繰返し制御のためのフィードフォワード
コントローラの学習的設計法[†]

小 俣 透*・中 野 道 雄*

Learning Design of Feedforward Controller for
Repetitive Control System

Tohru OMATA and Michio NAKANO*

1. はじめに

試行を繰返すごとに制御量を目標値に追従させる制御方式が内山により提案され¹⁾,その後「学習制御」²⁾³⁾として発展している.一方,周期的な目標値に制御量を追従させる「繰返し制御」⁴⁾⁵⁾が提案されている.高精度な追従特性を得るまでに,多周期にわたる運転を必要とすることが繰返し制御の改善すべき点である.ここでは,フィードフォワード制御を併用すると過渡特性が著しく改善することを示す.過去の目標値による運転経験が異なった波形の目標値による運転に生かされるという意味で,より高度な学習系を実現するフィードフォワード制御方式を提案する.

2. 繰返し制御

繰返し制御の基本的な構成を Fig. 1 に示す.目標値は周期 N の周期信号とする.

$$r(n) = r(n-N) \quad (n \geq N) \quad (1)$$

図の破線部のコントローラは各周期ごとの偏差を足し合わせる動作を行う.このコントローラを「繰返しコントローラ」と呼ぶ.このとき偏差 $e(z)$ は

$$e(z) = \frac{(1-z^{-N})r(z)}{1-z^{-N}+G(z)} \quad (2)$$

である.(1)式の両辺を変換し $r_0(z) = r(0) + \dots + r(N-1)z^{-(N-1)}$ とおくと

$$(1-z^{-N})r(z) = r_0(z) \quad (3)$$

となる.(3)式を(2)式に代入すると

$$e(z) = \frac{1}{1-z^{-N}+G(z)} r_0(z) \quad (4)$$

となる. $r_0(z)$ は有限長 N の長さの信号なので,(4)式より系が安定であるならば偏差は零に収束する.

3. フィードフォワード (FF) 制御

過渡特性を改善する方法として,定常状態(すなわち偏差が零に収束した状態)における繰返しコントローラの出力信号($\hat{x}(n)$ と記す)と同じ信号を目標値から直接フィードフォワードにつくり,それを用いればよいと考えられる.そのための FF コントローラとして Fig. 2 に示すような目標値の1周期未来までの各時点の荷重和による構成を提案する.このとき FF 信号 $x_f(n)$ は

$$x_f(n) = \sum_{m=0}^{N-1} r(n-m)w(m) \quad (5)$$

である周期 N の周期信号である.一方,定常状態における繰返しコントローラの出力信号 $\hat{x}(n)$ も周期 N

Fig. 1 Control system for periodic input

Fig. 2 Structure of the feedforward controller

[†] 第 22 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭58・7)

* 東京工業大学工学部 東京都目黒区大岡 2-12-1

* Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Meguro-ku, Tokyo

(Received September 21, 1984)

(Revised March 6, 1985)

Key Words: repetitive control, feedforward control

の周期信号であるので

$$\hat{x}(n) = \sum_{m=0}^{N-1} r(n-m)w(m) \quad (6)$$

となるように重み $w(n)$ ($n=0 \sim N-1$) を定めれば所望の FF 信号を得ることができる。(6)式の両辺の離散フーリエ級数は

$$X(k) = W(k)R(k) \quad (k=0 \sim N-1) \quad (7)$$

ただし

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \hat{x}(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} kn\right) \quad (8)$$

$$R(k) = \sum_{n=0}^{N-1} r(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} kn\right) \quad (9)$$

$$W(k) = \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} kn\right) \quad (10)$$

であり、このことを用いた重み $w(n)$ の計算手順を以下に示す。

1. ある目標値のもとで運転し、定常状態における繰返しコントローラの出力信号 $\hat{x}(n)$ を測定する。
2. 目標値 $r(n)$ と測定した $\hat{x}(n)$ のそれぞれの離散フーリエ級数 $R(k)$, $X(k)$ ($k=0 \sim N-1$) を計算し、 $W(k) = X(k)/R(k)$ を求める。 $R(k)=0$ の場合、すなわち目標値に含まれていない周波数成分に関しては $W(k)$ を決めることができないが、そのときは便宜的に $W(k)=0$ とする。

3. 逆変換

$$w(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} W(k) \exp\left(j \frac{2\pi}{N} kn\right) \quad (11)$$

により、重み $w(n)$ を計算する。

FF コントローラは目標値の未来値のみを用いた構成であるため、所望の FF 信号はなんら遅れることなく得ることができる。したがって、この FF コントローラを付加することにより、過渡特性が改善することが期待できる。全体の構成を **Fig. 3** に示す。

4. FF コントローラの修正

前章の重みの決定法では、目標値に含まれていない周波数成分に関して重みのフーリエ級数 $W(k)$ の値は定められない。このため、異なった周波数成分を含む目標値によって運転したとき、前章の FF コントローラはそれらの周波数成分の FF 信号を生成することができない。**Fig. 3** における繰返しコントローラの出力信号 $x(n)$ は FF 信号に対する修正信号として働く。もし定常状態におけるこの信号（再び $\hat{x}(n)$ と記す）を最初から加えあわせて出力できるように FF コントローラを修正すれば、それらの周波数成分に対し

Fig. 3 Addition of the feedforward controller

ても過渡特性が改善される。そこで、重み $w(n)$ を

$$x_f(n) + \hat{x}(n) = \sum_{m=0}^{N-1} r(n-m) (w(m) + \Delta w(m)) \quad (12)$$

の関係を満たすように修正する。ここで $\Delta w(n)$ はその修正量である。(12)式-(5)式より

$$\hat{x}(n) = \sum_{m=0}^{N-1} r(n-m) \Delta w(m) \quad (13)$$

を得る。(13)式は(6)式と同じ形式であるので前章の重み $w(n)$ を求めたのと同じ計算手順でその修正量を求めることができる。新たな周波数成分を持つ目標値により運転した都度重みを修正すれば、その周波数成分に関して新たに $W(k)$ の値を定めることができるので、しだいに重み $w(n)$ は制御対象と一致したものになる。

5. 実験

下流の空気の流量を上流の送風機のモータで制御する系に実験を試みた。伝達関数は一次遅れ+むだ時間により近似することにより

$$G(s) = \frac{2.14}{1+0.32s} e^{-0.20s} \quad (14)$$

であった。最初の目標値は

$$\begin{aligned} r(n) = & 0.39 \sin(\omega n) + 0.59 \sin(2\omega n) \\ & - 0.2 \sin(3\omega n) + 0.1 \sin(4\omega n) \\ & - 0.1 \sin(5\omega n) + 0.39 \sin(6\omega n) + 2.5 \end{aligned} \quad (15)$$

とし、その波形を **Fig. 4(a)** に示す。ここで $\omega = 2\pi/128$ である。繰返し制御単独のときの偏差を **Fig. 4(b)** に示す。FF コントローラの重みを計算したのち、異なった目標値

$$\begin{aligned} r(n) = & 0.78 \sin(\omega n) + 0.2 \cos(\omega n) \\ & - 0.2 \cos(2\omega n) + 0.39 \sin(3\omega n) \\ & + 0.2 \sin(5\omega n) + 2.5 \end{aligned} \quad (16)$$

に対して本 FF 制御を試みた。目標値の波形、およびこのときの偏差をそれぞれ **Fig. 4(c)**, **(d)** に示す。初回から良い追従特性が得られていることがわかる。

Fig. 4 Experimental results
sampling period=0.1 s, $N=128$, period=12.8 s

6. おわりに

本 FF 制御の有効性を実験的に確認することができた。本 FF 制御の特徴は、学習的に FF コントローラの重みが定まることである。したがって、ひとたび繰返し制御系を構成すれば、新たに制御対象に関する知識を必要とせず設計できる特長を本 FF 制御は有している。また、過去の目標値による運転経験が異なった

波形の目標値による運転に生かされるという意味で、従来の繰返し制御より一歩進んだ学習系を実現することができた。

重みのフーリエ級数 $W(k)$ の値がすでに定めてある周波数成分の信号が定常状態における繰返しコントローラの出力信号に現われることはノイズ等の影響で実際上ありうることである。この信号を用いてすでに定めてある $W(k)$ を再び修正することにより、 $W(k)$ が制御対象と一致したものになるかどうかという問題はこれからの課題である。

参考文献

- 1) 内山 勝：試行による人工の手の高速運動パターンの形成，計測自動制御学会論文集，**14**-6，94/100 (1978)
- 2) 川村，他：二足歩行ロボットの学習制御，第12回制御理論シンポジウム資料，107/110 (1983)
- 3) 川村，宮崎，有本：ロボットの学習経験に基づく制御方法について，第6回 Dynamical System Theory シンポジウム資料，79/82 (1983)
- 4) 井上，他：陽子シンクロトン電磁石電源の繰返し運転における高精度制御，電気学会論文誌 C，**100**-7，234/240 (1980)
- 5) 井上，岩井，中野：プレイバックサーボ系の高精度制御，電気学会論文誌 C，**101**-4，89/96 (1981)
- 6) 小俣，中野：フィードフォワード制御による繰返し制御系の過渡特性の改善，第22回 SICE 学術講演会予稿集，2107，327/328 (1983)