独立性の尺度に基づく確率環境システムの 一パラメータ推定法[†]

太田 光雄*・内野 英治**・畠山 一達*

An Parameter Estimation Method for Stochastic Environmental
System Based on the Measure of Statistical Independency

Mitsuo OHTA*, Eiji UCHINO** and Kazutatsu HATAKEYAMA*

In this paper, a new trial on the parameter estimation for stochastic environmental systems has been proposed. The measure of statistical independency between an input signal and an intruded observation noise is newly adopted as the error evaluation measure for this parameter estimation. This measure can evaluate not only the neighbourhood of mean value (such as, related to the well-known least-square-error criterion), but also the end of level distribution form of random phenomenon (such as, used very often as one of actual environmental standards in the field of environmental noise evaluation). Concretely, the joint probability density function, $P(x, v)$, for an input signal, x , and an observation noise, v , is positively expressed in some series expansion form to grasp the statistical independency hierarchically. Then, after naturally defining the deviation from independency by $\varepsilon(x, v) \triangleq P(x, v) - P(x)P(v)$, several types of new estimation methods have been derived according to how to evaluate and then decrease this deviation. The validity and effectiveness of these proposed methods have been experimentally confirmed by applying them to the actual estimation problem for the sound insulation parameters in an acoustic field.

Key Words: parameter estimation, stochastic environmental system, statistical independency, probability density function

1. ま え が き

確率システムに関する従来の推定理論^{1), 2)}をそのまま実現象に適用しようとするとき、方法論の多くは、研究の当初から線形・ガウス・白色・定常などの単純理想化したモデルを導入して、推定の誤差評価規範としてもたとえば最小自乗法の例に見られるごとく、操作寄りでどちらかと言えば現象の平均的姿を重視するといった、いわゆる方法論寄りの解析姿勢を採る場合が時に多かったといえる。すなわち、数学的操作性に重点をおくあまり、その人為性に起因して、現実の実現象がもつ複雑多様さへの方法論的整合性や、特に目的指向型の研究姿勢に欠ける側面が多かったとも言える。しかし、一般に任意非ガウス型分布特性を示す外来雑音の混入下で、実確率環境システムの未知パラメータを推定しようとする場合には、その方法論的側面に焦点をおくとしても、たとえば、現用の環境基準や人間反応との対応から、変動分布の端：(100-x)パーセンタイル L_x (たとえば、公害騒音・振動分野における L_5 , L_{10} , L_{80} , L_{95} レベルや大気汚染における L_2 濃度など) をも平均値付近と同様に重視して推定しなければならないことが多い。かくて、平均・分散など低次モーメント情報を重視する通常の評価法のみではすまされず、ゆらぎ分布情報全体に足場を置いた評価と対策方法を確立せねばならない。

以上の実際の背景を考慮し、本論文では、任意変動分布型の独立な外来雑音の混入により汚された実確率環境システムのパラメータ推定問題において、特にその新たな一方法論の設立に考究の焦点をおき、実現象がもつ変動特性の多様さと人間反応の非面一性やその定量評価の困難さに少しでも整合を計る線上での一手法を提案する。すなわち、安定情報としてあらかじめ得やすい外来雑音と入力変動に関する統計的先験情

[†] 第15回確率システムシンポジウム(昭53・10)および第26回自動制御連合講演会(昭58・11)で発表

* 広島大学工学部 東広島市西条町大字下見

** 九州工業大学 北九州市戸畑区仙水町 1-1

* Faculty of Engineering, Hiroshima University, Higashi-Hiroshima

** Kyushu Institute of Technology, Kita-kyushu
(Received January 13, 1984)

(Revised September 17, 1984)

報をば基礎にして、線形・非線形の各種相関情報を階層的に反映した級数展開型の結合確率分布表現を導入し、入力変動と外来雑音間の統計的独立性に基づく推定誤差の評価尺度を新たにまず導入する。具体的には、両者の統計情報として第一義的に重要なものは、ゆらぎ形態の多様さよりも、まずその存在のあり方に直接結びつく、互いの統計的独立性であり、この基幹情報にこそ研究の基盤をおき、この独立性の度合を少しでも階層的に深く捉えようとしたものである。したがって、この独立性からのずれの尺度こそ、あれこれの操作的誤差評価基準を導入する以前に、まず配慮せねばならぬ誤差評価の客観的基本情報だと考えるのである。特に、独立性からのずれの誤差をいかにきめ細かく評価し、どの程度精密に減少させようとするかによりシステム・パラメータの推定精度も異なってくる。しかも、その定量的尺度をいかに選定するかによって、目的指向型に、いくつかの異なった新たな推定アルゴリズムが提案できる。

最後に、本手法のもつ実際の有効性の一端をも検証するため、室内音響における一重壁遮音システムを採り上げ、外来雑音の混入下における透過損失の具体的推定も行っている。

2. 問題の設定

対象とする実確率環境システムは、以降、次式のような多入力多出力の非線形系として一般的に示しておく：

$$y = F(x, v, a) \quad (1)$$

ただし、 $y \in R^L$ (出力レベル観測値)、 $x \in R^K$ (入力変動)、 $v \in R^L$ (任意非ガウス型外来雑音)、 $a \in R^N$ (未知パラメータ) であり、 $F(\cdot)$ は予め既知な非線形ベクトル値関数である。ここで、 x, v 間には互いに情報の重複がなく統計的に独立で、共にその統計量は既知とし、 x と y のレベル観測データ系列 $\{x_i, y_i\}$ に基づき、パラメータ a を逐次推定してゆくものとする。

本論文では、パラメータ a の推定に際して、上述したように、公知の最小自乗型評価規範など操作的価値観から解析を出発させるのではなく、 x と v 間における統計的独立性の客観的姿にまず推定の足場をおき、個々の実現現象がもつ多様なゆらぎ分布全体の情報をも加味して、これらをできるだけ正確に反映させることこそ、人為的あれこれの工夫以前に従うべき客観的な基本性質だとする。したがって、具体的には、 x と v 間における通常の線形相関はもちろん各種の非線形相関情報をもすべて反映した、結合確率分布の級数展開型陽表現から解析を進める。

3. 直交展開型分布表現からの独立性の尺度とパラメータ推定法

3.1 一般理論

x, v 間における統計的独立性の尺度は、独立性からのずれの姿を深く調査してこそ浮きぼりになるのであり、今この姿を階層的な立体構造の形態で反映させるため、まず、個々の変量が独立な場合の基準の分布を設定する。この基準分布の設定法には、客観的な現象面のみを優先して、 x, v 個々の周辺分布 $P(x), P(v)$ を採用するか、主体的な解析の操作面を優先して $P(x), P(v)$ の近似ではあるが、統計学的に関連知識をすでに多くもつ公知の標準分布 $P_0(x), P_0(v)$ (例：正負変動域をもつガウス分布、非負変動域のみをもつガンマ分布など) を採用するか、などいくつか考えられるが、本論文では後者の立場をとった。すなわち、この標準分布 $P_0(x), P_0(v)$ を用い、互いに線形・非線形の各種相関をもつ結合確率分布の一般表示 $P(x, v)$ を直交級数に展開して、独立性からのずれの姿を階層的に表わす：

$$P(x, v) = P_0(x)P_0(v) \sum_{n_x=0}^{\infty} \sum_{n_v=0}^{\infty} A_{n_x n_v} \phi_{n_x}(x) \varphi_{n_v}(v), \quad (2)$$

$$A_{n_x n_v} \triangleq \iint \phi_{n_x}(x) \varphi_{n_v}(v) P(x, v) dx dv = \langle \phi_{n_x}(x) \varphi_{n_v}(v) \rangle \quad (3)$$

ただし、 $n_x = [n_{x1}, n_{x2}, \dots, n_{xK}]$, $n_v = [n_{v1}, n_{v2}, \dots, n_{vL}]$, $0 = [0, 0, \dots, 0]$, $\infty = [\infty, \infty, \dots, \infty]$ である。厳密には $\sum_{n_x=0}^{\infty}$ などとは $\sum_{n_{x1}=0}^{\infty} \sum_{n_{x2}=0}^{\infty} \dots \sum_{n_{xK}=0}^{\infty}$ で表示すべきであるが、記号簡略化のため上記のように略記した。ここで、 $\phi_{n_x}(x)$, $\varphi_{n_v}(v)$ はつぎの直交条件を満たす多変量正規直交多項式である：

$$\int \phi_{n_x}(x) \phi_{m_x}(x) P_0(x) dx = \delta_{n_x m_x} \quad (4)$$

$$\int \varphi_{n_v}(v) \varphi_{m_v}(v) P_0(v) dv = \delta_{n_v m_v} \quad (5)$$

(2) 式の初項は変量 x, v 個々の標準分布の積である。したがって、 $n_x, n_v (\neq 0)$ の各展開係数 $A_{n_x n_v}$ の内には、 x, v 間の線形・非線形の各相関情報が階層的に反映されている。さて、(2) 式をもとにすれば、任意分布形状を示す x, v 個々の周辺分布表現が次式のごとく与えられる：

$$P(x) = P_0(x) \sum_{n_x=0}^{\infty} A_{n_x 0} \phi_{n_x}(x), \quad (6)$$

$$P(v) = P_0(v) \sum_{n_v=0}^{\infty} A_{0 n_v} \varphi_{n_v}(v) \quad (7)$$

ここで、たとえば、 x, v が正負両域に変動するとし

て $P_0(x)$ に多次元ガウス分布を採用する場合、(4)式を充す直交多項式 $\phi_{n_x}(x)$ は多変量エルミート多項式³⁾として直ちに具体化され、(6)式は一変量の場合、グラム・シャリエA型級数展開の分布表現⁴⁾となる。また、 x, v が非負域内でのみ変動するとして $P_0(x)$ にガンマ分布の積を採用する場合には、 $\phi_{n_x}(x)$ はラゲール多項式の積となり、(6)式は任意分布を示す非負現象に統一的に適用可能な、統計的ラゲール級数展開表現⁵⁾となる。さて、入力 x と外来雑音 v との独立性からのずれば、自然に、 $\varepsilon(x, v) \triangleq P(x, v) - P(x)P(v)$ で定義されるから、(2), (6), (7)式より直ちに次式を得る：

$$\varepsilon(x, v) = P_0(x)P_0(v) \sum_{n_x \neq 0} \sum_{n_v \neq 0} \{A_{n_x n_v} - A_{n_x 0} A_{0 n_v}\} \phi_{n_x}(x) \phi_{n_v}(v) \quad (8)$$

すなわち、もともと互いに統計的に独立な入力と外来雑音に対しては、 $\varepsilon(x, v) \equiv 0$ であるべきであり、(8)式にパラメータ推定の式誤差 $v = G(x, y, a)$ を代入することにより、未知パラメータをこの客観的価値基準にしたがって推定することが可能となる。具体的なパラメータ推定のアルゴリズムとしては、階層的表現をもつこの独立性の客観的な尺度をば、工学的要求と整合させて我々がいかに利用するかにより、以下に示す種々の方法が考えられる。

(1) 部分的評価法

(8)式の階層表現 $\varepsilon(x, v) = 0$ が恒等的に成立するためには、全ての $n_x > 0, n_v > 0$ に対して $A_{n_x n_v} - A_{n_x 0} \cdot A_{0 n_v} = 0$ でなければならない(システムが線形で、 x, v がガウス性の場合には、直交射影の定理 ($A_{11} = 0$) を通して、公知の最小自乗規範と完全に一致する)。しかし、実際には妥協として、ある特定の n_x, n_v の組をもつ $A_{n_x n_v} - A_{n_x 0} A_{0 n_v} = 0$ に限定してこれを誤差評価に用いなければならず、実用性にはできる限り少数個を選ぶことが考えられる。しかし、その実用性は、どれだけ真値をきめ細かく正確に推定するのか、その真理性の犠牲との妥協において決めなければならない。すなわち、独立性の部分的評価法として、有限個の n_x, n_v のもとにつぎの評価基準を設定する：

$$A_{n_x n_v} - A_{n_x 0} A_{0 n_v} = \langle \phi_{n_x}(x) \{ \varphi_{n_v}(G(x, y, a)) - \langle \varphi_{n_v}(v) \rangle \} \rangle = 0 \quad (9)$$

ただし、 $\langle \rangle$ は平均記号である。 n_x, n_v の値の選定方法として、もし $n'_x (\triangleq \sum_{i=1}^K n_{x_i})$, $n'_v (\triangleq \sum_{i=1}^L n_{v_i})$ が小さい値をとれば、低次モーメント情報に基づいた変動分布の中央付近を重視する工学的要求と結び付き、大きい値をとれば、高次モーメント情報に力点をおき変動分布の端と結び付いた工学的要求に結び付くこととなる。(9)式の具体的解法としては、たとえば、入

力 x と出力 y の逐次データを摂取したならば、(9)式を a に対する回帰関数とみて、公知のRobbins-Monroの確率近似法⁶⁾を適用することによりつぎの逐次推定アルゴリズムを導出することができる：

$$\hat{a}_{t+1} = \hat{a}_t + \Gamma_t [\phi_{n_x}(x_t) \{ \varphi_{n_v}(G(x_t, y_t, \hat{a}_t)) - \varphi_{n_v}(v) \}] \quad (10)$$

ここで、 $\Gamma_t \triangleq [\gamma_{1t}, \gamma_{2t}, \dots, \gamma_{Nt}]^T$ はつぎの条件を満たす正数列である：

$$\sum_{t=1}^{\infty} \gamma_{it} \rightarrow \infty, \quad \sum_{t=1}^{\infty} \gamma_{it}^2 < \infty \quad (11)$$

また、 x_t, y_t はそれぞれ時刻 t における入力および出力であり、 $\hat{a}_t$ は時刻 t における推定値である。

(2) 代表値での総合的評価法

ここでは、特定の n_x, n_v の組における評価でなく、いくつかの n_x, n_v の組において組み合わせた、いくらか総合的な評価法を考える。その代わり、特定の環境評価レベルと結び付いた代表値 x_0, v_0 近傍のみに着目することとし(数種類採用して総合判断することも可能)、つぎのような誤差評価形態を採用する：

$$\varepsilon(x_0, v_0) = P_0(x_0)P_0(v_0) \sum_{n_x \neq 0} \sum_{n_v \neq 0} \{A_{n_x n_v} - A_{n_x 0} A_{0 n_v}\} \phi_{n_x}(x_0) \phi_{n_v}(v_0) \quad (12)$$

x_0, v_0 としては、変動分布の中央近傍を大切に工学的要求に沿うか、変動分布の端を重視する工学的要求に沿うかによってあらかじめ任意に設定することができる。その推定アルゴリズムとしては、(1)と同様に確率近似法により次式を得る：

$$\hat{a}_{t+1} = \hat{a}_t + \Gamma_t \left[\sum_{n_x \neq 0} \sum_{n_v \neq 0} \phi_{n_x}(x_t) \{ \varphi_{n_v}(G(x_t, y_t, \hat{a}_t)) - \langle \varphi_{n_v}(v) \rangle \} \phi_{n_x}(x_0) \phi_{n_v}(v_0) \right] \quad (13)$$

Γ_t は確率近似法の収束条件(11)式を満たすゲイン系列である(アルゴリズムの収束性は実験的に検証する)。

3.2 具体的推定アルゴリズム

本節では、入力および外来雑音が正負の変動領域を有する一般の場合に着目し、これに整合のとれた表現として、基準分布にそれぞれガウス分布を採用し、パラメータ推定のアルゴリズムに関する具体的導出を行う。すなわち、 $P_0(x), P_0(v)$ を次式のごとく与える：

$$\left. \begin{aligned} P_0(x) &= P_0(x_1, x_2, \dots, x_K) = \prod_{i=1}^K P_0(x_i) \\ P_0(x_i) &\triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_i}} e^{-\frac{(x_i - \mu_{x_i})^2}{2\sigma_{x_i}^2}} \\ \mu_{x_i} &\triangleq \langle x_i \rangle, \quad \sigma_{x_i}^2 \triangleq \langle (x_i - \mu_{x_i})^2 \rangle \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} P_0(v) &= P_0(v_1, v_2, \dots, v_L) = \prod_{i=1}^L P_0(v_i) \\ P_0(v_i) &\triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{v_i}} e^{-\frac{(v_i - \mu_{v_i})^2}{2\sigma_{v_i}^2}} \\ \mu_{v_i} &\triangleq \langle v_i \rangle, \quad \sigma_{v_i}^2 \triangleq \langle (v_i - \mu_{v_i})^2 \rangle \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

さて、これらを重みとして直交する直交多項式、 $\phi_{n_x}(x)$, $\phi_{n_v}(v)$ ((4), (5)式参照) は直ちに多変量エルミート多項式としてつぎのごとく実現される：

$$\left. \begin{aligned} \phi_{n_x}(x) &= \phi_{n_{x_1} n_{x_2} \dots n_{x_K}}(x_1, x_2, \dots, x_K) \\ &= \prod_{i=1}^K \phi_{n_{x_i}}(x_i) \\ \phi_{n_{x_i}}(x_i) &\triangleq \frac{1}{\sqrt{n_{x_i}!}} H_{n_{x_i}} \left(\frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{n_v}(v) &= \phi_{n_{v_1} n_{v_2} \dots n_{v_L}}(v_1, v_2, \dots, v_L) \\ &= \prod_{i=1}^L \phi_{n_{v_i}}(v_i) \\ \phi_{n_{v_i}}(v_i) &\triangleq \frac{1}{\sqrt{n_{v_i}!}} H_{n_{v_i}} \left(\frac{v_i - \mu_{v_i}}{\sigma_{v_i}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで、 $H_n(x)$ は次式のように定義されるエルミート多項式である：

$$\begin{aligned} H_n(x) &\triangleq (-1)^n e^{\frac{x^2}{2}} \frac{d^n}{dx^n} e^{-\frac{x^2}{2}} \\ &= \sum_{r=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^r (2r-1)!! \binom{n}{2r} x^{n-2r} \end{aligned} \quad (18)$$

結局、(10)式の推定アルゴリズムはつぎのように具体化される：

$$\begin{aligned} \hat{a}_{i+1} &= \hat{a}_i + \Gamma_i \left[\prod_{i=1}^K \frac{1}{\sqrt{n_{x_i}!}} H_{n_{x_i}} \left(\frac{x_{it} - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \right) \right. \\ &\quad \cdot \left. \left\{ \prod_{i=1}^L \frac{1}{\sqrt{n_{v_i}!}} H_{n_{v_i}} \left(\frac{G_i(x_t, y_t, \hat{a}_i) - \mu_{v_i}}{\sigma_{v_i}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left\{ \prod_{i=1}^L \frac{1}{\sqrt{n_{v_i}!}} H_{n_{v_i}} \left(\frac{v_i - \mu_{v_i}}{\sigma_{v_i}} \right) \right\} \right\} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

(13)式に対応する具体的推定アルゴリズムも、(19)式より容易に類推できる（頁数制限のため割愛した）。

4. 非直交展開型分布表現からの独立性の尺度とパラメータ推定法

公知のごとく、分布そのものと直接結びつくパラメータは、モーメントよりはむしろ、半不変係数としてのキュムラント統計量である(注1)。本章では、キュムラントにおける標準からのずれの姿として結合確率分布を非直交級数に展開し、上述の独立性の尺度を階層的に表現しよう。特に、独立性はキュムラント量においては、 x , v 個々のキュムラント情報間に互いの冗長性がなく、したがって3・1節(1)と同じ立場で部分的評価法を採用するのであればその展開個数が減り合理的なものとなる。そこで、入力と外来雑音間の統計的独立性に関する客観的姿を浮きぼりに反映させるべく、まず独立性がくづれた場合に着目して、一般に線

形・非線形の各種相関情報を反映した任意結合確率分布表現が、非直交展開の形に つきのごとく導入され得る²⁾：

$$\begin{aligned} P(x, v) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n_x' + n_v' = n} \frac{(-1)^n B_n(n_x, n_v)}{n_{x_1}! n_{x_2}! \dots n_{x_K}! n_{v_1}! n_{v_2}! \dots n_{v_L}!} \\ &\quad \cdot \frac{\partial^{n_x'}}{\partial x_1^{n_{x_1}} \partial x_2^{n_{x_2}} \dots \partial x_K^{n_{x_K}}} P_0(x) \\ &\quad \cdot \frac{\partial^{n_v'}}{\partial v_1^{n_{v_1}} \partial v_2^{n_{v_2}} \dots \partial v_L^{n_{v_L}}} P_0(v) \end{aligned} \quad (20)$$

ただし、 $P_0(x)$, $P_0(v)$ は変量 x , v 個々の標準分布であり、 $n_x' \triangleq \sum_{i=1}^K n_{x_i}$, $n_v' \triangleq \sum_{i=1}^L n_{v_i}$ である。ここで、各展開係数 $B_n(n_x, n_v)$ は次式で与えられる：

$$\begin{aligned} B_n(n_x, n_v) &= B_n(n_{x_1}, \dots, n_{x_K}, n_{v_1}, \dots, n_{v_L}) \\ &\triangleq \frac{\partial^{n_x'}}{\partial \theta_{x_1}^{n_{x_1}} \dots \partial \theta_{x_K}^{n_{x_K}}} \frac{\partial^{n_v'}}{\partial \theta_{v_1}^{n_{v_1}} \dots \partial \theta_{v_L}^{n_{v_L}}} \\ &\quad \cdot \left[\exp \left\{ \sum_{m=1}^K \sum_{m_x' + m_v' = m} \frac{\kappa_m(m_x, m_v) - \kappa_m^0(m_x, m_v)}{m_{x_1}! \dots m_{x_K}! m_{v_1}! \dots m_{v_L}!} \right. \right. \\ &\quad \cdot \left. \left. \prod_{i=1}^K \theta_{x_i}^{m_{x_i}} \prod_{i=1}^L \theta_{v_i}^{m_{v_i}} \right\} \right] \Bigg|_{\substack{\theta_{x_i} = 0 (i=1 \sim K) \\ \theta_{v_i} = 0 (i=1 \sim L)}} \end{aligned} \quad (21)$$

ただし、 $m_x' \triangleq \sum_{i=1}^K m_{x_i}$, $m_v' \triangleq \sum_{i=1}^L m_{v_i}$, $m_x \triangleq (m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_K})$, $m_v \triangleq (m_{v_1}, m_{v_2}, \dots, m_{v_L})$ である。また、 $\kappa_m(m_x, m_v)$ は $P(x, v)$ に対する結合キュムラント量であり、 $\kappa_m^0(m_x, m_v)$ は展開初項の結合分布 $P_0(x)P_0(v)$ に対する結合キュムラント量である。ここで、(20)式の周辺積分をとることにより、 x , v おおのの周辺分布表現を次式のごとく得る：

$$P(x) = \sum_{n_x'=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n_x'} B_{n_x'}(n_x, 0)}{n_{x_1}! \dots n_{x_K}!} \frac{\partial^{n_x'}}{\partial x_1^{n_{x_1}} \dots \partial x_K^{n_{x_K}}} P_0(x), \quad (22)$$

$$P(v) = \sum_{n_v'=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n_v'} B_{n_v'}(0, n_v)}{n_{v_1}! \dots n_{v_L}!} \frac{\partial^{n_v'}}{\partial v_1^{n_{v_1}} \dots \partial v_L^{n_{v_L}}} P_0(v) \quad (23)$$

3・1節と同様、入力と外来雑音間の独立性からのずれを自然に $\varepsilon(x, v) \triangleq P(x, v) - P(x)P(v)$ で定義すると次式を得る：

$$\begin{aligned} \varepsilon(x, v) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{n_x' + n_v' = n} (-1)^n \\ &\quad \cdot \frac{B_n(n_x, n_v) - B_{n_x'}(n_x, 0) B_{n_v'}(0, n_v)}{n_{x_1}! \dots n_{x_K}! n_{v_1}! \dots n_{v_L}!} \\ &\quad \cdot \frac{\partial^{n_x'}}{\partial x_1^{n_{x_1}} \dots \partial x_K^{n_{x_K}}} P_0(x) \frac{\partial^{n_v'}}{\partial v_1^{n_{v_1}} \dots \partial v_L^{n_{v_L}}} P_0(v) \end{aligned} \quad (24)$$

よって、独立性からのずれの評価尺度としては、3・1節(1)の立場に立つなら、有限個の n_x, n_v の組のものと、つぎの評価基準を得る：

(注1) たとえば、2次元ガウス分布においては、モーメント統計量は低次から高次まで存在するが、キュムラント表現 $K_l(m, n)$ に着目するならば、 $l = m + n \leq 2$ の2次キュムラントまでしかない。

$$B_n(n_x, n_v) - B_{n'_x}(n_x, 0)B_{n'_v}(0, n_v) = 0 \quad (25)$$

$$(n = n'_x + n'_v > 0)$$

(25)式の解法として、同じく Robbins-Monro の確率近似法を適用することにより、未知パラメータの逐次推定アルゴリズムを導出することができる。特に、一変量で $n_x = n_v = 1$ とした場合には、(25)式は：

$$\begin{aligned} & B_2(1, 1) - B_1(1, 0)B_1(0, 1) \\ &= \kappa_2(1, 1) - \kappa_2^0(1, 1) + \{\kappa_1(1, 0) - \kappa_1^0(1, 0)\} \{\kappa_1(0, 1) \\ &\quad - \kappa_1^0(0, 1)\} - \{\kappa_1(1, 0) - \kappa_1^0(1, 0)\} \{\kappa_1(0, 1) \\ &\quad - \kappa_1^0(0, 1)\} = \kappa_2(1, 1) \\ &= \langle (x - \mu_x)(G(x, y, a) - \mu_v) \rangle \\ &= 0 \quad (\mu_x \triangleq \langle x \rangle, \mu_v \triangleq \langle v \rangle) \end{aligned} \quad (26)$$

となり、つぎの具体的推定アルゴリズムを得る：

$$\hat{a}_{i+1} = \hat{a}_i + \gamma_i \{ (x_i - \mu_x)(G(x_i, y_i, \hat{a}_i) - \mu_v) \} \quad (27)$$

ここで、 γ_i は収束条件を充すゲイン系列である。今一つの誤差評価法 (3.1 節 (2)) に基づく推定アルゴリズムについては、容易に類推できるのでここでは省略した。

5. 音響システムへの応用

ここでは、本推定手法の有効性を確かめるため、防音壁の透過損失の測定において (この分野ではしばしばスカラー量で議論されることから一変量に限定する)、外来雑音が混入する実際の場合を設定し、残響室-残響室法による実験を行った。本実験で使用した試料は、1740 mm × 840 mm、3 mm 厚さ、4.32 kg/m² の塩化ビニル板である。また、エネルギーの加算性により、一重壁遮音システムの全周波数帯域における入出力モデルは次式で与えられる：

Fig. 1 Block diagram of the experimental set-up

$$y = \sum_{i=1}^N a_i x_i + v \quad (28)$$

ここで、 y は透過エネルギー密度、 x_i は、 x_i を常用手段として周波数分析し、その第 i 周波数帯域の入射エネルギー密度である。 a_i は第 i 周波数帯域の音響伝達特性、 v は外来雑音 (全周波数帯域) である。また、音響特性の実際の指標として重要な透過損失は、公知のごとく、音響伝達特性 a_i とつぎの関係で結ばれている：

$$TL_i = 10 \log_{10}(1/a_i) + 10 \log_{10}(F/A_i) \quad (29)$$

ここで、 TL_i ：第 i 周波数帯域の透過損失

Fig. 2 Estimated results of transmission loss with the error criterion, $A_{31} - A_{30}A_{01}$, by use of several initial estimates (denoted by $\hat{TL}_0$) when supplying one-third octave band white noise centered at 500 Hz. True value of transmission loss is 20.8 dB(C), obtained a priori through the experimental data without any background noise

Fig. 3 Estimated results of transmission loss with several error criterions of $A_{21} - A_{20}A_{01} = 0$ (●—●), and $A_{13} - A_{10}A_{03} = 0$ (○—○), at two frequency points of 500 Hz and 1000 Hz, where experimental values are shown as (|—|)

A_i : 第 i 周波数帯域の受音室の全吸音力

F : 試料の面積

である。さらに、 A_i は Sabine の残響理論⁹⁾により、次式で決定される：

$$A_i = \frac{V}{KT_i}, \quad K = \frac{55.26}{C} \quad (30)$$

ここで、 V : 受音室の容積

T_i : 第 i 周波数帯域の受音室の残響時間

C : 音速

である。

本実験では、 x_i として 1/3 オクターブ・バンドの白色信号を、 v として予め録音しておいた都市交通騒音を使用した。また、サンプリング間隔は 0.5 秒で、未知パラメータ a_i の推定には (19) 式のアプローチを採用した(注2)。Fig. 1 に本実験の系統図を示し、Fig. 2 には種々の初期値からの透過損失の推定結果を、Fig. 3 には (9) 式で n_s , n_o の組を種々変化させて画いた、500 Hz, 1000 Hz における透過損失の推定結果を示している。いずれの場合も、外来雑音なしに別途測定した標準の場合での真の透過損失をよく説明しており、騒音制御工学分野における ± 1 dB の実際の許容偏差内に十分入っている。

6. あとがき

本論文では、独立な外来雑音の混入により乱された確率環境システムのパラメータ推定問題において、種々の新たな推定アルゴリズムを提案した。その基本となる原理は、外来雑音と入力信号間には情報としての冗長性が全くなく、互いに統計的に独立であるという客観的事実に基づいている。また、本手法は従来の推定論におけるような、操作的あれこれの評価規範を予めいくらか人為的に導入して、時に平均値付近をことさら重視する推定アルゴリズムではない。この独立性の尺度こそ、あれこれの人為的工夫を施す以前にまず従わねばならぬ客観的尺度だとの認識から、分布形状全体にわたった(騒音・振動分野の評価で重要な分布

の端をも含む) かなり客観的な推定アルゴリズムとなっている点に大きな特徴性を有している。さらに、本手法においては、外来雑音、入力信号の分布は任意分布でよく、また、システムも非線形機能をもたせており、工学上のかかなり広範囲な応用性が期待される。

本研究は、推定理論としては未だ初期段階にあることから、まず、その原則的方法論の確立にこそ主眼をおいて議論したが、理論的提案にとどまらず、実験的にも、(19) 式の推定アルゴリズムに限定して、その有効性を室内音響への実際の適用により確認している。したがって、本手法を他の多くの工学の実際に適用してその有効性の確認を益々確固にしてゆくこと、本原理的手法を近似化して簡易的実用式を見出したり、推定精度の系統的研究、状態依存性の外来雑音へ本手法を拡張してゆくこと、本手法に適用した確率近似法の収束性に対する理論的保証、マイコンを用いてファームウェア化をはかるなど、この基礎論の上に今後積み上げるべきまだまだ多くの研究課題が残されている。

終りに、本研究の数値処理に、多大な援助をいただいた伊勢村正次氏に深謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) R. E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans. ASME, Series D, Journal of Basic Engineering, **82**, 35/45 (1960)
- 2) R. E. Kalman and R. S. Bucy: New Results in Linear Filtering and Prediction Theory, Trans. ASME, Series D, Journal of Basic Engineering, **83**, 95/108 (1961)
- 3) P. I. Kuznetsov, R. L. Stratonovich and V. I. Tikhonov: Quasi-moment Functions in the Theory of Random Processes, Theory of Probability and Its Applications, **V-1**, 80/97 (1960)
- 4) S. S. Wilks: Mathematical Statistics, Princeton Univ. Press, New Jersey (1950)
- 5) M. Ohta and T. Koizumi: Generalized Statistical Treatment of the Response of a Non-linear Rectifying Device to a Stationary Random Input, IEEE Trans. on Information Theory, **IT-14-4**, 595/598 (1968)
- 6) H. Robbins and S. Monroe: A Stochastic Approximation Method, Annals of Mathematical Statistics **22**, 400/407 (1951)
- 7) 太田, 山口, 広光: 騒音環境システムの多変量状態確率表現とその線形推移に関する統一的一考察, 電子通信学会論文誌, **J 60-A-9**, 844/851 (1977)
- 8) 前川: 建築音響, 共立出版 (1982)

(注 2) 考察対象をエネルギー・システムに限定するとしても、平均レベルがその周りのゆらぎ幅に比べて十分大きい場合には、正変量が固有に持つ平均と分散値間の基本拘束 ($\mu \rightarrow 0$ で $\sigma^2 \rightarrow 0$) は弱まる。すなわち、ガンマ分布は平均と分散を独立なパラメータとしてとり得るガウス分布へと移行する。