多入出力連続時間 MRACS の熱系に対する オンラインデジタル制御実験

石 飛 光 章*・岩 井 善 太*・井 上 昭*・得 丸 英 勝**

On-Line Digital Control Experiment of Multi-Input Multi-Output
Continuous-Time MRACS to a Thermal System

Mitsuaki ISHITOBI*, Zenta IWAI*, Akira INOUE* and Hidekatsu TOKUMARU**

1. 緒 言

近年のデジタル技術の発達により、アルゴリズムが複雑な適応制御をデジタル計算機で実現することができるようになった。そして適応制御を実システムに応用した例も報告されており、その大部分はデジタル計算機を利用するのに便利な離散時間形式をとっている。しかし、離散時間形式には以下のような問題がある。まずサンプリングホールドの影響により、非最小位相系になる場合がある¹⁾。また規範モデルの選定にあたっては、ダンピング比、時定数、 M_p などを種々かえて最良の規範モデルを求めることになるが、その際にはまず連続時間形式で考えることが多いため、離散時間形式にするには、その値をかえるごとに、またサンプリングタイムの変更の都度計算しなおさなければならない。

そこで、連続時間 MRACS 設計方法を適用することが考えられる。連続時間形式の利点としては、離散時間形式の問題が生じないことのほかに、制御対象の物理モデルは微分方程式で考察されることが多いため、物理モデルとの対応づけが容易であることなどがあげられる。

しかし、連続時間形式の MRACS は、理論研究が多いにもかかわらず、応用例は少なく特に多入出力系への適用例はほとんどないといってよい。その理由は第1に、アナログ素子を用いて多数の積分をハードウ

ェアで構成することが難しかったためである¹⁾。そこでデジタル計算機を用いて、Runge-Kutta-Gill 法などの数値積分により連続時間 MRACS を実現することが考えられる。ところがその際には、近似誤差の影響の問題があり²⁾、これも応用例の報告が少ない理由である。

著者らは1入出力2次熱系に対し、デジタル計算機を用いた連続時間 MRACS の実験例を報告した³⁾。これに対し、多入出力系では、本稿の2入出力実験例でも46個もの多数の積分が必要となるように、計算量が増加し、また計算機と計測制御装置の間の入出力データ送受時間が増す。そこで、これに伴う積分の刻み時間の長大化による近似誤差の増加のため、制御性能が劣化することが予想される。従来の多くの論文で示されているシミュレーション例題では、刻み時間を任意に小さく与えることができるため、たとえ満足できるシミュレーション結果が得られたとしても、実システムでも同等の結果が得られるかどうかは確かではない。

したがって、連続時間多入出力 MRACS を実システムに応用する報告は実用的 MRACS の発展に有用である。

本論文では2入出力熱系に対し、デジタル計算機を用いて連続時間 MRACS 実験を行い、良好な結果が得られたことを述べる。

2. 多入出力 MRACS の構成

制御対象は m 入出力可制御可観測 n 次線形系でありつぎの仮定を満たすとする。

- 1) m 出力は互いに独立、
- 2) 可観測指標 $n_i (i=1, \dots, m)$ は既知。

このとき系は次式の可観測標準形式で表現できる⁴⁾。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{x}(t) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_{ij}] \in R^{n \times n}, \quad \mathbf{B} = [\mathbf{b}_i] \in R^{n \times m},$$

* 熊本大学工学部 熊本市黒髪 2-39-1

** 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

* Faculty of Engineering, Kumamoto University, Kumamoto

** Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto
(Received October 17, 1984)

(Revised March 29, 1985)

Key Words: continuous-time multi-input multi-output MRACS, experimental application, thermal system, digital control.

$$C^T = [c_i^T] \in R^{n \times n}, i, j = 1, \dots, m$$

$$A_{ii} = \begin{bmatrix} \vdots & 1 & \vdots \\ \mathbf{a}_{ii} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_{ij} & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (i \neq j)$$

$$A_{ii} \in R^{n_i \times n_i}, A_{ij} \in R^{n_i \times n_j}$$

$$\mathbf{a}_{ij} \in R^{\min(n_i, n_j)}$$

$$\mathbf{b}_i = [\mathbf{b}_{ij}] \in R^n, \mathbf{c}_i^T = [\mathbf{c}_{ij}^T] \in R^{1 \times n}$$

$$\mathbf{c}_{ij}^T = [c_{ij}, 0 \dots 0] \in R^{1 \times n_j}, c_{ii} = 1, i < j \text{ のとき,}$$

$$c_{ij} = 0, n_i \leq n_j \text{ かつ } i < j \text{ のとき } c_{ji} = 0$$

ここに $\mathbf{x} \in R^n, \mathbf{u} \in R^m, \mathbf{y} \in R^m$ はそれぞれ状態, 入力, 出力を表すベクトル, A, B, C は未知パラメータ行列である。さらに以下を仮定する。

3) 制御対象は最小位相系,

4) 次式の対応定数 $d_i (i=1, \dots, m)$ は既知,

$$d_i = \min(j; \mathbf{c}_i^T A^{j-1} B \neq \mathbf{0}^T, j=1, \dots, n) \quad (2.2)$$

$$5) \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^T A^{d_1-1} B \\ \vdots \\ \mathbf{c}_m^T A^{d_m-1} B \end{bmatrix} = m. \quad (2.3)$$

微分方程式などの物理モデルの構造が事前に得られている場合 (たとえば本稿) には, 対応定数とその性質を知ることには問題はないが, それ以外の場合にはシステム同定法や適応観測器などにより, 事前にその情報を得ておくことが, 適応制御の実在系応用においては望ましい。

規範モデルは

$$\dot{\mathbf{x}}_M(t) = A_M \mathbf{x}_M(t) + B_M \mathbf{r}(t), \mathbf{y}_M(t) = C_M^T \mathbf{x}_M(t) \quad (2.4)$$

とする。 $\mathbf{x}_M, \mathbf{r} \in R^m, \mathbf{y}_M \in R^m$ はそれぞれモデルの状態, 入力, 出力を表すベクトルとし, A_M は安定とする。また, 対応定数 d_{Mi} は d_i 以上となるように与える。

問題は出力誤差 $\mathbf{y} - \mathbf{y}_M$ を減衰させる制御入力 $\mathbf{u}$ を構成することである。

MRACS は以下のように構成される。パラメータ調整則は指数減衰性を有していることが実用上必要である⁵⁾ことから, 指数減衰型のもの^{3), 6)}を用いる。

フィルタ:

$$\mathbf{z}_{1i}(t) = L_i \mathbf{v}_i(t), \dot{\mathbf{v}}_i(t) = K_p^T \mathbf{v}_i(t) + \mathbf{c}_p \mathbf{y}_i(t), \mathbf{v}_i(0) = \mathbf{0} \quad (2.5a)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_{2i}(t) = K_p^T \mathbf{z}_{2i}(t) + \mathbf{c}_p \mathbf{u}_i(t), \mathbf{z}_{2i}(0) = \mathbf{0} \quad (2.5b)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_i(t) = \tilde{\mathbf{c}}_i^T \int_0^t \exp\{D_i(t-\tau)\} \tilde{\mathbf{b}}_i \mathbf{z}(\tau) d\tau \quad (2.6a)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(t) = \tilde{\mathbf{c}}_i^T \int_0^t \exp\{D_i(t-\tau)\} \tilde{\mathbf{b}}_i \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (2.6b)$$

$$n_p = \max_i \{n_i\}, \mathbf{v}_i \in R^{n_p}, \mathbf{z}_{1i} \in R^{n_i}, \mathbf{z}_{2i} \in R^{n_p}, \tilde{\mathbf{z}}_i \in R^{(n+mnp)}, \tilde{\mathbf{u}}_i \in R^m, \mathbf{c}_p^T = [1, 0 \dots 0] \in R^{1 \times np}, \mathbf{z}^T = [\mathbf{z}_{11}^T,$$

$$\dots, \mathbf{z}_{1m}^T, \mathbf{z}_{21}^T, \dots, \mathbf{z}_{2m}^T] \in R^{1 \times (n+mnp)}$$

$$\tilde{\mathbf{c}}_i^T = [1, 0 \dots 0] \in R^{1 \times d_i}, \tilde{\mathbf{b}}_i^T = [0 \dots 0, 1] \in R^{1 \times d_i}$$

$$K_p = \begin{bmatrix} \vdots & 1 & \vdots \\ \mathbf{k}_p & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, D_i = \begin{bmatrix} \vdots & 1 & \vdots \\ -\alpha_i & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_i = \begin{bmatrix} 0 & \vdots & I_{n_i} \end{bmatrix} \in R^{n_i \times np},$$

$\mathbf{k}_p, \alpha_i$ は $K_p \in R^{np \times np}, D_i \in R^{d_i \times d_i}$ が安定となるように与える。

$$\text{同定機構: } \hat{\mathbf{y}}_i(t) = \hat{\theta}_i^T(t) \tilde{\mathbf{z}}_i(t) + \hat{\beta}_i^T(t) \tilde{\mathbf{u}}_i(t) \quad (2.7)$$

パラメータ調整機構:

$$\dot{R}_i(t) = -\phi_i R_i(t) + \tilde{\mathbf{z}}_i(t) \tilde{\mathbf{z}}_i^T(t), \quad (2.8)$$

$$\dot{\xi}_i(t) = -(\phi_i + \phi_i) \xi_i(t) + \varepsilon_i(t) \tilde{\mathbf{z}}_i(t), \quad (2.9)$$

$$\xi_i(0) = 0, \phi_i > 0, R_i(0) > 0, \phi_i > 0$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_i(t) \\ \hat{\theta}_i(t) \end{bmatrix} = -\phi_i R_i^{-1} \xi_i(t) \quad (2.10)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_i^T = [\tilde{\mathbf{u}}_i^T, \tilde{\mathbf{z}}_i^T] \in R^{1 \times (n+m(np+1))}, \varepsilon_i = \hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{y}_i$$

制御入力:

$$\mathbf{u}(t) = - \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1^T(t) \\ \vdots \\ \hat{\beta}_m^T(t) \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1^T(t) \\ \vdots \\ \hat{\theta}_m^T(t) \end{bmatrix} \mathbf{z}(t) + \begin{bmatrix} f_{M1}(t) \\ \vdots \\ f_{Mm}(t) \end{bmatrix} \right\} \quad (2.11)$$

$$f_{Mi} = -\mathbf{y}_i^{(d_i)} - \alpha_i^T \mathbf{y}_{Mi},$$

$$\mathbf{y}_{Mi} = [\mathbf{y}_{Mi}^{(d_i-1)}, \dots, \mathbf{y}_{Mi}] \in R^{1 \times d_i}$$

以上のように構成すると, つぎの定理が成立する。

《定理》 sufficient richness(s. r.) 条件, すなわち, ある $T_i > 0, \rho_i > 0$ が存在し, すべての $t \geq T_i$ に対し

$$\int_{t-T_i}^t \tilde{\mathbf{z}}_i(t) \tilde{\mathbf{z}}_i^T(t) d\tau > \rho_i I_{(n+m(np+1))}, i=1, \dots, m \quad (2.12)$$

が成立すると仮定すれば, 出力誤差 $\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{y}_i(t) - \mathbf{y}_{Mi}(t)$ は指数減衰する。

証明は 1 入出力系の場合⁶⁾と同様に行うことができるが, 詳細は改めて報告する予定である。

3. 2 入出力熱系への適用実験

実験プラント: 装置を Fig. 1 に示す。外・内槽のヒータ熱量を入力 u_1, u_2 , 外・内槽の上昇水温を出力 y_1, y_2 とすると, 可観測標準形式状態方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1+c_0 Q_0 R}{c_0 D_1 R}, & \frac{1}{c_0 D_1 R} \\ \frac{1}{c_0 D_2 R}, & -\frac{1}{c_0 D_2 R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{c_0 D_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{c_0 D_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Fig. 1 Schematic diagram of double tank thermal system used for experiment

(a) Experiment

(b) Simulation

Fig. 2 The evolution of the plant outputs and the reference model outputs

Q_0 : 流入流出水量, D_1, D_2 : 外槽, 内槽容量,
 c_0 : 比熱, R : 総括伝熱抵抗.

実験は負の入力も実現できるように, 内外槽ともヒータを半開にし定常状態になった時を出発時点とした.

規範モデル: 非干渉制御を実現するため, 各槽を非干渉の1次遅れとし, 係数を文献3)と同様の方法で求めた. 次式がモデルである.

$$\begin{cases} \dot{y}_{M1} = -0.1403y_{M1} + 0.1403r_1, \\ \dot{y}_{M2} = -0.1987y_{M2} + 0.1987r_2, \end{cases} \quad (3.2)$$

規範入力は, r_1 : 振幅 0.6, 周期 64 分の矩形波, r_2 : 振幅 0.6 周期 54 分の矩形波を与えた.

MRACS の構成: この実験では状態量は出力そのものであり直接検出できるため, 状態変数フィルタ(2.5)式は不要となる. 積分は数値積分によって行い, 4次 RKG 法を用いた.

実験結果: 外槽・内槽の上昇水温 y_1, y_2 と規範出力 y_{M1}, y_{M2} を Fig. 2(a) に示す. 実験では設計パラメータおよび同定パラメータ初期値を $\phi_i = \phi_i = 0.05, \alpha_i = 0.5, \beta_{11} = \beta_{12} = 0.001, \beta_{21} = 0.03, \beta_{22} = 0.09, R_i(0) = I_4 (i=1, 2)$ その他の初期値=0 と与えた. 温度計の分解能が 0.1°C のため読み取り誤差が幾分現われているが, 文献3)の1入出力連続時間MRACS実験とほぼ同等な結果が得られている. 刻み時間は1入出力系では3.0秒であったのに対し, 本実験では6.0秒に延びているが, その影響は小さいと考えられる. この刻み時間はリレー切替えによる水温検出のために必要となる時間が多くを占め, 適応制御の計算時間は0.72秒/回である. 刻み時間6.0秒のシミュレーション結果を Fig. 2(b) に示す. 全体的な傾向は Fig. 2(a), (b) 同じである. しかし, y_2 の初期の負のピークや60分以降の y_1, y_2 にやや違いが現われている. その原因としては, シミュレーションにおけるプラントパラメータ値は必ずしも真値ではないこと, 実験ではパラメータ値が多少なりとも変動していることなどが考えられる.

4. 結 言

多入出力連続時間 MRACS を2入出力熱系に適用するオンライン実験をデジタル制御によって行い, 良好な結果を得た. 終わりに, 実験に協力いただいた, 熊本大学 平野末彦, 若宮龍市技官ならびに学生 宮本誠君(現在松下電器)に感謝の意を表する.

参 考 文 献

- 鈴木: 適応制御における最近の興味ある研究テーマ, 計測と制御, **23-5**, 498/502 (1984)
- 吉沢: 数値解析 I, 基礎工学4, 岩波書店, 90 (1968)
- 岩井, 井上, 石飛, 永田: 指数減衰度を指定できるモデル規範形適応制御系とその熱系への応用, 計測自動制御学会論文集, **20-12**, 1107/1113 (1984)
- R. Guidorzi: Canonical Structures in the Identification of Multivariable Systems, Automatica, **11-4**, 361/374 (1975)
- B.D.O. Anderson and C.R. Johnson, Jr.: Exponential Convergence of Adaptive Identification and Control Algorithms, Automatica, **18-1**, 1/13 (1982)
- 井上, 石飛, 岩井, 得丸: 指数減衰形連続時間MRACSの一構成法とシステムの安定性, 計測自動制御学会論文集, **20-11**, 993/999 (1984)