未知外乱が入る場合のモデル規範形適応制御系 と過渡応答の改善†

大 久 保 重 範*

The Model Reference Adaptive Control Systems with Unknown
Disturbances and the Improvement of Transient Responses

Shigenori OKUBO*

Model reference adaptive control systems (MRACS) have been developed in order to solve several weak points of the design by modern control theory, though there are many constraints in MRACS yet. This paper describes the design of MRACS with unknown disturbances and improvement of transient responses. The disturbances are piecewise polynomial function of time, the degree (n_d-1) is known, and the coefficients are unknown. This designed MRACS can eliminate the influence of disturbances and let output error be zero stably by increasing the degree of state variable filters. Frequently the responses of MRACS contain impulse functions. One of the cause is that the degree of numerator is less than the degree of denominator of the strictly positive real transfer function $W(P)$. In this paper we show that the transient responses can be improved when the two degrees of numerator and denominator are same.

Keyword: model reference adaptive control systems, unknown disturbance, transient response, state variable filter, strictly positive real transfer function

1. ま え が き

モデル規範形適応制御系 (MRACS) は現代制御論の設計法でのいくつかの欠点を解決する目的で開発されている。しかし多くの制約があり、まだ完全ではない。たとえば制御対象が最小位相系であることや、外乱が考慮されていない設計法がほとんどである。特に

外乱については、制御系自体は外乱が入った場合でも出力が変わらないことが設計要請の一つであるだけに、外乱が入らない場合しか使えない MRACS は実用上の制御系として不完全であるといわなければならない。外乱対策を考慮した主な設計にはつぎのようなものがある。Egardt²⁾ は確率近似法に基づく MRACS に対し、有界外乱が存在する場合、系の安定 (L^∞ -安定) 条件を求めている。Ljung³⁾ は確率的外乱が加わる STR に対して伝達関数が強正実であれば、その解は最小分散制御系に収束することを示している。Sebakhy⁴⁾ らはステップ外乱を除去するためパラメータ同定機構に外乱除去のフィルタを使って構成しているが、モデルの出力に対する追従性は明白でない。これら三者の設計法は外乱除去を抜本的に解決するまでには至っていない。田村⁵⁾ らは外乱に対する観測器を使って外乱の影響を打ち消し、間接法による MRACS を構成している。しかし同定と制御の実行時間を分離する機構を含み、オフライン同定+制御の反復実行を行う設計になっているため、系全体がきわめて複雑である。またシステム外乱の入力行列が既知であるという仮定は実用上の大きな制約になると考えられる。以上の例では外乱除去のため、系の構成が複雑であったり、出力誤差の収束性が保証されないなどの欠点があるといわなければならない。本稿ではこれらの欠点を取り除き、Monopoli¹⁾, Egardt²⁾ らの拡張誤差を使う方法において、外乱の次数分だけ状態変数フィルタの次数を大きくし、外乱の影響を不可観測部分空間に埋め込む方法により、出力誤差が安定にゼロになりうるような MRACS の直接法による設計を示す。外乱は区分的に時間の多項式である場合を考え、その次数 (n_d-1) は既知とし、その係数は未知であるものとする。区分的に時間の多項式の外乱を扱う理由は、一般の外乱は区分的に見た場合時間の多項式として近似できるから、区分的に時間の多項式の外乱を除

† 第 25 回自動制御連合講演会で発表 (昭 57・11)

* 東京大学工学部 東京都文京区本郷 7-3-1

* Faculty of Engineering, University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo

(Received September 2, 1983)

(Revised May 18, 1984)

去できれば、一般の外乱をもよい近似で除去できうと考えられるからである。本方法は連続時間系の MRACS の最も基本的な構成法である Monopoli¹⁾, Egardt²⁾ らの直接法で $D(p)$ を $p^{nd}D(p)$ ($D(p)$ は制御対象の特性多項式) に変えるのみでよく、系の構成は外乱が入らない場合と本質的に変わらず、特に複雑になることはない。

本稿ではさらに過渡応答の改善について述べる。MRACS ではしばしばインパルス状の応答が現れる。この原因の一つに出力誤差の強正実伝達関数 $W(p)$ で分子の次数が分母の次数より一次少ない場合、出力誤差を完全にゼロにするためには、制御入力にインパルス関数やインパルス関数の高次微分を付け加えなければならないが、実際はこれを省略していることがあげられる。 $W(p)$ の分子分母を同次にすれば、初期値、外乱の影響を消去するために制御入力に付加される信号は漸近的にゼロに収束する関数になる。したがって省略しても出力にインパルス状の応答は現れない。これらのことを数値例で確認するため、 $W(p)$ の分子、分母の次数差が一である場合と、同次数の場合の応答を求め、後者のほうが過渡応答を改善することを示す。

2. 問題の設定

制御対象を (1), (2) 式とする。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) + \mathbf{d}(t) \\ y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) + d_0(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$(2)$$

ここで $\mathbf{x}(t) \in R^n$, $u(t) \in R$, $y(t) \in R$, $\mathbf{d}(t) \in R^n$, $d_0(t) \in R$ で $\mathbf{x}(t)$ は状態ベクトル, $u(t)$ は制御入力, $y(t)$ は出力, $\mathbf{d}(t)$, $d_0(t)$ は区分的に時間の多項式である未知外乱とする。すなわち

$$\mathbf{d}_k(t) = \sum_{j=0}^{n_d-1} \mathbf{d}_{kj} t^j, \quad \mathbf{d}(t) = \sum_{k=1}^{N_x} \mathbf{d}_k(t) \mathbf{1}(t|t_{1k}, t_{2k}) \quad (3)$$

$$d_{0k}(t) = \sum_{j=0}^{n_d-1} d_{0kj} t^j, \quad d_0(t) = \sum_{k=1}^{N_y} d_{0k}(t) \mathbf{1}(t|t_{01k}, t_{02k}) \quad (4)$$

である。ここで

$$\mathbf{1}(t|t_1, t_2) = \begin{cases} 1 & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0 & \text{other else} \end{cases} \quad (5)$$

外乱の次数は高々 (n_d-1) 次とし、係数 $\mathbf{d}_{kj}$, d_{0kj} は未知, n_d は既知とする。 N_x , N_y は外乱の区分であり未知の有界値とする。(3), (4) 式から外乱は時間的に有界である。

$$\|\mathbf{d}(t)\| < \infty, \quad |d_0(t)| < \infty \quad (6)$$

ただし $\|\mathbf{d}(t)\| = \sqrt{\mathbf{d}^T(t)\mathbf{d}(t)}$ である。

(1), (2) 式の系は可制御, 可観測とし, $u(t)$ から $y(t)$ への伝達関数の分子は安定多項式とする。規範モデルは (7), (8) 式とする。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_m(t) = A_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{b}_m r_m(t) \\ y_m(t) = \mathbf{c}_m^T \mathbf{x}_m(t) \end{cases} \quad (7) \quad (8)$$

ここで $\mathbf{x}_m(t) \in R^{n_m}$, $r_m(t) \in R$, $y_m(t) \in R$ で $\mathbf{x}_m(t)$ はモデルの状態ベクトル, $r_m(t)$ は参照入力, $y_m(t)$ はモデルの出力である。(7), (8) 式のモデルは可制御, 可観測かつ安定であるものとする。本稿では (9) 式の誤差を安定にゼロにする MRACS の設計および過渡応答の改善について考察する。

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty) \quad (9)$$

3. 制御系の設計

制御対象, 規範モデルのラプラス変換表示は次式になる。ただし $p = d/dt$, $\mathcal{L}$ はラプラス変換, $\mathcal{L}^{-1}$ は逆ラプラス変換を表わす。

$$D(p)y(t) = bN(p)u(t) + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{N_2(p)}{p^{n_d}} \right\} \quad (10)$$

$$D_m(p)y_m(t) = N_m(p)r_m(t) + \mathcal{L}^{-1} \{ \mathbf{c}_m^T \text{adj}(Ip - A_m) \mathbf{x}_{m0} \} \quad (11)$$

ここで

$$\mathbf{c}^T (Ip - A)^{-1} \mathbf{b} = bN(p)/D(p), \quad D(p) = |Ip - A| \quad (12)$$

$$\mathbf{c}_m^T (Ip - A_m)^{-1} \mathbf{b}_m = N_m(p)/D_m(p), \quad D_m(p) = |Ip - A_m| \quad (13)$$

であり, $b > 0$, $N(p)$ はモニックな安定多項式と仮定する。

また

$$N_2(p) = \mathbf{c}^T \text{adj}(Ip - A) \mathbf{x}_0 p^{n_d} + \mathbf{c}^T \text{adj}(Ip - A) N_1(p) + D(p) N_0(p) \quad (14)$$

であり, $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{x}_{m0}$ は $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}_m(t)$ の初期値である。 $\mathbf{d}(t)$, $d_0(t)$ のラプラス変換は

$$\mathcal{L}(\mathbf{d}(t)) = N_1(p)/p^{n_d}, \quad \mathcal{L}(d_0(t)) = N_0(p)/p^{n_d} \quad (15)$$

であり,

$$N_1(p) = \sum_{k=1}^{N_x} g_{1k}(p) e^{-pt_{01k}} - \sum_{k=1}^{N_x} g_{2k}(p) e^{-pt_{02k}} \quad (16)$$

$$N_0(p) = \sum_{k=1}^{N_y} g_{01k}(p) e^{-pt_{01k}} - \sum_{k=1}^{N_y} g_{02k}(p) e^{-pt_{02k}} \quad (17)$$

$g_{1k}(p)$, $g_{2k}(p)$, $g_{01k}(p)$, $g_{02k}(p)$ は高々 (n_d-1) 次の p の多項式である。各多項式の次数は

$$\partial D(p) = n, \quad \partial N(p) = l, \quad \partial D_m(p) = n_m, \quad \partial N_m(p) = l_m \quad (18)$$

とする。

ここで $\partial(\cdot)$ は $(\cdot)$ の次数である。 $N_0(p)$, $N_1(p)$, $N_2(p)$ を p の多項式部だけに着目したときの次数は同様の記号を使えば

$$\begin{aligned}\partial N_0(p) &\leq n_d - 1, & \partial N_1(p) &\leq n_d - 1, \\ \partial N_2(p) &\leq n_d + n - 1\end{aligned}\quad (19)$$

である。外乱・初期値の影響を除去する方法はつぎのような考え方に基づく。一般に

$$D(p)y(t) = bN(p)u(t) + w(t) \quad (20)$$

において

$$p^{n_d}w(t) = 0 \quad (21)$$

であれば

$$p^{n_d}D(p)y(t) = bp^{n_d}N(p)u(t) \quad (22)$$

であるから $D(p)$, $N(p)$ を $p^{n_d}D(p)$, $p^{n_d}N(p)$ に変えれば外乱・初期値の項 $w(t)$ は不観測部分空間に入り、入出力方程式から消去される。そこで Monopoli¹⁾, Egardt²⁾ らの設計での多項式演算で、 $D(p)$ を $p^{n_d}D(p)$ に変えれば、外乱除去の要請が満たされる。ただし $p^{n_d}w(t) = 0$ を満たす $w(t)$ は一般に発散するため、本稿では外乱の有界性を仮定して、外乱を (3), (4) 式のような区分的多項式においた。この場合 $w(t)$ は厳密には $p^{n_d}w(t) = 0$ を満たさなくなる。そこで $w(t)$ を $N_2(p)/p^{n_d}$ とラプラス変換領域で扱い、出力誤差 $e(t)$ に対して漸的にゼロに収束することを示す。まず ρ 次のモニックで安定な多項式 $T(p)$ を選び、(23) 式を満たす $R(p)$, $S(p)$ を求める。 ρ は $\rho \geq 2n + n_d - n_m - l - 1$ に選ぶ。

$$T(p)D_m(p) = p^{n_d}D(p)R(p) + S(p) \quad (23)$$

(23) 式を使えば $e(t)$ は (24) 式になる。

$$\begin{aligned}e(t) &= \frac{b}{T(p)D_m(p)} \left\{ p^{n_d}R(p)N(p)u(t) + \frac{1}{b}S(p)y(t) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{b}T(p)N_m(p)r_m(t) \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{N_3(p)}{T(p)D_m(p)} \right\}\end{aligned}\quad (24)$$

ここで

$$N_3(p) = R(p)N_2(p) - T(p)c_m^T adj(Ip - A_m)x_{m0} \quad (25)$$

各多項式の次数は

$$\begin{aligned}\partial T(p) &= \rho, & \partial R(p) &= \rho + n_m - n_d - n, \\ \partial S(p) &\leq n + n_d - 1\end{aligned}\quad (26)$$

である。 $N_3(p)$ を p の多項式部だけに着目すれば、その次数は

$$\partial N_3(p) \leq \rho + n_m - 1 \quad (27)$$

である。つぎに

$$Q(p) = H(p)L(p), \quad W(p) = Q(p)/T(p)D_m(p) \quad (28)$$

$$\begin{aligned}\partial L(p) &= n - l - 1, & \partial H(p) &= \rho + l + n_m - n, \\ \partial Q(p) &= \rho + n_m - 1\end{aligned}\quad (29)$$

であり、 $L(p)$, $H(p)$ は $W(p)$ が強正実になるモニックな安定多項式に選ぶ。これを使って (24) 式を書きな

$$\begin{aligned}e(t) &= \frac{Q(p)b}{T(p)D_m(p)} \left\{ \frac{u(t)}{L(p)} \right. \\ &\quad + \frac{1}{L(p)} \cdot \frac{p^{n_d}R(p)N(p) - H(p)}{H(p)} u(t) \\ &\quad + \frac{1}{L(p)} \cdot \frac{S(p)}{bH(p)} y(t) \\ &\quad \left. - \frac{1}{L(p)} \cdot \frac{T(p)N_m(p)}{bH(p)} r_m(t) \right\} \\ &\quad + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{N_3(p)}{T(p)D_m(p)} \right\}\end{aligned}\quad (30)$$

各伝達関数がプロバである条件より、次数について次式が満たされているものとする。

$$n_m - l_m \leq n - l, \quad \rho \geq 2n + n_d - n_m - l - 1 \quad (31)$$

(30) 式を状態変数フィルタを使って表わせば (32) 式になる。

$$\begin{aligned}e(t) &= W(p)b \left\{ \frac{1}{L(p)} u(t) + \beta^T \xi(t) \right\} \\ &\quad + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{N_3(p)}{T(p)D_m(p)} \right\}\end{aligned}\quad (32)$$

ここで

$$\begin{aligned}\xi(t) &= \frac{1}{L(p)} \zeta(t), & \zeta_i(t) &= \frac{p^i}{H(p)} u(t) \\ (0 \leq i &\leq \rho + l + n_m - n - 1) \\ \zeta_{\rho+l+n_m-n}(t) &= y(t), & \zeta_{\rho+l+n_m-n+1+i}(t) &= \frac{p^i}{H(p)} y(t) \\ (0 \leq i &\leq \rho + l + n_m - n - 1)\end{aligned}$$

$$\zeta_{2(\rho+l+n_m-n)+1}(t) = \frac{T(p)N_m(p)}{H(p)} r_m(t) \quad (33)$$

である。(32) 式で $\partial[N_3(p)] < \partial[T(p)D_m(p)]$ かつ $T(p)D_m(p)$ が安定多項式であるから

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{N_3(p)p}{T(p)D_m(p)} = 0 \quad (34)$$

になる。すなわち外乱・初期値の影響は漸的にゼロに収束する。適応則、パラメータ調整則を求める方法は (32) 式に対して Monopoli, Egardt らの方法、すなわち拡張誤差法^{1), 2)} および積分・比例形パラメータ調整則³⁾ を使うことによって同様に算出され、適応則は (35) 式で与えられる。

$$u(t) = -k^T(t)\zeta(t) \quad (35)$$

ここで $k^T(t)$ は β^T の推定値である。 $e(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ の収束の証明は MKY-lemma を使うことにより示される。これらの詳細は周知の事実なので文献 1), 2),

6), 7) に準じ, 本稿での説明は省略する.

4. 過渡応答の改善

本章では過渡応答を改善するための一方法を示す.

それは, (28) 式で $W(p)=Q(p)/T(p)D_m(p)$ の分子, 分母を同次数にすることである. このようにすることで過渡応答が改善される理由について述べる. $L(p)$, $H(p)$ は

$$\partial L(p)=n-l, \quad \partial H(p)=\rho+l+n_m-n \quad (36)$$

として, $\partial Q(p)=\rho+n_m$ とすれば, $W(p)$ の分子, 分母は共に $(\rho+n_m)$ 次になる. かつ $L(p), H(p)$ は $W(p)$ が強正実になるように選ぶ. このとき (32) 式の $e(t)$ は

$$e(t)=W(p)b\left[\frac{1}{L(p)}u(t)+\beta^T\xi(t)+\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{N_3(p)}{bQ(p)}\right\}\right] \quad (37)$$

になり, 外乱・初期値の項 $N_3(p)/bQ(p)$ は p の多項式部だけに着目する限り, 厳にプロパであるから, $N_3(p)/bQ(p)$ は漸近的にゼロに収束する. $W(p)$ の分子, 分母が同次である場合, (37) 式に示すように外乱, 初期値の影響を含めて, すべての項を $W(p)$ でくくれる. それに対し, $W(p)$ の分子, 分母の次数が異なる場合, すなわち $\partial[T(p)D_m(p)]>\partial[Q(p)]$ である場合, $N_3(p)/T(p)D_m(p)$ を (37) 式に対応させ $W(p)$ でくくれば

$$\begin{aligned} \frac{N_3(p)}{T(p)D_m(p)} &= W(p)b\left\{\frac{N_3(p)}{Q(p)}\right\} \\ &= W(p)b\left\{\delta_{m0}+\sum_{k=1}^{N_k}\delta_{mk}e^{-t_{mk}p}+\frac{N'_3(p)}{Q(p)}\right\} \end{aligned} \quad (38)$$

になる. ここで $N_3(p)$ の多項式部の次数は $\partial N_3(p)\leq\rho+n_m-1$, $\partial Q(p)=\rho+n_m-1$ である. $N'_3(p)/Q(p)$ は厳にプロパな部分である. $\{t_{mk}(1\leq k\leq N_k)\}$ は (16), (17) 式での $\{t_{1k}, t_{2k}(1\leq k\leq N_x)\}$, $\{t_{01k}, t_{02k}(1\leq k\leq N_y)\}$ から生じるむだ時間である. したがって (35) 式の適応則を再考するに, 実際は

$$\varepsilon_u(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{N_3(p)}{Q(p)}\right\}, \quad \varepsilon_m(t)=L(p)\varepsilon_u(t) \quad (39)$$

として

$$u(t)=-k^T(t)\zeta(t)-\varepsilon_m(t) \quad (40)$$

とすべきである. この $\varepsilon_m(t)$ は $W(p)$ の分子, 分母が非同次の場合, インパルス関数やインパルス関数の高次微分を含む. 実際の $u(t)$ は $\varepsilon_m(t)$ を省略したものであるから, 等価的にインパルス関数を含む入力を使っていることになり, 過渡応答を悪くする. これに対し $W(p)$ の分子, 分母が同次である場合, $\varepsilon_u(t)$ が

漸近安定にゼロに収束するので, $\varepsilon_m(t)$ を省略しても過渡応答は悪くならない. 以上の理由により $W(p)$ の分子, 分母を同次数にすることが過渡応答の改善になる.

5. 数 値 例

制御対象が (41) 式, モデルが (42) 式の場合について示す. 3 章の方法, 4 章の方法による MRACS をそれぞれ設計し, 後者のほうが過渡応答を改善することを示す.

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -2 \end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{bmatrix} \\ y(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}x(t)+d_0(t) \end{cases} \quad (41)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -20 & -9 \end{bmatrix}x_m(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}r_m(t), \\ r_m(t)=\sin(0.02t) \\ y_m(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}x_m(t) \end{cases} \quad (42)$$

$n=n_m=2$, $l=l_m=0$, 制御対象の相対次数は $n-l=2$ であるから, 拡張誤差系が必要である. 外乱はステップ外乱とランプ外乱であり

$$\begin{cases} d_1(t)=0 \\ d_2(t)=0.00025(t-200) & (200\leq t\leq 280) \\ d_0(t)=-0.02 & (360\leq t\leq 440) \end{cases} \quad (43)$$

とした. $n_d=2$ である. まず 3 章の方法による設計を示す. $\partial T(p)=3$, $\partial H(p)=3$, $\partial L(p)=1$ であり, 次式のように定めた.

$$\begin{cases} T(p)=p^3+6p^2+11p+6 \\ H(p)=p^3+8p^2+20p+15.4 \\ L(p)=p+4.5 \end{cases} \quad (44)$$

このとき

$$W(p)=\frac{0.35}{p+1}+\frac{0.25}{p+2}+\frac{0.15}{p+3}+\frac{0.05}{p+4}+\frac{0.2}{p+5} \quad (45)$$

であり, $W(p)$ は強正実になる. パラメータ調整則のゲインはすべて 20 に設定した.

状態の初期値はすべてゼロである. ルンゲ・クッタ・ギル法のきざみは 0.05 秒である. $y(t), y_m(t), e(t)$ の応答は **Fig. 1** のようになる. つぎに 4 章の方法による設計を示す. $\partial T(p)=3$, $\partial H(p)=3$, $\partial L(p)=2$ であり, 次式のように定めた.

$$\begin{cases} T(p)=p^3+6p^2+11p+6 \\ H(p)=p^3+8p^2+20p+15.4 \\ L(p)=(p+4.5)(p+8) \end{cases} \quad (46)$$

このとき

$$W(p)=1+\frac{2.45}{p+1}+\frac{1.5}{p+2}+\frac{0.75}{p+3}+\frac{0.2}{p+4}+\frac{0.6}{p+5} \quad (47)$$

Fig. 1 Outputs and error responses of the model reference adaptive control system designed by chapter 3 ($\partial(Q(p))=4$, $\partial(T(p)D_m(p))=5$)

Fig. 2 Outputs and error responses of the model reference adaptive control system designed by chapter 4 ($\partial(Q(p))=5$, $\partial(T(p)D_m(p))=5$)

であり、 $W(p)$ は強正実である。調整則のゲインや初期値などシミュレーション条件は3章の方法と同一である。 $y(t)$, $y_m(t)$, $e(t)$ の応答は **Fig. 2** になる。Fig. 1 (3章の方法) と Fig. 2 (4章の方法) を比較すれば外乱の影響を除去する機能については両者共、満たしている。特に Fig. 2 のほうが優れている。過渡応答を比較すれば、Fig. 1 の50秒付近での応答の乱れは Fig. 2 で全く現れていない。この区間は外乱は入らないが、3章の方法 ($W(p)$ の分子、分母が非同次) ではパラメータ調整の過程でパラメータの同定誤差が大きく、一時閉ループの極が不安定になると考えられる。4章の方法 ($W(p)$ の分子、分母が同次) ではパラメータの同定誤差が系を不安定にするまでには至っ

ていない。これらの結果から4章の方法は系が不安定になることを回避しながらパラメータを調整する調整力が大きいと考えられる。Fig. 1 の360秒～450秒では出力外乱が入るが、Fig. 2 では改善されている。本数値例は3章の方法と4章の方法の差異が明確になるように制御対象の安定度を小さくし、Fig. 1 の応答を比較的悪くした例を扱った。制御対象の安定度が大きい場合には、Fig. 1 の50秒付近での応答の乱れは現れず、Fig. 2 のような追従性の良い結果が得られた。本数値例は4章の方法すなわち、 $W(p)$ の分子、分母を同次数にすることが過渡応答の改善になりうることの確認になった。

6. あとがき

本稿では、多項式関数の外乱が入る場合の MRACS の設計、および過渡応答の改善について考察した。多項式の次数 (n_d-1) が既知であるとき、状態変数フィルタの次数を n_d 増すことにより、外乱の影響を消去することができる。過渡応答の改善法として、強正実伝達関数 $W(p)$ の分子、分母の次数を同次数にすることである。この場合、初期値、外乱の影響による項は $W(p)$ でくくれる。かつくくった残りの項が漸近的にゼロに収束するから、制御入力でこれらの信号は省略でき、応答が改善される。数値例では相対次数が 2 でランプ関数までの外乱が入る場合についてシミュレーションを行い、本設計法の妥当性を確認した。本稿で述べた $W(p)$ の分子、分母を同次数にする方法は過渡応答改善の一つにすぎない。ほかに調整ゲインの選定や調整則そのものの改善が考えられるが、今後の研究に待たねばならない。本研究は頭山奨君（現・川崎製鉄株式会社）、宗永隆男君（現・宇宙開発事業団）の卒業研究⁹⁾を基にし、これに追加考察を行ったものであり、シミュレーションプログラムは両君に負う。本研究を進めるに当たり、示唆ある討論を賜っ

た東京大学工学部北森俊行教授および助手新誠一氏に謝意を表します。

参考文献

- 1) R. V. Monopoli: Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-19**-5, 474/484 (1974)
- 2) Bo Egardt: Stability of Adaptive Controllers, Lecture Notes in Control and Information Sciences, **20**, Springer-Verlag, 43/106 (1979)
- 3) L. Ljung: Analysis of Recursive Stochastic Algorithms, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-22**-4, 551/575 (1977)
- 4) O. A. Sebakhy and A. I. A. Salama: Adaptive Control of Linear Plants with Step Disturbances, International J. of Control, **36**-2, 235/247 (1982)
- 5) 田村, 川合: ランプ状未知外乱を伴った線形離散時間系の適応制御, 計測自動制御学会論文集, **19**-8, 614/621 (1983)
- 6) 田村, 市川: モデル規範形適応制御系の設計, 計測と制御, **20**-11, 84/92 (1981)
- 7) Y. H. Lin and K. S. Narendra: A New Error Model for Adaptive Systems, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-25**-3, 585/587 (1980)
- 8) 鈴木, 中村: MRACS における積分・比例形適応則と漸近安定性, 計測自動制御学会論文集, **17**-3, 446/448 (1981)
- 9) 頭山, 宗永: 未知外乱が入る場合のモデル規範形適応制御系, 東京大学工学部計数工学科卒業論文 (1983)