無排卵患者のための臨床検査や治療の選択に おけるあいまい意思決定分析[†]

前 田 幹 夫*・村 上 周 太*・尾 上 敏 一**

Fuzzy Decision Analysis on the Choice of Clinical Tests or Treatments for Anovulatory Patients

Mikio MAEDA*, Shuta MURAKAMI* and Toshikazu ONOUE**

This paper deals with a medical decision problem on the choice of clinical tests or treatments for anovulatory (sterile) patients with functional infertility under the fuzzy information evaluated by a physician. He has to decide an appropriate action considering many aspects, such as effectiveness, cost, time, mental and physical pains, and etc., caused by clinical tests and or treatments. A fuzzy decision analysis technique developed here is one that contains such multi-objectives and also fuzzy information about the consequence of each attribute, the grade of disease group of anovulation and his medical knowledge and experience among diseases, clinical tests and treatments. Those information are measured by λ -fuzzy measure and a conditional fuzzy measure proposed by Sugeno. To give the best decision, the fuzzy expected utility for each alternative, which implies the grade of goodness, is calculated using the fuzzy integral.

As an application of fuzzy decision analysis on the choice of tests or treatments for anovulatory patients, forty three samples were examined on the basis of their clinical records under cooperation with a physician. As results of analysis, thirty seven samples gave the same agreements between the best action obtained through this analysis and the actual behavior of the physician.

Finally, we got comments from the physi-

cian that this system worked as he did and that this could be a useful tool to support physicians' medical judgement and decision making.

Key Words: anovulatory patient, infertility, fuzzy decision, fuzzy expected utility, alternative

1. ま え が き

近年、医師の意思決定を支援するシステムの開発がさかに行われている。そこで用いられている手法を大別すると、i) パターン分類やベイズの定理の応用などの統計的手法¹⁾、ii) 人工知能^{2), 3)}やあいまい理論^{4), 5), 6)}、iii) 効用理論^{7), 8)}とに分けられる。i)の統計的手法は医師の主観を排除し、データにもとづく客観的な考え方をしようとするものである。それゆえ、医師はこの手法による意思決定結果に納得しないことが多いようである。ii)の方法は医師の主観、つまり、医師の経験や医学知識を積極的に利用しようとするものであるが、検査や治療における多面性(多属性な面)、つまり、検査や治療に伴う費用、時間、危険性や治療効果などを考慮することが困難である。iii)の効用理論には、多属性な面が考慮されたものもあり、主観確率によって医師の主観を意思決定に取り入れることができる。だが、確率測度は加法性を持つことから、その確率の与え方や症状、検査、治療の間の医師の経験、医学知識等の表現が困難である。そこで、著者らは検査や治療における多属性な面を考慮し、なおかつ、医師の知識等を表現できるあいまい意思決定分析の手法を提案する。この手法は従来の多属性効用関数⁹⁾と意思決定木の考え方に、人の主観を表現するのに適した菅野の λ -ファジィ測度^{10), 11)}を導入したものである。そして、この手法を不妊症(無排卵)患者のための検査あるいは治療の選択に応用し、不妊症にお

* 第9回システムシンポジウムで発表(昭58・8)

* 九州工業大学 北九州市戸畑区仙水町 1-1

** 九州大学医学部 福岡市東区馬出 3-1-1

* Kyushu Institute of Technology, Kitakyushu

** Faculty of Medicine, Kyushu University, Fukuoka

(Received October 11, 1984)

(Revised May 15, 1985)

けるあいまい意思決定支援システムを開発する。疾患、臨床検査、治療の間の医師の経験や医学知識、不妊症の疾患グループの度合および各属性の生起についてのあいまい情報等を λ -ファジィ測度で表わす。最良と思われる意思決定結果を得るために、行動の良さの度合、つまり、あいまい期待効用がファジィ積分を用いて計算される。しかし、このシステムは効用理論のようにただ一つの行動を提示するのではなく、医師のとりうる行動を良さの度合によって示そうとするものである。

不妊症患者の臨床検査や治療の選択におけるあいまい意思決定の分析例として、43のサンプルが医師の協力の下で患者の臨床記録(カルテ)に基づいて試される。最後に、医師の経験に基づいたこのシステムの分析結果と有用性について述べる。

2. ファジィ測度とファジィ積分

ここでは菅野のファジィ測度とファジィ積分^{(10), (11)}及び条件付ファジィ測度^{(11), (12)}について簡単に述べる。

X を任意の集合、 ϕ を空集合とする。 X の一つの要素は x で示される。 $\mathcal{B}_X$ を X のボレル集合体とする。測定可能な空間 $(X, \mathcal{B}_X)$ におけるファジィ測度 $g(\cdot)$ はつぎに示す性質を持つ集合関数で定義される。

- i) $g(\phi)=0, g(X)=1$
- ii) $A, B \in \mathcal{B}_X$ かつ $A \subset B$ ならば $g(A) \leq g(B)$
- iii) $F_n \in \mathcal{B}_X$ で集合列 $\{F_n\}$ が単調ならば

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g(F_n) = g(\lim_{n \rightarrow \infty} F_n)$$

更に、性質 ii) において

- ii)' $A \cap B = \phi$ かつ $A, B \in \mathcal{B}_X$ ならば、
- $$g(A \cup B) = g(A) + g(B) + \lambda g(A)g(B),$$
- $$(-1 < \lambda < \infty) \quad (1)$$

である。このときの g をファジィ測度と呼び、 g_λ と書く。もし、 X が有限集合、すなわち、

$$X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$$

ならば、任意の集合 A の λ -ファジィ測度は、

$$g_\lambda(A) = \frac{1}{\lambda} \left[\prod_{x_i \in A} (1 + \lambda g^i) - 1 \right] \quad (2)$$

ただし、

$$\frac{1}{\lambda} \left[\prod_{x_i \in X} (1 + \lambda g^i) - 1 \right] = 1 \quad (3)$$

$$g^i = g_\lambda \{x_i\}, \quad 0 \leq g^i \leq 1 \quad (4)$$

である。 $\{x_i\}$ は x_i のみ要素を持つ集合で、 g^i はファジィ密度と呼ばれる。

つぎに、 g に関する h の A 上のファジィ積分はつぎのように定義される。

$$\int_A h \circ g(\cdot) = \sup_{\alpha \in [0, 1]} [\alpha \wedge g(A \cap F_\alpha)] \quad (5)$$

ただし、 $F_\alpha = \{x | h(x) \geq \alpha\}$ 。

ここで、 $h: X \rightarrow [0, 1]$ は $\mathcal{B}_X$ 上で測定可能な関数であり、ファジィ積分はあいまい期待値と呼ぶことができる。

Y をもう一つの任意の集合とすると、 X に対する Y の条件付ファジィ測度はある固定された $x \in X$ に対する Y のファジィ測度 $\sigma_Y(\cdot | x)$ である。 Y のファジィ測度 g_Y は以下のように $\sigma_Y(\cdot | x)$ や g_X によって導かれる。

$B \subset Y$ に対して、

$$g_Y(B) = \int_X \sigma_Y(B | x) \circ g_X(\cdot) \quad (6)$$

である。

上式で、 $\sigma_Y(B | x)$ は「 B の要素の一つが、 x によって起こる」というあいまいさの度合を測るものである。 h が Y から $[0, 1]$ への関数であるとき、

$$\sigma_Y(B | x) = \int_Y h_B(y) \circ \sigma_Y(\cdot | x) \quad (7)$$

を得る。同様に(6)式は $A \subset X$ に対して、つぎのように考えられる。

$$g_X(A) = \int_Y \sigma_X(A | y) \circ g_Y(\cdot) \quad (8)$$

ここで、 $\sigma_X(\cdot | y)$ と $\sigma_Y(\cdot | x)$ は次式によって結びつけられる。

$$\int_B \sigma_X(A | y) \circ g_Y(\cdot) = \int_A \sigma_Y(B | x) \circ g_X(\cdot) \quad (9)$$

上の等式は、ベイズの定理に類似している。このことから、 g_X は事前ファジィ測度、 $\sigma_X(\cdot | y)$ は事後ファジィ測度と呼ばれる。

X と Y が有限集合のとき、事後ファジィ測度は(9)式により計算できる。

ここで、 $A = \{x_i\}, B = \{y_j\}$ とすると、

$$\begin{aligned} \sigma_X(\{x_i\} | y_j) \wedge g_Y(\{y_j\}) \\ = \sigma_Y(\{y_j\} | x_i) \wedge g_X(\{x_i\}) \end{aligned} \quad (10)$$

を得る。そして、

$$g_Y(\{y_j\}) = \int_X \sigma_Y(\{y_j\} | x) \circ g_X(\cdot) \quad (11)$$

であることから、 $\sigma_X(\{x_i\} | y_j)$ を以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} \text{i) } g_Y(\{y_j\}) \geq \sigma_Y(\{y_j\} | x_i) \wedge g_X(\{x_i\}) \text{ ならば,} \\ \sigma_X(\{x_i\} | y_j) = \sigma_Y(\{y_j\} | x_i) \wedge g_X(\{x_i\}) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } g_Y(\{y_j\}) = \sigma_Y(\{y_j\} | x_i) \wedge g_X(\{x_i\}) \text{ ならば,} \\ \sigma_X(\{x_i\} | y_j) \geq \sigma_Y(\{y_j\} | x_i) \wedge g_X(\{x_i\}) \end{aligned} \quad (13)$$

ii)の場合、 $\sigma_X(\{x_i\} | y_j)$ は唯一には決まらない。そ

Table 1 Diseases, tests and treatments.

Diseases	
d_1 :	Hypothalamic-pituitary failure (HPF)
d_2 :	Hypothalamic-pituitary dysfunction (HPD)
d_3 :	Ovarian failure (OF)
d_4 :	Genital tract disorder (GTD)
d_5 :	Hyperprolactinemic infertile women with detectable pituitary tumors (HIW)
d_6 :	Hyperprolactinemic infertile women with no detectable pituitary tumors (HIWN)
d_7 :	Hypothalamic-pituitary failure with detectable pituitary tumors (HPPD)
Tests	
Te.1:	Prolactin measurement
Te.2:	Gestagen test
Te.3:	Oestrogen test
Te.4:	Follicle-stimulating hormone (FSH)
Te.5:	Pituitary investigation
Treatments	
Tr.1:	Clomiphene citrate
Tr.2:	Gonadotropin citrate
Tr.3:	Bromocriptin citrate
Tr.4:	Operation for tumors

れゆえ、著者らはつぎのように定める。

$$\sigma x(\{x_i\} | y_j) = [1 + \sigma r(\{y_j\} | x_i)]/2 \quad (14)$$

これは、計算上 λ の値が 1 にならなようにするためと、情報 y_j を重視するためである。

このように、 $gx(\{x_i\})$, $\sigma r(\{y_j\} | x_i)$, $g_r(\{y_j\})$ が既知の場合、 $\sigma x(\{x_i\} | y_j)$ は i) または ii) によって得られる。この $\sigma x(\{x_i\} | y_j)$ は条件付ファジィ密度と呼ばれる。そして、以後(10)~(14)式をファジィ・ベイズの定理と呼ぶことにする。

3. 無排卵患者のための臨床検査と治療

不妊を訴える女性の 3 分の 1 が無排卵であるといわれている。この無排卵による不妊症¹³⁾は医学的に 7 種類の疾患に分類されている。疾患を診断するための 5 種類の臨床検査があり、各疾患を治療するための 4 種類の治療法がある。これらの検査や治療は時間、費用、危険性、効果、患者の精神、肉体的苦痛などの属性を含んでいる。それゆえ、医師は上記の属性を十分に考慮して、どの検査や治療を行うかを決定することが重要である。Table 1 に不妊症の 7 つの疾患、5 つの臨床検査、4 つの治療法を示す。ここでは、WHO Science Group Meeting (Homburg, 1976) で提唱された不妊症の分類法を使用する。

4. 不妊症(無排卵)におけるあいまい意思決定

4.1 あいまい意思決定木

Fig. 1 は無排卵患者(不妊症患者)の臨床検査及び

Fig. 1 Fuzzy decision tree **Fig. 2** Decision path of test Te. i. and treatment Tr. k.**Table 2** Attributes for tests and treatments

θ_1 :	Effectiveness (treatment)
θ_2 :	Risk
θ_3 :	Amount of information (test)
θ_4 :	Time (test)
θ_5 :	Cost
θ_6 :	Mental and physical pains

Table 3 Attributes for treatments.

θ_1' :	Effectiveness
θ_2' :	Risk
θ_3' :	Cost
θ_4' :	Mental and physical pains

治療におけるあいまい意思決定木⁸⁾を示している。この意思決定においては、検査あるいは検査と治療の組み合わせに対して、Table 2 に示す 6 つの属性 $\theta_i (i=1, 2, \dots, 6)$ と治療に対して、Table 3 に示すような 4 つの属性 $\theta_i' (i=1, 2, 3, 4)$ を考える。

“ d_i ”は「患者の病名は疾患 i である」ということを示す。これは検査結果に基づいて医師や病理学者が下すであろう診断を示す。疾患 d_3 と d_4 の属性として唯一の情報 θ_3 が考えられる。それは、それらに対

Table 4 Utilities and levels of attributes

Attributes	u.(θ_i)		
	Good	Normal	Bad
	$\theta_{.1}$	$\theta_{.2}$	$\theta_{.3}$
Effect.	1.0	0.7	0.0
Risk	1.0	0.3	0.0
A. I.	1.0	0.5	0.0
Time	1.0	0.5	0.0
Cost	1.0	0.7	0.0
M. P. P.	1.0	0.3	0.0

する適した治療法が存在しないからである。

ある行動により属性の結果は簡単化のために3つのレベルに分けることにする。すなわち、良いレベル、普通のレベル、悪いレベルである。各レベルの効用は Table 4 に示される。ここで、 θ_n はある属性のレベルが n であることを示す。また、Table 4 の効用は直接医師に質問することによって得た値^{注1)} である。このとき、 $u(\cdot)$ は価値(効用)関数であり、良さの度合を表わすメンバシップ関数としても解釈される¹⁰⁾。

4.2 あいまい期待効用

検査の枝と治療の枝におけるあいまい期待効用はその枝の末端から幹に向かって計算される。まず、検査の枝におけるあいまい期待効用の計算方法を示す。

患者の疾患が d^* であるのに、検査 $Te.i$ によって“ d_j ”と診断され、その後、治療 $Tr.k$ がなされた場合の各属性 $\theta_m(m=1, 2, \dots, 6)$ に対するあいまい期待効用 $u(Te.i, “d_j”, Tr.k)$ は Fig. 2 のパスを通して、以下の式によって計算される。

$$u(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = \int_{\theta} u_m(\theta_m) \circ g_{\theta}(\cdot),$$

$$\theta_m \in \theta, \theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6\} \quad (15)$$

$$u(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \bar{\theta}_6) = \int_{\bar{\theta}_6} u(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_{6n})$$

$$\circ g_{\theta_6}(\cdot)_{Te.i, Tr.k}, \theta_{6n} \in \bar{\theta}_6,$$

$$\bar{\theta}_6 = \{\theta_{61}, \theta_{62}, \theta_{63}\}, 1 \leq n \leq 3 \quad (16)$$

$$u(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6) = \int_{\bar{\theta}_5} u(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_{5n}, \bar{\theta}_6)$$

$$\circ g_{\theta_5}(\cdot)_{Te.i, Tr.k}, \theta_{5n} \in \bar{\theta}_5,$$

$$\bar{\theta}_5 = \{\theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{53}\} \quad (17)$$

$$u(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6) = \int_{\bar{\theta}_4} u(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_{4n}, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6)$$

$$\circ g_{\theta_4}(\cdot)_{Te.i}, \theta_{4n} \in \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_4 = \{\theta_{41}, \theta_{42}, \theta_{43}\} \quad (18)$$

$$u(\theta_1, \theta_2, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6) = \int_{\bar{\theta}_3} u(\theta_1, \theta_2, \theta_{3n}, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6)$$

注1) 医師に十分な時間を与えたあとの単一解答の値である。

$$\circ \sigma_{\theta_3}(\cdot | “d_i”)_{Te.i}, \theta_{3n} \in \bar{\theta}_3,$$

$$\bar{\theta}_3 = \{\theta_{31}, \theta_{32}, \theta_{33}\} \quad (19)$$

ただし、

$$\sigma_{\theta_3}(\{\theta_{3n}\} | “d_j”)_{Te.i} = \int_{D^*} \sigma_{\theta_3}(\{\theta_{3n}\} | d^*)_{Te.i}$$

$$\circ \sigma_{D^*}(\cdot | “d_j”)_{Te.i}, d^* \in D^*,$$

$$D^* = \{d_1^*, d_2^*, d_3^*, \dots, d_i^*\} \quad (20)$$

であり、 $\sigma_{D^*}(\{d_i^* | “d_j”)_{Te.i}$ はつぎの(21), (22)式を用いて得られる。

$$\sigma_{D^*}(\{d_i^* | “d_j”)_{Te.i} \wedge g_D(\{“d_j”)_{Te.i}$$

$$= \sigma_D(\{“d_j”) | d^*)_{Te.i} \wedge g_{D^*}(\{d_i^*})$$

$$D = \{“d_1”, “d_2”, “d_3”, \dots, “d_i”\} \quad (21)$$

$$g_D(\{“d_j”)_{Te.i} = \int_{D^*} \sigma_D(\{“d_j”) | d^*)_{Te.i} \circ g_{D^*}(\cdot),$$

$$d^* \in D^* \quad (22)$$

$$u(\theta_1, \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6) = \int_{\bar{\theta}_2} u(\theta_1, \theta_{2n}, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6)$$

$$\circ \sigma_{\theta_2}(\cdot | “d_j”)_{Te.i, Tr.k},$$

$$\theta_{2n} \in \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_2 = \{\theta_{21} = \theta_{22} \cdot \theta_{23}\} \quad (23)$$

ただし、

$$\sigma_{\theta_2}(\{\theta_{2n}\} | “d_j”)_{Te.i, Tr.k}$$

$$= \int_{D^*} \sigma_{\theta_2}(\{\theta_{2n}\} | d^*)_{Te.i, Tr.k} \circ \sigma_{D^*}(\cdot | “d_j”)_{Te.i}$$

$$\quad (24)$$

である。

$$u(Te.i, “d_j”, Tr.k) = \int_{\theta_1} u(\theta_{1n}, \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6)$$

$$\circ \sigma_{\theta_1}(\cdot | “d_j”)_{Tr.k},$$

$$\theta_{1n} \in \theta_1, \theta_1 = \{\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}\} \quad (25)$$

ただし、

$$\sigma_{\theta_1}(\{\theta_{1n}\} | “d_j”)_{Tr.k} = \int_{D^*} \sigma_{\theta_1}(\{\theta_{1n}\} | d^*)_{Tr.k}$$

$$\circ \sigma_{D^*}(\cdot | “d_j”)_{Te.i} \quad (26)$$

である。

ここで、下線のついたファジィ測度は医師の知識などから得られたあいまい情報であり、上線のついた属性はその属性のレベルによるあいまい期待値の計算を意味する。 $u_m(\theta_m)$ は属性 θ_m の効用関数である。 $g_{\theta}(\{\theta_m\})$ は属性 θ_m の重視度のファジィ密度であり、各属性や属性のいくつかの組み合わせに対する重視度を医師に尋ねることにより、 λ -ファジィ測度で測られる。このファジィ密度を Table 5 に示す。

$g_{\theta_4}(\{\theta_{4n}\})_{Te.i}$ は検査 $Te.i$ に要する時間(属性 θ_4)

Table 5 Grades of importance of attributes

Attributes	Grades
	$g_\sigma(\{\theta\})$
Effect.	0.40
Risk	0.29
A. I.	0.45
Time	0.05
Cost	0.05
M. P. P.	0.11

Table 6 Fuzzy densities for mental and physical pains

Actions	$g\theta_\sigma(\{\theta_\sigma\})_{Te.i,Tr.k}$		
	θ_{e1}	θ_{e2}	θ_{e3}
Te. 1, Tr. 1	0.80	0.30	0.10
Te. 1, Tr. 2	0.50	0.30	0.20
Te. 1, Tr. 3	0.35	0.28	0.15
Te. 1, Tr. 4	0.18	0.24	0.45
Te. 2, Tr. 1	0.80	0.30	0.10
Te. 2, Tr. 2	0.50	0.30	0.20
Te. 2, Tr. 3	0.35	0.28	0.15
Te. 2, Tr. 4	0.18	0.25	0.45
Te. 3, Tr. 1	0.75	0.25	0.15
Te. 3, Tr. 2	0.45	0.25	0.25
Te. 3, Tr. 3	0.30	0.25	0.20
Te. 3, Tr. 4	0.12	0.22	0.50
Te. 4, Tr. 1	0.80	0.30	0.10
Te. 4, Tr. 2	0.50	0.30	0.20
Te. 4, Tr. 3	0.35	0.28	0.15
Te. 4, Tr. 4	0.18	0.25	0.45
Te. 5, Tr. 1	0.60	0.30	0.20
Te. 5, Tr. 2	0.35	0.30	0.30
Te. 5, Tr. 3	0.30	0.28	0.20
Te. 5, Tr. 4	0.15	0.25	0.50

のレベルが θ_{4n} である度合を、 $g\theta_\sigma(\{\theta_{5n}\})_{Te.i,Tr.k}$, $g\theta_\sigma(\{\theta_{6n}\})_{Te.i,Tr.k}$ は検査 Te. i と治療 Tr. k の組に対して生じる費用 (θ_{5n}) と精神的肉体的苦痛 (M. P. P, θ_{6n}) の度合を表わすファジィ密度である。例として、**Table 6** に検査と治療による精神的肉体的苦痛の度合を表わすファジィ密度を示す。 $\sigma_{\theta_1}(\{\theta_{1n}\} | d^*)_{Tr.k}$, $\sigma_{\theta_2}(\{\theta_{2n}\} | d^*)_{Te.i,Tr.k}$, $\sigma_{\theta_3}(\{\theta_{3n}\} | d^*)_{Te.i}$, $\sigma_D(\{“d_j”\} | d^*)_{Te.i}$ は、それぞれ、実際に患者の疾患が d^* であるとき、治療 Tr. k の有効性 (θ_{1n}), 検査 Te. i と治療 Tr. k の組による危険性 (θ_{2n}), 検査 Te. i によって得る情報 (A. I., θ_{3n}), 検査 Te. i によって疾患 “ d_j ” と診断される度合を表わす条件付ファジィ密度である。これらのファジィ密度は医師の医学的知識や経験に基づいて、 λ -ファジィ測定で測られ、医師の知識データベースとして蓄積される。

(19), (23), (25) 式の $\sigma_{\theta_1}(\{\theta_{1n}\} | “d_j”)_{Tr.k}$, $\sigma_{\theta_2}(\{\theta_{2n}\} |$

“ d_j ”) $_{Te.i,Tr.k}$, $\sigma_{\theta_3}(\{\theta_{3n}\} | “d_j”)_{Te.i}$ は、それぞれ、検査 Te. i のあと、患者の疾患が “ d_j ” であると診断され、それから治療 Tr. k がなされた場合に生じる属性 θ_{1n} , θ_{2n} , θ_{3n} の度合を表わす条件付ファジィ密度である。それらは、問診によって医師が決める患者の疾患の度合を表わす事前ファジィ密度 $g_{D^*}(\{d^*\})$ と $\sigma_D(\{“d_j”\} | d^*)_{Te.i}$ を既知として、ファジィ・ベイズの定理によって得られた事後条件付ファジィ密度 $\sigma_{D^*}(\{d^*\} | “d_j”)_{Te.i}$ を (20), (24), (26) 式に代入することで求められる。このとき、 $g_D(\{“d_j”\})_{Te.i}$ は検査 Te. i のあと “ d_j ” と診断される度合を表わすファジィ密度である。

(15) 式は意思決定理論の多属性効用関数に対応し、この式によって、属性のすべてのレベルの組み合わせに対するあいまい効用値が計算される。そして、これらの値を用いて、(16) 式以降、各属性に対するあいまい期待値が計算される。

つぎに、患者の疾患が d^* のとき、治療 Tr. k がなされた場合のあいまい期待効用 $u(d^*, Tr. k)$ も先に述べたのと同様に計算される。しかし、治療の枝では検査がないため、あいまい期待効用の計算には “ d_j ” はに現われない。そのかわり、属性 θ'_1 (治療の有効性), θ'_2 (治療の危険性) に対するあいまい期待値の計算において、 d^* が現われる。つまり、 $\sigma_{\cdot}(\{\cdot\} | “d_j”)$ のかわりに $\sigma_{\cdot}(\{\cdot\} | d^*)_{Tr.k}$ を用いる。

以上により、検査の枝と治療の枝におけるあいまい期待効用が求まると、つぎの段階を経て各行動に対するあいまい期待効用が計算される。

step 1. $u(Te. i, “d_j”) = \max_k u(Te. i, “d_j”, Tr. k)$,

$$1 \leq i \leq 5, 1 \leq j \leq 7 \quad (27)$$

step 2. $u(Te. i) = \int_D u(Te. i, “d”) \circ g_D(\cdot)_{Te.i}$,

$$“d” \in D, 1 \leq i \leq 5 \quad (28)$$

step 3. $u(Tr. k) = \int_{D^*} u(d^*, Tr. k) \circ g_{D^*}(\cdot)$,

$$d^* \in D^*, 1 \leq k \leq 4 \quad (29)$$

すべての検査と治療に対し、行動の良さの度合を表わすあいまい期待効用がわかれば、医師は各行動のあいまい期待効用を考慮して、ある行動を選択するであろう。おそらく、医師によって最良と思われる行動は効用値が最も高い値を示す行動になると思われるが、効用値によっては効用が最高でない行動を選ぶことも考えられる。それは、 λ -ファジィ測度の性質からあいまい期待効用の値に意味があり、効用値の大きななどの行動も医師によって選択されうる行動となるからである。

```
...SYSTEM STARTED 12-1
* GRADE OF EACH GROUP *
```

```
a) HPF = .40
    HPD = .60
    OF = .40
    GTD = .05
    HIW = .70
    HIWN = .70
    HPFD = .40
```

```
...TREATMENTS' CALCULATION STARTED
... // ENDED
...TESTS' CALCULATION STARTED
... // ENDED
* UTILITY OF EACH ACTION *
```

```
PROLACTIN TEST = .7000
GESTAGEN TEST = .7999
OESTROGEN TEST = .7714
FSH TEST = .6908
PITUITARY INV. = .7000
```

```
b) CLOMIPHENE CITRATE = .7000
    GONADOTROPIN CITRATE = .7000
    BROMOCRIPTIN CITRATE = .7000
    OPERATION FOR TUMORS = .5665
```

```
...SYSTEM ENDED
```

Fig. 3 Output-1 of computer simulation

なお、この節での λ -ファジィ測度は簡単化のため、単調性確認のもとに、ファジィ密度や2つの要素からなる部分集合の測度を、直接医師に日々をかねて数回質問して得たデータの代表値を用いて同定されたものである。

4.3 あいまい意思決定の不妊症への応用

医師から得られた様々な種類の医学的情報は、ファジィ測度を用いて表現され、知識データベースとして蓄積される。患者の疾患の度合を表わす事前あいまい密度がこの意思決定分析の入力として、医師によって直接与えられる。これは、患者に対しての問診や前に述べた5つの臨床検査を除く簡単な検査をした後での各疾患の度合を表わしている。

ある1人の患者(HIWN)の臨床記録に従ったコンピュータ・シミュレーションの出力結果を Fig. 3, 4, 5 に示す。Fig. 3 において、a)は各疾患の事前あいまい密度であり、b)は各行動のあいまい期待効用である。この場合、最良の行動はゲシュターゲン検査と思われる。医師が行う実際の行動はこのシステムの出

```
...SYSTEM STARTED 12-2
* GRADE OF EACH GROUP *
```

```
c) HPF = .20
    HPD = .70
    OF = .10
    GTD = .05
    HIW = .50
    HIWN = .60
    HPFD = .20
```

```
...TREATMENTS' CALCULATION STARTED
... // ENDED
...TESTS' CALCULATION STARTED
... // ENDED
* UTILITY OF EACH ACTION *
```

```
PROLACTIN TEST = .8000
OESTROGEN TEST = .6908
FSH TEST = .6908
PITUITARY INV. = .7000
```

```
d) CLOMIPHENE CITRATE = .7000
    GONADOTROPIN CITRATE = .6849
    BROMOCRIPTIN CITRATE = .6000
    OPERATION FOR TUMORS = .5665
```

```
...SYSTEM ENDED
```

Fig. 4 Output-2 of computer simulation

力結果と同じゲシュターゲン検査であった。患者に対して、プロゲステロン様化合物の投与の後、消退出血があれば、HPD, HIW, HIWN の可能性が高く、なければ、HPF, OF, GTD, HPFD のいずれかの可能性が考えられる。Fig. 4 の c)は、実際にゲシュターゲン検査(プロゲステロン様化合物投与、消退出血あり)後に、医師によって再評価された各疾患のファジィ密度である。このファジィ密度は再びこのシステムに入力され、d)のように各行動のあいまい期待効用が計算される。d)より、医師はゲシュターゲン検査の後、最良の代替案であるプロラクチン検査をつぎの段階の行動として選ぶことができる。プロラクチン検査によって、測定値が高いならば、HIW, HIWN の可能性があり、普通ならば、他の疾患が考えられる。Fig. 5 はプロラクチン検査(高値)の後、ブロモクリプチン療法が最良な行動であることを示している。コンピュータ・シミュレーションによって得られるこれらの最良な一連の行動は、医師が患者に対して実際に行うのと同じである。

患者の臨床記録をもとに、43のサンプルにこの分析

```

...SYSTEM STARTED 12-3
* GRADE OF EACH GROUP *

      HPF   = .10
      HPD   = .10
      OF    = .10
      GTD   = .05
      HIW   = .60
      HIWN  = .75
      HPFD  = .10

...TREATMENTS' CALCULATION STARTED
...          //          ENDED
...TESTS' CALCULATION STARTED
...          //          ENDED
* UTILITY OF EACH ACTION *

      OESTROGEN TEST      = .6716
      FSH      TEST      = .6908
      PITUITARY INV.      = .7000

      CLOMIPHENE CITRATE = .7000
      GONADOTROPIN CITRATE = .7000
      BROMOCRIPTIN CITRATE = .7412
      OPERATION FOR TUMORS = .5665

...SYSTEM ENDED

```

Fig. 5 Output-3 of computer simulation

を応用すると、それらのうちの30例がこのシステムによる最良な行動と医師の実際の行動との間に一致をみた。また、二番目の最良な行動と医師の行動と一致したものが7例あった。このシステムを使用した医師から、このシステムは医師と同じような行動を提示し、医師の医学的判断や意思決定を支援するための有効な道具となりうるというコメントをいただいた。

なお、ファジィ測度や効用値 (Table 4) の意思決定結果に与える影響を調べるために、Table 4 の普通のレベルの値のみをすべての属性に対して0.5にし、Table 5 の効果の重視度を0.75として意思決定を行った。その結果、値を変えない場合に比べ、行動の良さを表わす度合に上下の変化 (± 0.09 以内) はあるものの、良さの度合の順序はほとんどかわらなかった。ただし、OF と GTD の疾患の患者に対しては良さの度合の順序が変わるのが2例あった。このことから、医師から得られた Table 4, 5 などの値は医師の考えうる妥当な範囲内であれば、医師の決定にあまり影響を及ぼさないといえる。

最後に、あいまい意思決定分析の応用面における他の手法との違いについて簡単に述べる。あいまい意思

決定分析においては、ファジィ測度が加法性を要求されないことから、効用理論よりもあいまい意思決定分析のほうが、属性の重視度や知識データ・ベースなどのファジィ測度の同定が簡単である。そしてまた、効用関数も直接医師から容易に得られる。しかし、意思決定結果を医師が評価した後の知識データ・ベースの修正は人工知能を応用したもの²⁾に比べ容易ではない。それは、行動の良さの度合を表わすあいまい期待効用が $\max \cdot \min$ 演算を基本とするファジィ積分によって計算されるため、どの知識データがその意思決定結果に大きな影響を与えているのか特定するのが容易でないからである。だが、著者らは二度の修正を行った。

5. あとがき

不妊症の検査や治療の選択における意思決定問題において、本論文で開発されたあいまい意思決定分析の手法は、医師の判断を支援するための有効な道具となることがわかった。この手法は費用、時間、苦痛などの、検査や治療によって生じる多くの面を含み、しかも、医師によって評価されるあいまい効用やファジィ密度という形であいまい医療情報を取り扱っている。このシステムを実現性の面からみると、1回の意思決定結果の提示までに要する時間が1 MIPS^{注2)}の処理能力を持つ計算機で十数秒かかるため、1 MIPS以上の処理能力を持つ計算機上で実現可能である。

今後の課題としては、あいまい意思決定分析の手法をより有益な役立つ道具とするために、考える意思決定木の深さや他の属性についても考慮する必要があると思われる。

参考文献

- 1) L.B. Lusted: Introduction to Medical Decision Making, Charles C. Thomas (1968)
- 2) E. Shortliffe: Computer-Based Medical Consultations: MYCIN, Elsevier (1976)
- 3) R. Davis, B. Buchanan and E. Shortliffe: Production Rules as a Representation for a Knowledge-Based Consultation Program, Artificial Intelligence, 8-1, 15/45 (1977)
- 4) A.O. Esogbue and R.C. Elder: Fuzzy Sets and Modelling of Physician Decision Processes, Part I: The Initial Interview-Information Gathering Session, Fuzzy Sets and Systems, 2-4, 279/291 (1979)
- 5) A.O. Esogbue and R.C. Elder: Fuzzy Sets and Modelling of Physician Decision Processes, Part II: Fuzzy Diagnosis Decision Models, Fuzzy Sets and Systems, 3-1, 1/9 (1980)
- 6) E. Sanchez: Medical Diagnosis and Composite Fuzzy

注2) MIPS: Million Instruction Per Second, 1秒間あたりの実行命令数。

- Relations, in *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*, 437/444, North-Holland (1979)
- 7) D.P. Sanchez: A Decision Analysis Model for a Serious Medical Problem, *Management Science*, **26**-7, 707/718 (1980)
- 8) A.S. Ginsberg and F.L. Offensend: An Application of Decision Theory to a Medical Diagnosis-Treatment Problem, *IEEE Trans. SSC*, **SSC-4**-3, 335/392 (1968)
- 9) R.L. Keeney: Multiplicative Utility Functions, Technical Report No. 72, Operation Reseach Center, M.I.T. (1972)
- 10) 菅野: あいまいさをもつ決定問題, 計測自動学会論文集, **11**-6, 85/90 (1975)
- 11) M. Sugeno: Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications, Doctoral Dissertation of T.I.T. (1974)
- 12) T. Terano and M. Sugeno: Conditional Fuzzy Measures and Their Applications, in *Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes*, 151/169, Academic Press (1975)
- 13) B. Luenenseld and V. Insler: Diagnosis and Treatment of Functional Infertility, Glosse Verlag (1978)
-