特定の操作端に関する Integrity を考慮した状態 フィードバック系の設計[†]

藤 田 政 之*・示 村 悦二郎**

A Design Method of a Linear State Feedback System Possessing Integrity Against the Specified Actuator Failure

Masayuki FUJITA* and Etsujiro SHIMEMURA**

This paper is concerned with a method of a synthesis of a linear multi-input state feedback control system which possesses integrity with respect to the failure in the specified input channels. The method uses a positive semidefinite matrix which satisfies a kind of Riccati type equation and the system is stabilized with the desired degree of stability as well as possessing integrity against specified actuator failure. Furthermore, it is shown that the closed-loop system has some good properties of a feedback control system such as enough stability margin and low sensitivity, using the minimum singular value of the return difference and inverse-return difference matrices. Finally the effectiveness of the method is demonstrated with a numerical example.

Key Words: integrity, robust control, optimal regulator, multivariable control systems, control systems design

1. はじめに

操作端および検出端がそれぞれ複数個存在する多変数フィードバック制御系において、一部のフィードバック信号経路に切断が生じた場合、制御系全体がどのような影響を受けるかを把握することは一般に困難で

ある。しかしながらそのような事態が生じた場合においても、制御系にとって最も基本的な要求である安定性は常に保持されているべきであり、特にこの性質を満足するフィードバック系は、integrity (保全性) を有するフィードバック系と呼ばれている¹⁾。Integrity を有する制御系を構成する問題については、まず周波数領域における議論に基づいて Belletrutti ら²⁾によって考察がなされている。一方、状態空間法に基づいては、任意の操作端に対して故障の可能性を仮定した場合について、リアプノフ方程式の解を用いた状態フィードバック制御則の優れていることが報告されている³⁾⁻⁵⁾。これに対して筆者らは、あるリカッチ形方程式の解を用いる手法を提案した⁶⁾。これらの手法はそのループ伝達関数の正実性と密接な関係があることが知られている⁶⁾。

ところが、このように任意のフィードバック入力信号経路に切断の可能性があるとする、もともと制御対象が安定である必要があり、また構成されるフィードバック制御系の制御性能についても明確な評価を行うことが難しい。ところで実際の制御系においては、特に重要であると思われる操作端については一般に十分な冗長管理が施されており、事実上故障による信号経路の切断の可能性はないとみなせる場合が多い。したがってこのとき、必ずしも十分な冗長管理が行われていない操作端についてのみ故障による信号経路の切断の可能性があるとして、これら特定の信号経路が切れた場合でも制御系全体が安定性を保つようにすればよいと考えられる。ただしこのような場合は、切断の可能性のない入力信号経路が存在するわけであるから、さらに系全体の制御性能をも評価できることが実用上望ましい。したがって、特定の操作端に対して integrity を保障し、同時に系全体の特性を評価でき

[†] 第 7 回 Dynamical System Theory シンポジウムで発表 (昭 59・12)

* 金沢大学工学部 金沢市小立野 2-40-20

** 早稲田大学理工学部 東京都新宿区大久保 3-4-1

* Faculty of Technology, Kanazawa University, Kanazawa

** Faculty of Science and Engineering, Waseda University, Shinjuku-ku, Tokyo

(Received October 11, 1984)

(Revised August 21, 1985)

る制御則について考察することが重要となる。

本論文では、複数個存在する操作端のうち故障の生じることがないとみなすことのできる操作端と、そうでない操作端に分けて、このうち故障により切断の可能性のある信号経路が切れた場合でも制御系全体の安定性が保たれ、またさらに系全体の特性を評価できるような状態フィードバック系の構成について考察する。先にも述べたように、integrity を考慮した制御則の構成にはリアプノフ方程式を用いる方法が有効である^{3)~5)}。一方、リカッチ方程式を利用すると、安定度を指定する制御則¹²⁾や安定余有を指定する制御則¹³⁾を構成できることが知られており、制御系の特性を向上させることが可能となる。そこでこれらの結果に基づいて、ここで示す構成法は基本的に、故障の生じない操作端に対してはリカッチ方程式の解を用いて系の特性を向上させる制御を施し、故障の可能性のある操作端に対してはリアプノフ方程式の解を用いて integrity を保障する制御を施すものである。しかしながらこの構成法は、特定の操作端に対して integrity を保障すると同時に、制御系全体の性能を評価する点に重点が置かれている。以下では、第2章で問題の記述を行ない、第3章で特定の操作端に関する integrity を考慮した安定化法とその安定度について考える。第4章では構成された状態フィードバック系の安定余有および感度特性について述べ、第5章で具体的な数値例を用いて、本方法の有効性を示す。

2. 問題の記述

つぎの線形定係数システムを考える。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.1)$$

$$= Ax + \sum_{i=1}^2 B_i v_i \quad (1.2)$$

ただし $x \in R^n$, $u \in R^r$, $v_1 \in R^p$, $v_2 \in R^q$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times r}$, $B_1 \in R^{n \times p}$, $B_2 \in R^{n \times q}$ で

$$u = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} p \\ \dots \\ q \end{matrix} \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} p & q \\ \hline \end{matrix} \quad (3)$$

$$p+q=r, \quad p \geq 1 \quad (4)$$

であるとする。また (A, B_1) は安定化可能とする。ここで二つに分割された入力行列のうち、 B_1 は故障が生じないとみなすことのできる操作端に対応しており、 B_2 は故障の可能性のある操作端に対応しているものとする。また A が漸近安定であるならば $p=0$ としてもよい。

このように記述されるシステム(1)に対して状態フ

Fig. 1 System $\tilde{\Sigma}_1$ under the failure in the specified input channels

ードバック入力

$$u = Kx \quad (5.1)$$

すなわち

$$v_i = K_i x, \quad i=1, 2 \quad (5.2)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} p \\ \dots \\ q \end{matrix} \quad (6)$$

を加えることを考える。ただし $K \in R^{r \times n}$, $K_1 \in R^{p \times n}$, $K_2 \in R^{q \times n}$ である。このとき構成される状態フィードバック系は

$$\dot{x} = (A + BK)x \quad (7.1)$$

$$= \left(A + \sum_{i=1}^2 B_i K_i \right) x \quad (7.2)$$

と書かれる。

ここで信号経路の接続状態を表わすために、つぎのような“switching matrix”

$$L_s = \begin{bmatrix} \delta_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \delta_q \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & (\text{信号経路の通常動作}) \\ 0 & (\text{信号経路の切断}), \quad i=1, \dots, q \end{cases}$$

を導入する。またこのようなすべての L_s によってつくられる集合を $\mathcal{L}$ と書くことにする。すると、 B_2 に対応する操作端の故障により信号経路が切断される場合を考慮に入れたシステムは(1)式より

$$\dot{x} = Ax + B_1 v_1 + B_2 L_s v_2, \quad L_s \in \mathcal{L} \quad (9)$$

となる。また状態フィードバック入力を加えたシステムは(7)式より

$$\dot{x} = (A + B_1 K_1 + B_2 L_s K_2) x, \quad L_s \in \mathcal{L} \quad (10)$$

と書くことができる (Fig. 1)。(9)式および(10)式において $L_s = I_q \in \mathcal{L}$, すなわち $\delta_i = 1, i=1, \dots, q$, とすると、これはすべての入力信号経路が正常に動作している場合を表わしていることから、これらのシステムは(1)式および(7)式のシステムと等価となる。

3. Integrity を考慮した安定化と安定度

ここではシステム(1)を安定化し、さらに任意の

$L_i \in \mathcal{L}$ に対してシステム(10)が安定性を保つような状態フィードバック入力として

$$u = Kx, \quad K = -B^T P \quad (11.1)$$

すなわち

$$v_i = K_i x, \quad K_i = -B_i^T P, \quad i=1, 2 \quad (11.2)$$

を考える。ただし $P \in R^{n \times n}$ は代数方程式

$$P(A + \varepsilon I) + (A + \varepsilon I)^T P - PB\Gamma B^T P + D^T D = 0 \quad (12)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \xrightarrow{p} & \xrightarrow{q} \\ \gamma I_p & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow p \\ \uparrow q \end{matrix} \in R^{r \times r}, \quad D \in R^{l \times n} \quad (13)$$

$$\varepsilon \geq 0, \quad \gamma > 0 \quad (14)$$

を満足する実対称準正定行列である。

状態フィードバック入力(11)を加えたときのシステムを Σ_1 とすると、(1), (11)式より

$$\Sigma_1: \dot{x} = (A - BB^T P)x \quad (15)$$

となる。また信号径路の切断を考慮に入れたシステムを $\tilde{\Sigma}_1$ とすると(9), (11)式より

$$\tilde{\Sigma}_1: \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 v_1 + B_2 L_2 v_2 \\ v_i = -B_i^T P x, \quad i=1, 2 \end{cases} \quad (16)$$

と書くことができる。まず必要となる補題を示す。

【補題1】²⁾

ある実数 $\rho > 0$ と行列 D, E, F に対してつぎの関係が成立しているとする。

$$D^T D + \rho E^T E = F^T F \quad (17)$$

このとき (A, D) が検出可能であるならば、任意の適当な行列 G に対して、 $(A + GE, F)$ も検出可能である。

この補題1を用いるとつぎの二つの補題が得られる。ただし $\lambda(\cdot)$ は行列の固有値を表わす。

【補題2】

ある実数 $\varepsilon \geq 0$ に対して $(A + \varepsilon I, B)$ は安定化可能、 $(A + \varepsilon I, D)$ は検出可能であるとする。このとき、 $0 < \gamma < 2$ ならば

$$Re \lambda_i(A - BB^T P) < -\varepsilon, \quad i=1, \dots, n \quad (18)$$

である。ただし P は代数方程式

$$P(A + \varepsilon I) + (A + \varepsilon I)^T P - \gamma P B B^T P + D^T D = 0 \quad (19)$$

を満足する唯一の実対称準正定行列である。

(証明)

(19)式を変形すると

$$P\tilde{A} + \tilde{A}^T P + D^T D + (2 - \gamma)PBB^T P = 0$$

となる。ただし $\tilde{A} = A + \varepsilon I - BB^T P$ である。いま仮定より $(A + \varepsilon I, D)$ は検出可能であり、 $0 < \gamma < 2$ であるから、補題1において $\rho = 2 - \gamma > 0$, $E = B^T P$, $F^T F = D^T D + (2 - \gamma)PBB^T P$ とおけば、 $(\tilde{A}, F)$ も検出可能となることがわかる。したがって、 $\tilde{A}$ は漸近安定となり

$$Re \lambda_i(A + \varepsilon I - BB^T P)$$

$$= Re \lambda_i(A - BB^T P) + \varepsilon < 0, \quad i=1, \dots, n$$

が成立する。□

【補題3】

ある実数 $\varepsilon \geq 0$ に対して $A + \varepsilon I$ は漸近安定であるとする。このとき任意の実対称準正定行列 $M \in R^{n \times n}$ に対して

$$Re \lambda_i(A - MP) < -\varepsilon, \quad i=1, \dots, n \quad (20)$$

である。ただし P は代数方程式

$$P(A + \varepsilon I) + (A + \varepsilon I)^T P + H^T H = 0 \quad (21)$$

を満足する唯一の実対称準正定行列である。

(証明)

$A + \varepsilon I$ は漸近安定であることから、 $(A + \varepsilon I, H)$ は検出可能である。(21)式を変形すると

$$P\hat{A} + \hat{A}^T P + H^T H + 2PMP = 0$$

となる。ただし $\hat{A} = A + \varepsilon I - MP$ である。ここで $F^T F = H^T H + 2PMP$ とおけば補題2の証明と同様にして、 $(\hat{A}, F)$ は検出可能であることがわかる。したがって $\hat{A}$ は漸近安定となり、再び補題2の証明と同様にして

$$Re \lambda_i(A - MP) + \varepsilon < 0, \quad i=1, \dots, n$$

が成立する。□

以上の準備のもとでシステム $\tilde{\Sigma}_1$ の安定性について考える。また安定な行列 A_* がある実数 $\alpha \geq 0$ に対して

$$Re \lambda_i(A_*) < -\alpha, \quad i=1, \dots, n$$

であるとき、 A_* を安定度 α で安定であるという。

《定理1》

ある実数 $\varepsilon \geq 0$ に対して $(A + \varepsilon I, B_1)$ は安定化可能、 $(A + \varepsilon I, D)$ は検出可能であるとする。このとき $0 < \gamma < 2$ ならば、任意の $L_i \in \mathcal{L}$ に対して、システム $\tilde{\Sigma}_1$ は安定度 ε で安定である。

(証明)

(12)式を書き直すと

$$P(A + \varepsilon I) + (A + \varepsilon I)^T P - \gamma P B_1 B_1^T P + D^T D = 0 \quad (22)$$

となるが、仮定よりこの方程式の実対称準正定解が唯一つ存在することがわかる。すると $0 < \gamma < 2$ であることから補題2より

$$Re \lambda_i(A - B_1 B_1^T P) < -\varepsilon, \quad i=1, \dots, n \quad (23)$$

となることがわかる。ここで $A_1 = A - B_1 B_1^T P$ 、とくと(23)式より、 $A_1 + \varepsilon I$ は漸近安定である。

そこで(22)式を変形すると

$$P(A_1 + \varepsilon I) + (A_1 + \varepsilon I)^T P + D^T D + (2 - \gamma)P B_1 B_1^T P = 0$$

となるが、ここで $0 < \gamma < 2$ より $H^T H = D^T D + (2 - \gamma)P B_1 B_1^T P$ とおけば、補題3より任意の実対称準正定行列 M に対して

$$\operatorname{Re} \lambda_i(A_1 - MP) < -\varepsilon, \quad i=1, \dots, n$$

が成り立つ。ところがすべての $L_s \in \mathcal{L}$ は実対称準正であることから、 $M = B_2 L_s B_2^T$ とおけば

$$\operatorname{Re} \lambda_i(A_1 - B_2 L_s B_2^T P)$$

$= \operatorname{Re} \lambda_i(A - B_1 B_1^T P - B_2 L_s B_2^T P) < -\varepsilon, \quad i=1, \dots, n$ を得る。□

この定理によりシステム Σ_1 は B_2 に対応する任意の操作端の故障によりフィードバック信号が切断されたとしても、安定度 ε で安定性を保持することが明らかになった。すなわち、システム Σ_1 は B_2 に対応する操作端に関して integrity を有していることがわかる。また、いま (A, B_1) は安定化可能であるから適当な実数 $\varepsilon \geq 0$ および行列 D が存在し、必ず $(A + \varepsilon I, B_1)$ の安定化可能性と $(A + \varepsilon I, D)$ の検出可能性は満たされる。さらに (A, B_1) が安定化可能であるだけでなく可制御であるならば、任意の $\varepsilon \geq 0$ に対し条件を満たすことができるので、この場合には実数 ε を安定度を指定するための設計パラメータとして用いることにより、任意の指定した安定度でシステム (1) を安定化することが可能となる。

いま、ただ単に操作端 v_2 に対して integrity を保証するだけならば、まず操作端 v_1 により安定化を行ない、つぎに操作端 v_2 には従来の結果からリアプノフ方程式の解を用いた状態フィードバック制御を施してもよい。これに対して、方程式 (12) を用いる本方法は単に操作端 v_2 に対して integrity を有しているだけでなく、上述のように安定度の評価が可能となり、またさらに重要な点として系全体の安定余有および感度特性に関しても、つぎに示されるように望ましい性質を備えているという特長がある。

4. 安定余有と感度特性

ここではシステム Σ_1 のループ伝達関数を用いて、安定余有や感度特性などのフィードバック制御系としての特長について考察する。そこで Σ_1 のループ伝達関数を

$$G(s) = B^T P(sI - A)^{-1} B \quad (24)$$

とし、また以下では $\sigma(\cdot)$ は最大特異値を、 $\underline{\sigma}(\cdot)$ は最小特異値を表わすものとする⁹⁾。まず必要な補題を示す。

[補題 4]

行列 $V \in C^{r \times r}$ と実数 $\beta \geq 0$ に対してつぎの関係がある。

$$\text{i) } V^* V \geq \beta I \text{ のとき, } \underline{\sigma}(V) \geq \beta^{1/2} \quad (25)$$

$$\text{ii) } V^* + V \geq \beta I \text{ のとき, } \underline{\sigma}(V) \geq \frac{1}{2} \beta \quad (26)$$

証明は、i) は明らかである。ii) は Laub⁹⁾ によって示されている。このとき Σ_1 のループ伝達関数を用いてつぎの結果が導かれる。

【定理 2】

1) $0 < \gamma < 2$ であり、 $G(j\omega)$ は正則であるとする。

このとき

$$\underline{\sigma}(I + G^{-1}(j\omega)) \geq 1 - \frac{1}{2} \gamma, \quad \forall \omega \geq 0 \quad (27)$$

2) $0 < \gamma \leq 1$ のとき

$$\underline{\sigma}(I + G(j\omega)) \geq 1, \quad \forall \omega \geq 0 \quad (28)$$

(証明)

まず (12) 式より

$$PA + A^T P - \gamma PBB^T P + \tilde{Q} = 0 \quad (29)$$

となる。ただし $\tilde{Q} = D^T D + 2\varepsilon P + \gamma PB_2 B_2^T P \geq 0$ である。いま (29) 式を変形すると

$$P(sI - A) + (sI - A^T)P + \gamma PBB^T P = \tilde{Q} + 2\operatorname{Res} \cdot P \quad (30)$$

を得るが、(30) 式の左から $\{(sI - A)^{-1} B\}^*$ 、右から $\{(sI - A)^{-1} B\}$ をかけると

$$G^*(s) + G(s) + \gamma G^*(s)G(s) = W(s) \quad (31)$$

となる。ただし $W(s) = \{(sI - A)^{-1} B\}^* (\tilde{Q} + 2\operatorname{Res} \cdot P) \{(sI - A)^{-1} B\}$ である。ここで $s = j\omega$ とおくと $\tilde{Q} \geq 0$ であることから、 $W(j\omega) \geq 0$ となり

$$G^*(j\omega) + G(j\omega) + \gamma G^*(j\omega)G(j\omega) \geq 0 \quad (32)$$

が成立する。

1) $G(j\omega)$ は正則であるから、(32) 式に左から $\{G^{-1}(j\omega)\}^*$ 、右から $G^{-1}(j\omega)$ をかけると

$$G^{-1}(j\omega) + \{G^{-1}(j\omega)\}^* + \gamma I \geq 0 \quad (33)$$

となる。(33) 式の両辺に $2I$ を加えて変形すると

$$\{I + G^{-1}(j\omega)\}^* + I + G^{-1}(j\omega) \geq (2 - \gamma)I$$

を得る。いま $0 < \gamma < 2$ より $2 - \gamma > 0$ であるから、補題 4 の ii) より (27) 式が導かれる。

2) (32) 式の両辺に I を加えて変形すると

$$\begin{aligned} I + G^*(j\omega) + G(j\omega) + G^*(j\omega)G(j\omega) \\ \geq I + (1 - \gamma)G^*(j\omega)G(j\omega) \end{aligned} \quad (34)$$

となる。いま $0 < \gamma \leq 1$ であるから (34) 式より

$$(I + G(j\omega))^* (I + G(j\omega)) \geq I$$

を得る。すると補題 4 の i) より (28) 式が導かれる。[

定理 2 の 1) からシステム Σ_1 の安定余有についてつぎのことがいえる。 Σ_1 のループ伝達関数がなんらかの不確かさにより

$$\hat{G}(s) = (I + \Delta G(s))G(s) \quad (35)$$

と乗法的変動を受けたとし、この閉ループ系を $\hat{\Sigma}_1$ と書くことにする (Fig. 2)。ここで変動項 $\Delta G(s)$ は真にプロパーで、与えられたある許容限界関数 $l(\omega)$ に対して、つぎの二つの条件 a), b) を満たすものとする

 Fig. 2 System Σ_1 with multiplicative perturbation

る.

- a) $\sigma(\Delta G(j\omega)) < l(\omega), \forall \omega \geq 0$
 b) ΔG は G の特性多項式の $\text{Res} \geq 0$ における零点の個数を変えない.

このような ΔG のクラスを $\mathcal{P}$ と書くとき、任意の $\Delta G \in \mathcal{P}$ に対して変動後の閉ループ系 Σ_1 が安定であるための必要十分条件は、 $G(j\omega)$ が正則のとき

$$\underline{\sigma}(I + G^{-1}(j\omega)) \geq l(\omega), \forall \omega \geq 0 \quad (36)$$

が成立することであることが知られている^{8), 10)}. したがって(27)式および(36)式より、つぎのことがいえる.

《系 1》

$0 < \gamma < 2$ とする. このとき

$$\sigma(\Delta G(j\omega)) < 1 - \frac{1}{2}\gamma, \forall \omega \geq 0 \quad (37)$$

を満足する任意の変動 $\Delta G \in \mathcal{P}$ に対して、 Σ_1 は安定である.

この系によれば、実数 γ を用いることにより Σ_1 の安定余有を評価できることがわかる.

また Σ_1 の感度行列を

$$S(s) = (I + G(s))^{-1} \quad (38)$$

と定義すれば⁸⁾, (28)式より

$$\sigma(S(j\omega)) \leq 1, \forall \omega \geq 0 \quad (39)$$

を得る. すなわち Σ_1 は $0 < \gamma \leq 1$ のとき、任意の周波数で閉ループ系の感度を 1 以下にすることがわかる.

いま(11)式に対してつぎのようなフィードバックゲインを考えてみる.

$$\bar{K}_i = \beta \bar{K}_{0i}, \quad \bar{K}_{0i} = -\gamma B_i^T P, \quad i=1, 2$$

またこのとき構成される閉ループ系のループ伝達関数を $\bar{G}(s)$ とする. $\bar{K}_{01}$ は操作端 v_1 に対する最適レギュレータ則のゲイン行列であるので、 $\bar{K}_1$ はその最適ゲイン行列をスカラー倍したものとみなすことができる. ここで $\gamma = \beta^{-1}$ とおけば $\bar{G}(s)$ と γ に関しても定理 2 と同様な議論が可能となることは容易に導かれる. ところがこの場合には、十分大きな安定余有を得るために β を十分に大きくすると、 K_{0i} は β に依存しないことから、たとえ A が漸近安定であっても $\bar{K}_i$ の高ゲイン化は避けがたく、制御系として実現することが難しい場合がある. これに対して(11)式を用いた制御則においては、 γ を十分に小さくすると方程式(12)は対応するリアプノフ方程式に漸近することから、 A が漸近安定のときは必ずしも高ゲイン化せずに十分大きな安定余有が保証される. またさらに $\gamma \rightarrow 0$ とした極限をとると従来の結果^{3)~5)}と対応することがわかる.

5. 例 題

前章までで与えた方法の有効性を、具体的な数値例を用いて示そう. つぎのように記述されるタービン発電機の制御問題を考える¹¹⁾.

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx \quad (40)$$

ここで各マトリクスのパラメータは Table 1.1 に示されている. いまこのシステムにおいて入力行列 $b_1 =$

Table 1.1 The plant matrices

$A =$	-2.27	-3.07	2.98	0	0	1.0	0	0	-0.599
	26.8	-61.5	0.524	0	0	0.176	0	-0.0923	-32.1
	30.0	-15.5	-32.3	0	0	0	0	0	-15.6
	0	0	0	-27.7	0	0	0	-0.0828	-5.32
	0	44.0	0	-89.8	-100.0	0	0	0	0
	0	0	0	0	-3875.0	-100.3	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	-5.0	0	0
	0	-223.0	0	-47.8	0	0	55.4	-0.35	-222.0
	0	0	0	0	0	0	0	1.0	0
$B =$	0	0	0	0	0	0	5.0	0	0
	0	0	0	0	0	25.0	0	0	0
$C =$	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0
	0	0	0	0	0	1.5	0	0	0

Table 1.2 The feedback gain matrix

$K =$	21.61	10.99	1.32	14.53	-6.81	0.21	-14.46	-4.41	2.83
	-4.81	1.06	-0.44	-5.60	4.40	-0.18	1.03	0.28	-1.52

Fig. 3 Free responses of open and closed-loop system $x_i(0)=1$ ($i=1, 2, \dots, 9$)

$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 5.0 \ 0 \ 0]^T$ に対応する入力信号経路には切断の可能性がないものとし、このときもう一方の入力行列 $b_2=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 25.0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ に対して integrity を有する状態フィードバック系を構成する。ただし状態変数はすべて直接検出できるものとする。

(A, b_1) は可制御であるので行列 D を適当に選ぶことによって、安定度を指定するためのパラメータ $\varepsilon \geq 0$ は任意に与えることができる。システム行列 A は虚軸に近い固有値をもち、そのため応答は非常に振動であるから (Table 2, Fig. 3), 十分な安定度で安定化するために $\varepsilon=6.0$, $D=I$ (単位行列) と選ぶ。また安定余有を指定するためのパラメータ γ は, $\gamma=0.5$ とする。このとき (11)~(14) 式より求まるフィードバックゲインは, Table 1.2 に示されるようになる。またこの状態フィードバック系のシステム行列 $A+BK$ の固有値は, Table 2 に示されるように, すべてその実数部が $-\varepsilon=-6.0$ 未満となっており, 希望した安定化が行なわれてる。このときの応答を Fig. 3 に示す。

Fig. 4 からは, すべての周波数において $\underline{g}(I+G^{-1}) \geq 0.75$ であるから, 希望した安定余有が実現されていることも確かめられる。

Fig. 4 Frequency characteristic of inversereturn difference matrix

さらに, この状態フィードバック系において第 2 番目の信号経路に切断が生じた場合を考える。この場合のシステム行列は $L=\text{diag.}(1, 0)$ とおいたとき, $A+BLK$ と表わされるが, この行列の固有値は Table 2 に示すように, やはりその実数部がすべて -6.0 未満となっている。したがって, この状態フィードバック系は第 2 番目のフィードバックループが切れた場合でも, 指定された安定度で安定性を保持することが確かめられる。

6. おわりに

本論文では, 特定の操作端に関して integrity を有する状態フィードバック系の構成について考察を行った。本方法によれば, 構成される制御系は単に特定の操作端に関して integrity を有するだけでなく, 系全体としての安定度, 安定余有および感度について望ましい性質を有している。したがって制御系を設計するに際して実用的に重要な特長がある。本方法は, 操作端のハードウェア上の信頼性やその冗長管理を含めた総合的, 階層的な判断を伴うと, その有効性が発揮されるものと思われる。一方, ここでは操作端にのみ着目したが同様に検出端に故障が生じた際の影響について考察を行っていく必要がある。

参考文献

- 1) A.G.J. MacFarlane: A Survey of Some Recent Results in Linear Multivariable Feedback Theory,

Table 2 The eigenvalues of the system matrix

$\lambda(A)$	$\lambda(A+BK)$	$\lambda(A+BLK)$
$-0.062 \pm j10.46$	$-10.76 \pm j5.31$	$-10.62 \pm j5.40$
-5.0	-12.80	-13.02
-12.99	-29.67	-29.69
-29.63	$-34.76 \pm j9.67$	$-34.03 \pm j10.10$
$-34.03 \pm j9.95$	-56.64	-56.10
$-106.80 \pm j15.80$	$-108.02 \pm j15.23$	$-106.80 \pm j15.80$

- Automatica, **8**-4, 455/492 (1972)
- 2) J. J. Belletrutti and A. G. J. MacFarlane : Characteristic Loci Technique in Multivariable-Control-System Design, Proc. IEE, **118**-9, 1291/1297 (1971)
- 3) C. A. Harvey : On Feedback Systems Possessing Integrity with Respect to Actuator Outages, in Recent Developments in the Robustness Theory of Multivariable Systems, Rep. LIDS-R-954, MIT (1979)
- [4) P. Molander and J. C. Willems : Robustness Designs by State Feedback, in Recent Developments in the Robustness Theory of Multivariable Systems, Rep. LIDS-R-954, MIT (1979)
- [5) N. A. Lehtomaki, N. R. Sandell, Jr. and M. Athans : Robustness Results in Linear-Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Designs, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-26**-1, 75/93 (1981)
- 6) 示村, 藤田 : Integrityを有する状態フィードバック系の一構成法, 計測自動制御学会論文集, **20**-12, 1169/1171 (1984)
- 7) 木村 : 多変数制御系の理論と応用-I, システムと制御, **22**-5, 293/301 (1978)
- [8) 伊理, 児玉, 須田 : 特異値分解とそのシステム制御への応用, 計測と制御, **21**-8, 763/772 (1982)
- 9) A. J. Laub : An Inequality and Some Computations Related to the Robust Stability of Linear Dynamic Systems, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-24**-2, 318/320 (1979)
- 10) M. J. Chen and C. A. Desoer : Necessary and Sufficient Condition for Robust Stability of Linear Distributed Feedback Systems, International J. of Control, **35**-2, 255/267 (1982)
- 11) S. I. Ahson and H. Nicholson : Improvement of Turbo-Alternator Response Using the Inverse Nyquist Array Method, International J. of Control, **23**-5, 657/672 (1976)
- 12) R. V. Patel and N. Munro : Multivariable System Theory and Design, 213/215, Pergamon Press (1981)
- 13) P. Molander and J. C. Willems : Synthesis of State Feedback Control Laws with a Specified Gain and Phase Margin, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-25**-5, 928/931 (1980)