定すれば最小次元オブザーバを用いた場合外乱に対して定常偏差の生じないシステムを構成することができる.

Fig. 14 (Design (B)) に (26), (27) 式を満足する u_1 として $u_1 = 1$ としたときの外乱に対する応答を示す. 外乱に対して定常偏差を生じていないことがわかる. 以上のことより観測器として最小次元オブザーバを使用する場合は設計パラメータ u_1 を適切に選び, この u_1 の値をもとに各ゲインを決定することにより, 定常偏差を生じないシステムを構成することができる.

5. 結 論

粉粒体プロセスに有限時間整定制御を適用した結果, 対象が粉粒体ということで各種の変動因子 (流入量, 流出量の変動など) をシステム内に含んでおり, そのため応答波形に多少の変動が見られるが, ほぼ満足すべき応答波形を得ることができた. また状態変数がすべて測定できない場合でも観測器を用いることで実システムに応用できることが確認できた. 結果として以下のことが判明した.

(1) 今回の制御対象のように制御量に常にノイズが混入し, バルブのストロークが限定されているシステムに対してはメインループに積分動作を設けるよりも比例動作を設けた方が優れた応答を示す.

(2) 観測器として F. T. S. O. を用いたときには $\tilde{r}_1 + \tilde{r}_2 + \tilde{r}_3 = 0$ (4.1.2 参照) となるシステムは外乱に対して定常偏差は生じないことが判明した.

(3) 最小次元オブザーバを用いたときはオブザーバの設計パラメータ u_1 を適切に選択し, この値をも

とに各ゲインを決定することにより, 外乱に対して定常偏差の生じないシステム構成ができる.

参 考 文 献

- 1) 上滝, 早野, 加藤: 貯槽より流出する粉粒体の流出量変動 (脈動) の周期性について (統計的解釈), 粉体工学研究会誌, **7-6**, 499/511 (1970)
- 2) 上滝具貞ほか 3 名: 振動ホッパにおける粉体の閉塞現象とその防止, 粉体と工業, **4-9**, 28/42 (1972)
- 3) R. L. Carr: Evaluating FLOW Properties of Solids, Chem. Eng. Jan. **18**, 163/168 (1965)
- 4) Y. Takahashi, et al.: Simple Discrete Control of Industrial Processes (Finite Time Settling Control Algorithm for Single-Loop Digital Controller), ASME, **97-4**, 354/361 (1975)
- 5) 高橋安人: システムと制御 (下), 岩波書店 (1978)
- 6) D. M. Auslander, Y. Takahashi and M. Toimzuka: Direct Digital Process Control, Practice and Algorithms for Microprocessor Application, Proc. IEEE, **66-2**, 199/208 (1978)
- 7) 井上, 北川, 有本: ボイラのモデルプラントのデジタル制御, 計測自動制御学会論文集, **17-9**, 873/879 (1981)
- 8) B. Gopinath: On the Control of Linear Multiple Input-Output Systems, Bell Syst. Tech., **50**, 1068/1081 (1971)
- 9) 上滝具貞ほか 3 名: 容器内を流下する粒体の運動 (第 1 報, 実験結果の定性的解釈), 日本機械学会論文集, **28-19**, 1462/1471 (1962)
- 10) 川合, 田中: 粉粒体がホッパから流出する機構. セメントコンクリート, **2**, 15/20 (1964)
- 11) 成田誠之助: デジタルシステム制御, 昭晃堂 (1980)
- 12) J. Oreilly: Minimal-Order Observers for Discrete-Time Linear Systems with Unmeasurable Disturbances, International J. of Control, **29-3**, 429/434 (1979)
- 13) K. K. Sundareswaran, et al.: Observers for Linear Systems with Arbitrary Plant Disturbances, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-22-5**, 870/871 (1977)
- 14) 富塚誠義: マイクロコンピュータによる現代制御理論の実用化とそのアルゴリズム, 計測と制御, **18-8**, 640/649 (1979)
- 15) デジタルシステムによるアドバンスコントロール実例, 計装, 3 月臨時増刊号 (1981)
- 16) 村上, 前田, 永田: マイクロプロセッサを用いた自動車の最適速度制御, 計測自動制御学会論文集, **19-7**, 51/55 (1983)
- 17) H. Unbehauen, et al.: Comparison and Application of DDC Algorithms for a Heat Exchanger, Automatica, **2-5**, 393/402 (1976)
- 18) 藤井, 水野: プラントのむだ時間 + AB モデルによる多入力出離散時間モデル規範形適応制御系の設計法とその応用, 計測自動制御学会論文集, **18-3**, 238/245 (1981)