縮流を利用するオリフィス流量計の理論

芝 亀 吉*・一 瀬 正*・北 村 仁 一*

The Theory of Orifice Flowmeter by Using Vena Contracta

Kamekichi SHIBA*, Tadashi ICHINOSE* and Jin-ichi KITAMURA*

1. は し が き

差圧式オリフィス流量計の測定原理が、Bernoulliの定理に基づいて得られているのに対して、可動オリフィス流量計の測定原理は、運動法則に基づいて得られている。Bernoulliの定理は、粘性力などポテンシャルのない力が含まれているときの細い流管についての法則であり、粘性力があれば、厳密には成り立たない。

運動法則は一般的に成り立つ法則であるから、この法則を適用するときに何か仮定すると、その仮定が正しく実現していれば、その結果は正しいはずである。もしも、その仮定が正しく実現していなければ、それによる誤差が生じることはいうまでもない。

差圧式オリフィス流量計の測定原理も、適当な仮定をおいて、運動法則に基づいて誘導することができる。

2. 運動法則に基づくオリフィス流量計の測定原理

オリフィス流量計は、JIS規格のもの、すなわち鋭いエッジのオリフィスで、縮流を利用する。

Fig. 1 はその構造の概略を示す。Aは上流側の圧力取り出し口のある断面、Bは縮流の断面、Cはオリフィスの上流側の断面であり、それぞれの面積を S_A 、 S_B 、 S_C とする。

液体の流れが定常流であるとする。その流管 (Fig. 1 の acb , $a'c'b'$) の外部の液体は静止しているとする。この静止しているとする仮定は、外部の液体が完全流体であるとしていることを意味し、Bernoulliの定理を適用するときにも当然のこととして同様のことが仮定され、しかも、流管内での粘性力をも無視するが、運動法則に基づく理論では、流管内の粘性

力は無視しない。また、断面A、Bにおいて流速がそれぞれ一様であると仮定する。ただし、必要な仮定ではなく、簡単のためのものである。これも、Bernoulliの定理を適用するときには、当然のこととして仮定されている。

流管のA、B両断面の間にある液体に

「任意の物体系に及ぼされている外力の着点を同一点に移しての合力が、その物体系の運動量の増加の時間的割合 (運動量の増加の速さ) に等しい」

という形で表わされている運動法則を適用する。定常流であるから、運動量の増加の時間的割合は、単位時間当りの運動量の増加に等しい。この法則は、力と運動量との二種のベクトル量についての法則であるから、任意の方向の成分について成り立つ。ここでは、管軸方向 (流れの向きを正とする) の成分を採用する。

断面A、Bにおいて、流速がそれぞれ一様としているので、その流速はすべて管軸方向である。それで、管軸上での圧力をそれぞれ $p_{A0}=p_{B0}$ とすると、管軸を含む水平面からの高さが h の位置での圧力 p_{Ah} 、 p_{Bh}

$$p_{Ah}=p_{A0}-\rho gh \quad p_{Bh}=p_{B0}-\rho gh \quad (1)$$

である。断面A、Bはいずれも管軸との交点を中心とする円であるから、平均圧力 $\bar{p}_A$ 、 $\bar{p}_B$ はそれぞれ

$$\bar{p}_A=\bar{p}_{A0}, \quad \bar{p}_B=\bar{p}_{B0} \quad (2)$$

である。

流管外の静止している液体の圧力は静止液体の平衡条件によって知られる。 ac 、 $a'c'$ の部分では、管壁に密接している位置では断面Aと等しく、 cb 、 $c'b'$ の部分の外部の静止液体については、B面での内外の境界円周あ両側の圧力が等しいので、 ac 、 $a'c'$ 外部の圧力および cb 、 $c'b'$ の外部の圧力は、それぞれ(1)式

Fig. 1 Schematic of typical orifice flowmeter configuration

* 東洋大学工学部 川越市鯨井中野台 2100

* Faculty of Engineering, Toyo University, Kawagoe

(Received March 16, 1984)

(Revised May 23, 1984)

Keyword: flow measurement, orifice flowmeter, momentum control volume

の p_{A0} と p_{B0} とで与えられる。

流管の A, B の間に存在する液体部分に及ぼされている力（管軸方向）は；

- i) 断面 A における圧力による力； $S_A p_{A0}$,
- ii) 断面 B における圧力による力； $-S_B p_{B0}$,
- iii) 流管の側面の $ac, a'c'$ 部分が受けている圧力による力； $-(S_A - S_C) p_{A0}$,
- iv) 流管の側面の $cb, c'b'$ の部分が受けている圧力により力； $-(S_C - S_B) p_{B0}$

である。その合力は、

$$S_A p_{A0} - S_B p_{B0} - (S_A - S_C) p_{A0} - (S_C - S_B) p_{B0} \\ = S_C (p_{A0} - p_{B0}) \quad (3)$$

である。この外に流管の側面 $ac, a'c'$ および $cb, c'b'$ の部分が受ける粘性による力があるが、これを無視する。ただし、流管内の粘性は無視しない。

流管の A, B の間の液体部分の運動量の単位時間当りの増加は、単位時間当りにこの部分から流出する運動量と流入する運動量との差に等しい。単位時間当りに流出、流入する運動量 M_B, M_A はそれぞれ

$$M_B = \rho Q v_B = \rho Q^2 \frac{1}{S_B}, \quad M_A = \rho Q v_A = \rho Q^2 \frac{1}{S_A} \quad (4)$$

である。絞り比を β とし、縮流比を γ とすると、

$$\frac{S_C}{S_A} = \beta^2, \quad \frac{S_B}{S_C} = \gamma \quad (5)$$

であるから、

$$M_B - M_A = \rho Q^2 \left(\frac{1}{S_B} - \frac{1}{S_A} \right) = \frac{\rho Q^2}{S_C} \left(\frac{1}{\gamma} - \beta^2 \right) \quad (6)$$

である。したがって運動法則により、

$$S_C^2 (p_{A0} - p_{B0}) = \rho Q^2 \left(\frac{1}{\gamma} - \beta^2 \right) \quad (7)$$

すなわち、

$$Q = S_C \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{(p_{A0} - p_{B0})}{(1 - \gamma \beta^2)}} \quad (8)$$

が得られる。

上記の理論に採用している流管外の液体が静止しているという仮定は、実際には実現しないのでそれによる誤差を補正するために流量係数 α を導入して

$$Q = \alpha \cdot S_C \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{(p_{A0} - p_{B0})}{(1 - \gamma \beta^2)}} \quad (9)$$

とする。これが運動法則に基づいて得られる測定原理を表わす式である。

3. Bernoulli の定理に基づくオリフィス流量計の測定原理

上記の運動法則に基づくオリフィス流量計の測定原

理と比較するために、Bernoulli の定理に基づく、これまでの測定原理を略述する。

最初に、文献¹⁾にみられる一般に行われている理論を略述し、つぎにそれを改良した理論を述べる。

粘性の無視される液体の定常流とし、直断面 A, B での圧力を p_A, p_B として Bernoulli の定理を適用すると、

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad (10)$$

である。また、(5)式の関係があり、連続方程式により、

$$S_A v_A = S_B v_B = Q \quad (11)$$

である。 Q は体積流量である。(5), (10), (11)式により、

$$p_A - p_B = \frac{\rho}{2} (v_B^2 - v_A^2) = \frac{\rho v_B^2}{2} \left(1 - \frac{v_A^2}{v_B^2} \right) \\ = \frac{\rho v_B^2}{2} (1 - \gamma^2 \beta^4)$$

であり、

$$Q = S_B v_B = \gamma S_C v_B = \frac{S_C}{\sqrt{1 - \gamma^2 \beta^2}} \sqrt{\frac{2 \gamma^2 (p_A - p_B)}{\rho}} \quad (12)$$

である。

この理論は、流れを一本の細い流管としてそれに Bernoulli の定理を適用するので、必然的に断面 A, B での流速および圧力がそれぞれ一様であると仮定している。

A, B において圧力がそれぞれ一様であるとの仮定は正しくない。それは、管径を D とすると断面 A での最大圧力と最小圧力との差は $\rho g D$ であり、差圧 $p_A - p_B$ に対して無視されるとはいえないからである。 A, B において、流速は一様であると仮定するが、圧力が一様でなく、(1)式で表わされるとして Bernoulli の定理を適用する多少改良された理論はつぎのとおりである。

流管を n 個の細い流管の集合とみる。その i 番目の細い流管に Bernoulli の定理を適用する。この細い流管と断面 A, B との交わる位置の圧力、高さ、流速をそれぞれ、 $p_{Ai}, h_{Ai}, v_{Ai}, p_{Bi}, h_{Bi}, v_{Bi}$ とすると、

$$p_{Ai} = p_{A0} - \rho g h_{Ai}, \quad v_{Ai} = v_A; \\ p_{Bi} = p_{B0} - \rho g h_{Bi}, \quad v_{Bi} = v_B \quad (13)$$

であるから、Bernoulli の定理により、

$$p_{Ai} + \rho g h_{Ai} + \frac{1}{2} \rho v_{Ai}^2 = p_{Bi} + \rho g h_{Bi} + \frac{1}{2} \rho v_{Bi}^2$$

すなわち、

$$p_{A0} + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_{B0} + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad (14)$$

である。また、前と同様に (5), (11) 式が成り立つので、(14)式から

$$Q = S_c \sqrt{\frac{2\gamma^2(p_{A0} - p_{B0})}{\rho(1 - \gamma^2\beta^4)}} \quad (15)$$

が得られる。これが Bernoulli の定理に基づくオリフィス流量計の測定原理を表わす式である。これには、粘性が無視されているので、流量係数 α' を導入して

$$Q = \alpha' S_c \sqrt{\frac{2\gamma^2(p_{A0} - p_{B0})}{\rho(1 - \gamma^2\beta^4)}} \quad (16)$$

とすべきである。

4. 両測定原理の比較

流れを一本の流管としてそれに Bernoulli の定理を適用する旧来の理論よりは、圧力分布を考慮に入れた理論のほうが優れていることは明白であるから、圧力分布を採用した理論を Bernoulli の定理に基づく理論とする。

上の 2. と 3. とは、同一のオリフィス流量計を同一の液体が同一の定常流となって流れているのを、異った法則をもととして取り扱ったのであるから、 S_c, β および $\gamma, (p_{A0} - p_{B0})$ は両者について等しい。また、(9)式と(16)式との Q はいずれも補正された真の体積流量であるから、(9)と(16)式とが等しいので

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \sqrt{\frac{1 + \gamma\beta^2}{2\gamma}} \quad (17)$$

である。

JIS 規格のオリフィス流量計では $\beta \leq 0.8$ である。

縮流比 γ については $\gamma \leq 1$ であることは当然であるが、明確には γ の値は知られない。しかし、 γ はあまり小さくないであろう。それで、たいていの場合には $\alpha > \alpha'$ であり、 α のほうが α' よりも 1 に近い。

5. む す び

縮流を利用するオリフィス流量計の測定原理は、従来、流れを一本の細い流管とみなして、それに Bernoulli の法則を適用して誘導されている。一本の細い流管とみなすと、必然的に、いずれの直断面においても、流速および圧力が一樣であることを仮定している。水平オリフィス流量計では、直断面で圧力が一樣であるとの仮定は実現し得ないものである。

縮流タップのある直断面 A, B において流速がすべて管軸方向であれば、その直断面での圧力分布が(11)式で表わされることが証明されるので、 A, B において流速がそれぞれ一樣であることだけを仮定して測定原理を誘導することができた。しかも、その誘導は、運動法則に基づいてもよいし、Bernoulli の法則に基づいてもよい。ただし、採用する基礎法則によって、測定原理を表わす式が多少異り、運動法則を用いると(9)式であり、Bernoulli の法則を用いると(16)式である。

参 考 文 献

- 1) 工業計測技術大系編集委員会編：流量(上)，日刊工業新聞社，p. 45 (1969)