補償限界形制御器による低感度飛行制御 システムの設計[†]

高 浜 盛 雄*・木 村 剛*・田 川 遼三郎**

Low-Sensitive Flight Control System Design Using Utmost Compensator

Morio TAKAHAMA*, Takashi KIMURA* and Ryozauro TAGAWA**

In this paper, we propose a new design method of the low-sensitive flight control system that has constant gain controller and constant closed loop transfer function when aircraft dynamics changes in wide range.

This method is based on Tagawa's new design method using utmost compensator that has the following advantage: the designer can specify the transfer functions of reference to controlled variable and disturbance to controlled variable, independently.

The design procedure consists of the following steps:

(1) Define the degree of freedom of gains of the utmost compensator when the transfer function of reference to controlled variable is fixed.

(2) Assume the class of the change of controlled object dynamics and verify the validity of the assumption.

(3) Transform the change of controlled object dynamics to a equivalent disturbance, and minimize the transfer function of the disturbance to controlled variable.

Key Words: Utmost compensator, low sensitive flight control system

1. ま え が き

近年、デジタル・プロセッサの発達にともない、航空機の飛行制御システムに、制御理論が盛んに応用されるようになってきた。また、最近、田川が補償限

界形制御器による新しい設計法を提案している¹⁾。田川の方法には、目標値/制御量間の伝達関数を一定のまま、外乱/制御量間の伝達関数を、ある制約のもとで、任意に設定できるという、大きな特徴がある。

そこで、本論文では、外乱/制御量間伝達関数とフィード・バック・ループの還送比の關係に着目して、補償限界形制御器を、飛行制御システムの中でも基本となる CAS (Control Augmentation System) の設計に応用し、その有効性を明らかにする。CAS とは、飛行条件 (速度、高度) によらず、パイロットのコマンド (目標値) に対する機体の応答を、最適なものに保ち、パイロットが望む操縦特性を得るモードである。

CAS の特性に大きく影響を与え、設計上、考慮すべき要素として、つぎのものがあ

- (1) 飛行条件の違いによる動圧、空力微係数の変動
- (2) 制御対象のモデリング時の空力微係数の見積り誤差
- (3) アクチュエータの非線形性
- (4) ガスト (大気の変乱)
- (5) センサの検出ノイズ
- (6) 制御対象のモデリング時、無視した、または、把握することが困難な高域の動特性の影響

制御系を設計する上で、これらは広義の外乱として扱い、(1)~(4)を低域外乱、(5)、(6)を高域外乱として分類できる。

航空機の飛行領域は Fig. 1 に示すように広い速度と高度の範囲となっており、その範囲で動特性は大きく変化する。Fig. 1 の代表的な 2 点における操作量/制御量間伝達関数の極も Fig. 2 に示すように大きな相違がある。Ackermann は、(1)の要素に対して、一定利得の制御器を用いた Robust Flight Control System の研究を行った²⁾が、Ackermann が用いた制御器は、基本的に、状態フィード・バックの制御器で

[†] 第 13 回制御理論シンポジウムで発表 (昭 59・5)

* 三菱重工業(株)名古屋航空機製作所 名古屋市港区大江町 10

** 北海道大学工学部 札幌市北区北13条西8丁目

* Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Nagoya Aircraft Works, Nagoya

** Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo

(Received December 14, 1984)

(Revised June 3, 1985)

Fig. 1 Flight envelope

Fig. 2 Poles of controlled object

あるため、目標値／制御量間の特性変動が大きい。

本論文では、(1)の要素を外乱として制御対象のモデルに反映し、外乱／制御量間の伝達関数を、安定余裕を考慮しつつ、可能な限り、零に近づけるように補償限界形制御器を設計できることを明らかにする。また、要素(1)に対する設計法は、要素(2)～(4)に対する設計法を包含することを述べておく。

2. 低感度制御器の設計

前述のごとく、飛行条件の広範囲の変動にもかかわらず、その影響を受けにくい飛行制御シ

ステムを設計することが、重要な課題となっている。本章では、そのような飛行制御システムの設計が、制御対象の特性変動のクラスに、ある仮定を設けることで、常に可能であることを示している。

2.1 制御対象のモデリング

本論文では、航空機の縦の運動に、センサ、アクチュエータを含めて(1)、(2)式で表わす制御対象として設計を行う。飛行制御システムのブロック図をFig. 3に示す。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y^* = C^*x + q^*$$

(C^* : 単位行列) (2)

$$x = \begin{bmatrix} n_{zc} \\ \alpha_A \\ q_A \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} n_{zc}: \text{コックピットでの } G \\ \alpha_A: \text{迎角} \\ q_A: \text{ピッチ角速度} \end{array}$$

$$u = i_s: \text{スタビレータ舵角}$$

$$q^* = \begin{bmatrix} q \\ \bar{q} \end{bmatrix}: \text{外乱} \quad y^* = \begin{bmatrix} y \\ \bar{y} \end{bmatrix}: \text{出力}$$

本論文で、設計の対象とする航空機の縦系では、独立した出力の数は、状態変数の数に等しいので、 C^* は単位行列としてある。従って、出力 y^* のうち、 y は制御量 n_{zc} で、 $\bar{y}$ は制御量以外に測定できる量で、 α_A と q_A である。外乱 q^* は、制御対象の特性変動を表わすもので、出力 y^* に加算されるものとする。

2.2 目標特性の設定と仮想制御器の利得設定

補償限界形制御器を用いた場合、目標値／制御量間の目標特性 $W_d^*(s)$ はつぎのように設定できる¹⁾。

$$W_d^*(s) = W_a(s) \cdot \frac{H_{a1}^*(s, \bar{m}) \cdot C_a(s, a)}{H_{a1}^*(s, \bar{m}) \cdot C_a(s, a)} \quad (3)$$

Fig. 3 Schematic diagram of flight control system

$H_a^*(s, \bar{m})$: 制御対象の左半平面の零点から成る $\bar{m}$ 次のモニック多項式である。

$C_a(s, a)$: 任意の a 次のモニック多項式である。以下、多項式の一般的な表現として ( ) 内の s は s の多項式, $\bar{s}$ は s のモニック多項式, 2 番目の変数は次数を表わす。

u - y 間伝達関数を次式で表わす。

$$G_{uy}(s) = \frac{N_{uy}(s, m_{uy})}{D_p(\bar{s}, n)} \quad (4)$$

$N_{uy}(s, m_{uy})$: m_{uy} 次の多項式

$D_p(\bar{s}, n)$: n 次のモニック多項式

$W_a(s)$ は次式で表わされ, つぎの 4 つの条件を満足するものである¹⁾。

$$W_a(s) = \frac{H_a(s, \eta_a)}{F_a(\bar{s}, \sigma_a)} \quad (5)$$

(1) 定常条件

$$\lim_{s \rightarrow 0} [F_a(\bar{s}, \sigma_a) - H_a(s, \eta_a)] = 0$$

(2) 安定条件

$F_a(s, \sigma_a)$ は左半平面内の極のみ有する。

(3) 連結条件

$H_a(s, \eta_a)$ は $N_{uy}(s, m_{uy})$ の零点のうち右半平面のものを有する。

(4) 次数条件

$$\sigma_a - \eta_a \geq n - m_{uy} \quad (\sigma_a + \bar{m} = n + 1)$$

$C_a(s, a)$ は閉ループの極の一部となり, r - y 間伝達関数には見かけ上現われず, q - y 間伝達関数にのみ現われ, カット・オフ周波数を決めるものであるから, 外乱を抑制する周波数帯域の上限に対応して設定する。 $W_a^*(s)$ を設定すると, 次式で示される仮想制御器と(1), (2)式の制御対象を結合した閉ループ系の r - y 間伝達関数と $W_a^*(s)$ が一致する様 Exact Model Matching と同様の手法で利得 K_1, K_2, K_3, K_4 を決定する¹⁾。

$$[-K_3, 1]S_a u = K_2 x + K_4 S_a r + K_5 S_a^2 q^* + K_1 \cdot \frac{1}{s}(r-y) \quad (6)$$

$$S_a \triangleq [1, s, s^2, \dots, s^a]^T$$

$$S_a^2 \triangleq [I_n, sI_n, \dots, s^a I_n]^T$$

K_1 : 1×1 利得行列 K_4 : $1 \times (a+1)$ 利得行列

K_2 : $1 \times n$ 利得行列 K_5 : $n \times (a+1)$ 利得行列

K_3 : $1 \times a$ 利得行列

2.3 低感度設計

実現可能な形の補償限界形制御器を Fig. 4 に示す。

Fig. 4 は Fig. 5 の様書き直すことができる。Fig. 5

Fig. 4 Block diagram of realizable utmost compensator

Fig. 5 Block diagram of utmost compensator by transfer function description

の $R(s)$, $P(s)$, $Y(s)$, $\bar{Y}(s)$ と仮想制御器の利得 K_1 , K_2 , K_3 , K_4 はつぎのように対応する¹⁾。ただし、外乱の数は、1外乱から n 外乱に拡張してある。 l_0^* は任意に選べるので $l_0^* \equiv 0$ とする。

$$R(s) = O_0^* s^{a+1} + \dots + O_a^* s + n_1 \quad (7)$$

$$P(s) = s(s^a - l_1^* s^{a-1} - \dots - l_a^*) \quad (8)$$

$$[Y(s), \bar{Y}(s)] = M_0 s^{a+1} + \dots + M_a s + [-n_1, 0, \dots, 0] \quad (9)$$

$$n_1 = K_1 \quad (10)$$

$$[O_a^*, O_{a-1}^*, \dots, O_0^*] = K_4 \quad (11)$$

$$[l_a^*, l_{a-1}^*, \dots, l_0^*] = K_2^* + K_3^* \quad (12)$$

$$[M_a, M_{a-1}, \dots, M_0] = \bar{K}_2 \quad (13)$$

$$K_3^* = [K_3, 0] \quad (14)$$

(12), (13)式の K_3^* と $\bar{K}_2$ は, K_1 , K_2 , K_3 , K_4 が決まっても一意に決まらず, 下式に示すように利得 K_3^* の分だけ自由度がある。

$$\left. \begin{aligned} K_3^* &= -K_2 \bar{D}^{-1} \bar{R}_1 - K_3^* (\bar{R}_1 - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{R}_1) \\ \bar{K}_2 &= K_2 \bar{D}^{-1} \bar{I}_A - K_3^* (\bar{I}_A - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{I}_A) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

利得 K_3^* は $1 \times na$ 行列であり, すべて任意に指定できる。又, K_3^* は K_5 と次式のように対応する。

$$K_5 = K_2 \cdot \bar{D}^{-1} \bar{I}_A + K_3^* (\bar{I}_A - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{I}_A) \quad (16)$$

上式の K_2 と K_3^* の係数行列は, すべて(1), (2)式の制御対象の A , B , C^* 行列から次のように求めることができる。

$$D = \begin{bmatrix} I_n \\ A \\ \vdots \\ A^a \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\bar{D} = I_n \quad (18)$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & B & & \\ & AB & \ddots & \\ & A^{a-1}B & \dots & AB & B & 0 \end{bmatrix}$$

$$(n(a+1) \times (a+1) \text{ 行列}) \quad (19)$$

$$\bar{R}_1 = [0, \dots, 0] \quad (n \times (a+1) \text{ 行列}) \quad (20)$$

$$I_A = I_{n(a+1)} \quad (n(a+1) \text{ 次単位行列}) \quad (21)$$

$$I_A = [\bar{I}_n, 0, \dots, 0] \quad (n \times n(a+1) \text{ 行列}) \quad (22)$$

$\bar{D}$, $\bar{R}_1$, $\bar{I}_A$ はそれぞれ D , R_1 , I_A の第 n 行までの成分を抜き出したものである。

(16)式の $(\bar{I}_A - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{I}_A)$ は $(I_A - \bar{D} \bar{D}^{-1} I_A)$ の独立な行から成る行列であり, K_3^* の列の数は, この独立な行の数に等しい。

$$I_A - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{I}_A = \begin{bmatrix} 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & I_n & \vdots \\ -A & \vdots & \vdots \\ -A^2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \vdots \\ -A^a & \vdots & I_n \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$(\bar{I}_A - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{I}_A) = \begin{bmatrix} -A & I_n & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -A^2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \vdots \\ -A^a & 0 & I_n \end{bmatrix} \quad (24)$$

(15)式の $(\bar{R}_1 - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{R}_1)$ は $(R_1 - \bar{D} \bar{D}^{-1} R_1)$ から (23)式の独立な行に対応する行を抜き出したもので, 次式のように表わされる。

$$(\bar{R}_1 - \bar{D} \bar{D}^{-1} \bar{R}_1) = \begin{bmatrix} B & & 0 \\ AB & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{a-1}B & \dots & AB & B & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここで簡単化のため, つぎの正則行列により K_3^* を変換する。

$$K_3^* = \hat{K}_3^* \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ -A & I_n \\ 0 & -A & I_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

(12)~(16), (18), (20), (22), (24)~(26)式からつぎの結果を得る。

$$[l_a^*, l_{a-1}^*, \dots, l_1^*] = K_3 - \hat{K}_3^* \begin{bmatrix} B & & 0 \\ & B & \\ 0 & \ddots & B \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$l_0^* = 0 \quad (28)$$

$$[M_a, M_{a-1}, \dots, M_0] = [K_1, 0, \dots, 0] + \hat{K}_3^* \begin{bmatrix} -A & I_n & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -A & I_n \end{bmatrix} \quad (29)$$

以上の結果から, つぎのことが言える。すなわち, $W^*(s)$ 一定のままで, $\hat{K}_3^*$ の自由度で, $P(s)$, $Y^*(s)$ を任意に変えることができる。これにより, q^*-y 間伝達関数を $r-y$ 間伝達関数と独立に変えることができる。

そこで, 制御対象の特性変動の制御量への影響と q^*-y 間伝達関数の関係を明らかにして, 低感度設計の目的を達成するための $\hat{K}_3^*$ の決定方法を示す。

制御対象の特性変動とそれに対応する出力の変動を次式のように表わす。

$$\mathbf{G}_{uy}^*(s) \longrightarrow \tilde{\mathbf{G}}_{uy}^*(s) \triangleq \mathbf{G}_{uy}^*(s) + \Delta \mathbf{G}_{uy}^*(s) \quad (30)$$

$$\mathbf{y}^* \longrightarrow \tilde{\mathbf{y}}^* \triangleq \mathbf{y}^* + \Delta \mathbf{y}^* \quad (31)$$

以下、 $[\sim]$ は、ノミナル状態の伝達関数または変数に対する特性変動後の伝達関数または変数を表わすものとする。

Fig. 5 から特性変動が無いノミナル状態で、次式が成立する。

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{G}_{uy}^*(s) \mathbf{P}(s)^{-1} [\mathbf{Y}^*(s) \mathbf{y}^* + \mathbf{v}] \quad (32)$$

(30), (31) 式の特性変動に対し、次式が成立する。

$$\mathbf{y}^* + \Delta \mathbf{y}^* = [\mathbf{G}_{uy}^*(s) + \Delta \mathbf{G}_{uy}^*(s)] \mathbf{P}(s)^{-1} \cdot [\mathbf{Y}^*(s)(\mathbf{y}^* + \Delta \mathbf{y}^*) + \mathbf{v}] \quad (33)$$

(32), (33) 式から次式を得る。

$$\Delta \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) \Delta \mathbf{G}_{uy}^*(s) \mathbf{G}_{uy}(s)^{-1} \mathbf{y} \quad (34)$$

$\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s)$ は特性変動時の閉ループの $\mathbf{q}^*$ - $\mathbf{y}$ 間伝達関数であり、Fig. 5 の $\mathbf{v}$ - $\mathbf{y}$ 間伝達関数 $\tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s)$ とつぎのように対応づけられる。

$$\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) = 1 + \tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s) \mathbf{Y}(s) \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) = \tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s) \tilde{\mathbf{Y}}(s) \quad (37)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s) = \tilde{\mathbf{W}}_{vy}^*(s) \mathbf{R}(s)^{-1} \quad (38)$$

また、操作量 $\mathbf{v}$ における還送比 $G(s)$ は次式のとおりである。

$$\begin{aligned} G(s) &= -\mathbf{P}(s)^{-1} \mathbf{Y}^*(s) \mathbf{G}_{uy}^*(s) \\ &= \mathbf{P}(s)^{-1} \mathbf{W}_{vy}(s)^{-1} \mathbf{G}_{uy}(s) - 1 \quad (\text{ノミナル}) \quad (39) \\ \tilde{G}(s) &= -\mathbf{P}(s)^{-1} \mathbf{Y}^*(s) \tilde{\mathbf{G}}_{uy}^*(s) \\ &= \mathbf{P}(s)^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s)^{-1} \tilde{\mathbf{G}}_{uy}(s) - 1 \quad (\text{特性変動時}) \quad (40) \end{aligned}$$

(34) 式からわかるように、制御対象の特性変動 $\Delta \mathbf{G}_{uy}^*(s)$ に対して、 $\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) \equiv 0$ とすれば、特性変動の影響を完全になくすることができるが常にそうできるという保証はない。そこで、制御対象の特性変動のクラスを仮定し、目標特性のバンド幅の範囲内で、近似的に $\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) \approx 0$ とする方法を明らかにする。

制御対象の特性変動のクラスをつぎのように仮定する。

$$\tilde{\mathbf{G}}_{uy}^*(s) = \alpha \mathbf{L}(s) \mathbf{G}_{uy}^*(s) \quad (41)$$

α : 正の実数

$$\mathbf{L}(s) \triangleq \text{diag}[l_1(s), l_2(s), \dots, l_n(s)] \quad (42)$$

$l_i(s)$: ($i=1, 2, \dots, n$): 分母、分子同次数のモノック多項式で、 $l_i(j\omega) \approx 1$ ($\omega \geq \omega_0$: ω_0 は有界)

航空機を制御対象とする場合、上記の仮定は十分満足される。(30), (34), (41) 式から次式を得る。

$$\Delta \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) [\alpha \mathbf{L}(s) - \mathbf{I}_n] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{G}_{uy}(s) \mathbf{G}_{uy}(s)^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{y} \quad (43)$$

$\omega \geq \omega_0$ で $\mathbf{L}(s) = \mathbf{I}_n$ であるから (43) 式はつぎのようになる。

$$\Delta \mathbf{y} = (\alpha - 1) (\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) + \tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) \mathbf{G}_{uy}(s) \mathbf{G}_{uy}(s)^{-1})$$

$$(\omega \geq \omega_0) \quad (44)$$

制御量 $\mathbf{y}$ の周波数成分は目標特性 $W_e(s)$ のバンド幅 ω_e に制限される。また、 $\omega_e \geq \omega_r$ と仮定する。この時、

$$|\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(j\omega)| \ll 1 \quad (\omega \leq \omega_e) \quad (45)$$

$$|\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(j\omega)| \ll 1 \quad (46)$$

となる様、 $\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s)$ を設定すれば、制御対象の特性変動を十分抑制できる。ただし、安定性の問題があるため、還送比と $\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s)$ の関係を明らかにしておく。

Fig. 4 から $\tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s)$ は次式で与えられる。

$$\tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s) = \tilde{\mathbf{G}}_{uy}(s) [1 + \hat{\mathbf{G}}(s)]^{-1} \mathbf{P}(s)^{-1} \quad (47)$$

(47) 式を (36) 式に代入して次式を得る。

$$\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) = [1 + \hat{\mathbf{G}}(s)]^{-1} [1 - \mathbf{P}(s)^{-1} \tilde{\mathbf{Y}}(s) \tilde{\mathbf{G}}_{uy}(s)] \quad (48)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) = \tilde{\mathbf{W}}_{vy}(s) \tilde{\mathbf{Y}}(s) \quad (49)$$

また、低感度設計により、 $\omega \leq \omega_e$ で $W_e^*(s)$ の変動は十分小さいので次式が成立する。

$$\tilde{W}_e^*(s) \approx W_e^*(s) \quad (50)$$

(50), (36) ~ (41) 式から次式を得る。 ($\omega \leq \omega_e$)

$$\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) = \mathbf{W}_{qv}(s) = 1 + \mathbf{W}_{vy}(s) \mathbf{Y}(s) \quad (51)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{qv}(s) = \mathbf{W}_{qv}(s) = \mathbf{W}_{vy}(s) \tilde{\mathbf{Y}}(s) \quad (52)$$

$$\tilde{\mathbf{G}}(s) = \alpha l_1(s) [G(s) + 1] - 1 \quad (53)$$

$\omega \geq \omega_0$ では、(40), (41) 式から次式が成立する。

$$\tilde{\mathbf{G}}(s) = \alpha G(s) \quad (\omega \geq \omega_0, \omega_0 \leq \omega_e) \quad (54)$$

以上の結果からつぎのことが言える。すなわち、(45), (46) 式を実現することは、還送比 $G(j\omega)$ を $\omega \leq \omega_e$ で十分大きくし、同時に、

$$|\mathbf{W}_{vy}(j\omega)| \cdot |\tilde{\mathbf{Y}}(j\omega)| \ll 1 \quad (55)$$

とすることと等価である。この時、(53) 式から明らかのように、 $\omega \leq \omega_e$ における安定性は、特性変動後も十分保存される。従って、 $\omega \geq \omega_0$ における安定性を (54) 式により、考察する。特性変動後も十分な安定余裕を保つためには、 $\omega \geq \omega_0$ において、 $\alpha G(j\omega)$ のベクトル軌跡が $(-1, 0j)$ に対して十分な安定余裕を有するように、 $G(s)$ を設定する必要がある。言いかえると、 $G(j\omega)$ のベクトル軌跡が $(-1/\alpha, 0j)$ に対して、制御対象の特性変動にともなう α の変化の範囲で、常に十分な安定余裕を有するようにすることと等価である。従って、Fig. 7 に示すように $(-1, 0j)$ のかわりに $(-1/\alpha, 0j)$, ($\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$) の軌跡を用いたナイキスト線図により、安定余裕をチェックすればよい。

3. 設計例

典型的な小型航空機を設計対象として、Fig. 1 の高速ポイントをノミナルの状態として設計を行った。高速ポイントにおける (1), (2) 式の $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ 行列の値は

Fig. 6 Bode diagram of $L_1(s)$ Fig. 7 Nyquist diagram of $G(s)$

つぎのとおりである。

$$A = \begin{bmatrix} 9.678 & -7.397 & -1.007 \\ 0.908 & -2.054 & 0.8625 \\ 137.68 & -100.97 & -23.18 \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$B = \begin{bmatrix} -3.6123 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

上記の A , B の値により, u - y 間伝達関数 $G_{uy}(s)$ を求めるとつぎのとおりである。

$$G_{uy}(s) = \frac{-3.6126(s^2 + 25.23s + 134.7)}{(s^3 + 15.56s^2 + 35.81s - 77.61)} \quad (58)$$

$G_{uy}(s)$ の分母, 分子の相対次数は 1 であり, 零点はすべて左半平面内に存在するので, (3) 式の目標特性はつぎのように設定できる。

$$W_a^*(s) = \frac{(s^2 + 25.23s + 134.7)}{(0.018s^2 + 0.25s + 1)(s^2 + 25.23s + 134.7)} \cdot \frac{C_a(s, a)}{C_a(s, a)} \quad (59)$$

$C_a(s, a)$ の次数 a は, 制御器の次数に対応して任意に指定できるので, $a = 0, 1, 2$ の 3 ケースについて, それぞれつぎのように設計する。

$$|W_a^*(j \times 2\pi \times 3)| = 0.14 \quad (60)$$

であるから, $W_a^*(s)$ のバンド幅は約 3 Hz とする。

$$\omega_c = 2\pi \times 3 \quad (61)$$

$W_{vy}(s)$ のカットオフ周波数を約 2 Hz として, $C_a(s, a)$ をつぎのように設定する。

$$C_a(s, a) = \begin{cases} 1 & a=0 \\ s+2\pi \times 7 & a=1 \\ 1(s+2\pi \times 7)^2 & a=2 \end{cases} \quad (62)$$

以上の設定により, 仮想制御器の利得

K_1, K_2, K_3, K_4 が決まり, (7), (10), (11) 式により $R(s)$ が求められる。つぎに (27), (29) 式の $\hat{R}^*$ を決めるわけであるが, そのまゝに (41) 式で仮定した特性変動のクラスの妥当性を確認する。

Fig. 1 の高速ポイントがノミナルであるから, 低速ポイントの u - y 間伝達関数を $\hat{G}_{uy}(s)$ として, $\alpha, L(s)$ を求める。結果の代表例として $L_1(s)$ のボード線図を Fig. 6 に示す。Fig. 6 から, 仮定した特性変動のクラス

は妥当であり (42) 式の ω_0 はつぎのとおりである。

$$\omega_0 = 2\pi \times 1 < \omega_c \quad (63)$$

(8), (27), (39) 式により, ナイキスト線図を作画して

$$|G(j\omega)| \gg 1 \quad (\omega \leq \omega_c) \quad (64)$$

かつ, $G(j\omega)$ が $(-1/\alpha, 0j) (0.1607 \leq \alpha \leq 1)$ に対して十分な安定余裕を有するように $\hat{R}^*$ を調整して $P(s)$ を決めて, (27) 式から明らかに $P(s)$ を決定しても, $\hat{R}^*$ はすべて決まらないので, 残りの $\hat{R}^*$ の自由度を用いて, (9), (29) 式により,

$$|W_{vy}(j\omega)| \cdot |\mathbf{Y}(j\omega)| \leq 1 \quad (65)$$

となるように $\mathbf{Y}(s)$ を決める。設計の結果得られたナイキスト線図を Fig. 7, $W_{vy}(s)$ と $P(s)^{-1}\mathbf{Y}(s)$ のゲイン線図を Fig. 8, Fig. 9, 制御器の利得を Table 1 に示す。

Table 1 の利得の制御器で, 高速ポイントの制御対象を制御した場合 (ノミナル特性) と, 制御器の利得

Fig. 8 Gain diagram of $w_{gy}(s)$ Fig. 9 Gain diagram of $p(s)^{-1} q(s)$

Fig. 10 Simulation results (step response to 1G command)

はそのままで、制御対象を低速ポイントにした場合のシミュレーション結果を Fig. 10 に示す。シミュレーション結果は、目標値（パイロット・コマンド）1 G 入力に対する制御量と操作量のステップ応答である。

制御量に関しては、点線が $W_a(s)$ の応答で、実線が機体の応答である。この両者の絶対値誤差の積分値、IAE (Integral of Absolute Error: G-sec) を制御性能の定量的評価の目安とした。

Fig. 10(a) に示すとおり、ノミナルではどの制御器の制御性能も良好である。ところが、Fig. 10(b) に示すように、制御対象が低速ポイントの状態になると、制御器により差が現われる。I 型 0 次の制御器では大きなオーバー・シュートが見られるが、制御器の次数の増加に比例して性能が良くなり、I 型 2 次ではノミナル特性と変わらない応答を示している。これは Fig. 8 の $W_{gy}(s)$ のゲイン線図で示すように、低域で

Table 1 Controller gains

CONTROLLER ID		UC-10	UC-11	UC-12
SYSTEM TYPE		1	1	1
ORDER OF COMPENSATOR		0	1	2
GAIN	n^*	-15.2259	-669.67	-24953.62
	l^*_0	0.0	0.0	0.0
	l^*_1	—	-3.7081	-11.1242
	l^*_2	—	—	-27.5
	o^*_0	0.0	0.0	0.0
	o^*_1	—	-15.2259	-15.2259
	o^*_2	—	—	-1339.34
	m_{00}	6.4165	17.5658	27.6886
	m_{01}	-2.0477	-2.0477	-2.0477
	m_{02}	-0.2788	-0.2788	-0.2788
	m_{10}	—	189.533	901.683
	m_{11}	—	-7.595	-22.7821
	m_{12}	—	-1.033	-3.1001
	m_{20}	—	—	8642.482
	m_{21}	—	—	-56.4005
	m_{22}	—	—	-7.6292

大きくゲインを落としているので、外乱として扱った制御対象の特性変動が制御量に伝達されないためである。また、Fig. 7 のナイキスト線図からわかるように安定余裕も十分ある。

4. あとがき

2 章で述べた設計法により、まえがきで示した低域

外乱 (1) ~ (4) を十分抑制できることが可能であることを示した。また、制御対象の特性変動のクラスが本論文の仮定を満足するものであれば、航空機に限らず、本設計法が有効であるものと思われる。

高域外乱については、目標特性のバンド幅の範囲で還送比を十分大きくするという方法ではなく、逆に、還送比を十分小さくする方法を考える必要がある。この場合、還送比は、低域での大きな利得から、高域での小さな利得へと、位相遅れをとめないながら変化するので、位相余裕の確保が課題である。

低域外乱と高域外乱を同時に対象とする設計法、すなわち、低感度性とロバスト安定性を両立させる設計法については今後の研究で明らかにする予定である。

参 考 文 献

- 1) R. Tagawa: On the Compensation in Linear Feedback Control Systems (Transfer Function Attainable by Realizable Linear Compensation), the IFAC World Congress Preprints, III, Session 15 (1981)
- 2) J. Ackermann: Robust Flight Control System Design, the IFAC World Congress Preprints, VIII, Session 39 (1981)
- 3) 木村, 高浜, 田川: 補償限界形制御器による低感度飛行制御システムの設計, 第 13 回制御理論シンポジウム資料, 25/28 (1984)
- 4) 高浜盛雄: 飛行制御システムの設計における制御理論の応用について, 計測と制御, 22-7, 61/64 (1983)