パワーショベルのモデリングと制御[†]

森 田 孝 司*・坂 和 愛 幸*

Modeling and Control of a Power Shovel

Takashi MORITA* and Yoshiyuki SAKAWA*

In this paper, we first derive a dynamical model of a power shovel which consists of a boom, an arm, and a bucket, each controlled by a hydraulic cylinder. One of the important task of the power shovel is to dig a sloped ground in such a way that the surface of the slope is as flat as possible in spite of the unknown force disturbance from the slope. If working conditions (angle of the slope, length of the slope, speed of the bucket, etc.) are given, the rotation angles and the angular velocities of the boom, the arm, and the bucket and the oil flow to each hydraulic cylinder can be calculated on the basis of the dynamical model.

Our control scheme is as follows: the calculated input oil flow signal to each hydraulic cylinder is given in the feedforward form, and the actual rotation angles and the angular velocities of the boom, the arm, and the bucket are compared to the calculated values. The differences of the angles and the angular velocities are controlled by PID controllers in the feedback form.

Some simulation results are presented, which prove that our feedforward plus PID feedback control scheme works well in spite of the force disturbance from the slope.

Key Words: power shovel, smoothing a sloped ground, feedforward plus PID feedback control

1. はじめに

パワーショベルは人間の腕に似た 3 軸構造を持っており、建設現場で掘削作業や斜面の仕上げなどに用いられている。ブーム、アーム、バケットの 3 軸の起伏動作をそれぞれ油圧シリンダによって行う型のパワー

ショベルが一般的であり、この型について考える。

斜面の仕上げ作業を考えると、バケットが斜面から受ける土圧による未知の外乱のもとで、バケットの先端をあらかじめ与えられた基準面に沿って運動させることが要求される¹⁾。現在、パワーショベルの運転および制御は操縦者の熟練と勘によっている。その自動化が行われれば、操縦者の負担を軽減し、安全性、経済性の向上が期待できる。

本文では、最初パワーショベルの 3 軸同時運動の場合の動的モデルを導く。指定された基準面に沿うバケット先端の運動から、ブーム、アーム、バケットの各軸の基準角度 $\bar{\theta}_i(t)$ 、基準角速度 $\dot{\bar{\theta}}_i(t)$ と、油圧シリンダへの基準入力 $\bar{Q}_i(t)$ ($i=1, 2, 3$) をあらかじめ計算しておき、基準入力 $\bar{Q}_i(t)$ をフィードフォワード的に与える(注 1)。各軸には、その実際の角度 $\theta_i(t)$ と角速度 $\dot{\theta}_i(t)$ とを測定するセンサを取り付けておく。土圧による外乱などによる各軸の運動の基準運動 $\bar{\theta}_i(t)$ 、 $\dot{\bar{\theta}}_i(t)$ からのずれを、適当な補償器を通してフィードバックして、これによって外乱の影響を軽減し、基準運動に追従させることができる。計算機シミュレーションによってこの制御の有効性を示している。

2. 動的モデル

油圧シリンダによってブーム角 θ_1 、アーム角 θ_2 、バケット角 θ_3 がそれぞれ制御される Fig. 1 のようなモデルについて考える。Fig. 1(b)において、点 G_i はブーム ($i=1$)、アーム ($i=2$)、バケット ($i=3$) の重心である。パワーショベル全体の旋回については考慮しない。モデル化に当って、パワーショベル本体は剛体と見なし、関節のガタや摩擦は無視している。油圧シリンダは、Fig. 2 の原理図に示すような可変ポン

(注 1) 油圧ポンプは通常電流によって斜板角が制御され、それによって流量が制御される。しかしその間の遅れの時定数は 0.1 s 程度であり、機械の時定数に比べると無視できるので、油の流量を制御変数にとる。

[†] 大阪大学基礎工学部 豊中市待兼山町 1-1

* Faculty of Engineering Science, Osaka University, Toyonaka

(Received May 30, 1985)

(Revised September 12, 1985)

ブを含む油圧回路で流量制御されるものとする。Fig. 2 において、 V_{r1} はチャージポンプに接続されたリリーフ弁であり、低圧側に供給する油の圧力を一定に保っている。また、シリンダの低圧側は方向制御弁 V_c によってリリーフ弁 V_{r2} に接続され、低圧側の油の圧力はほぼ一定に保たれる²⁾。

まず、本文で用いる記号を示す。添字 i は、 $i=1$ のときブーム、 $i=2$ のときアーム、 $i=3$ のときバケットを表すことにする。

L_i = 長さ

m_i = 質量

I_i = 重心まわりの慣性モーメント

θ_i = 起伏角

$l_i = O_i G_i$ の長さ (支点から重心までの距離)

δ_i = 回転中心を結ぶ軸からの重心のずれ角

$x_i(\theta_i)$ = 油圧シリンダ長

St_i = 油圧シリンダのストローク長

z_i = 油圧ピストン長

A_i = 油圧シリンダのロッド側の断面積

$r_i A_i$ = 油圧シリンダのボトム側の断面積

P_i = 高圧側の油圧

P_0 = 低圧側の油圧 (各シリンダに対して一定)

Q_i = ポンプの吐出流量

$G_i(\theta_i)$ = 油圧シリンダの発生する力 F_i から関節トルク τ_i へのリンクゲイン (付録1参照)

$H_i(\theta_i)$ = 関節角速度 $\dot{\theta}_i$ から油圧シリンダの速度 $\dot{x}_i(\theta_i)$ へのリンクゲイン (付録1参照)

g = 重力加速度

β = 油の圧縮率

D_i = 油圧シリンダの摩擦係数

α = 油のもれ定数

Fig. 1 の油圧シリンダの配置から明らかであるが、Fig. 2 のように、シリンダ1はブームを支えるためにボトム側が高圧になる。一方、シリンダ2, 3はアームあるいはバケットの重力に耐えるため、ロッド側が高圧になっている。

$\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ として、システム全体の運動エネルギー T および位置エネルギー V を求めると、次のようになる (付録2参照) :

$$T = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T J(\theta) \dot{\theta} \quad (1)$$

ここに、

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}$$

であり、各要素は

$$J_{11} = a_1 + 2c_1 + 2c_2 + 2c_3 + 2c_4$$

$$J_{12} = J_{21} = a_2 + c_1 + c_2 + c_3 + 2c_4$$

$$J_{13} = J_{31} = a_3 + c_3 + c_4$$

$$J_{22} = a_2 + 2c_4$$

$$J_{23} = J_{32} = a_3 + c_4$$

$$J_{33} = a_3$$

で与えられる。ただし、

$$a_1 = a_2 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 + m_3 L_1^2 + I_1$$

$$a_2 = a_3 + m_2 l_2^2 + m_3 L_2^2 + I_2, \quad a_3 = m_3 l_3^2 + I_3$$

$$c_1 = m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2 - \delta_2), \quad c_2 = m_3 L_1 L_2 \cos \theta_2$$

$$c_3 = m_3 L_1 l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3 - \delta_3),$$

$$c_4 = m_3 L_2 l_3 \cos(\theta_3 - \delta_3)$$

とおいた。また、

$$\begin{aligned} V = & m_1 l_1 g \cos(\theta_1 - \delta_1) + (m_2 + m_3) L_1 g \cos \theta_1 \\ & + m_2 l_2 g \cos(\theta_1 + \theta_2 - \delta_2) + m_3 L_2 g \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ & + m_3 l_3 g \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \end{aligned} \quad (2)$$

供給されるトルクを $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$ とすると、

Lagrange の運動方程式はつぎのように書ける：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_i} + \frac{\partial V}{\partial \theta_i} = \tau_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (3)$$

Fig. 1 Outline of power shovel

Fig. 2 Hydraulic pumps and cylinders

(1), (2) 式を (3) 式に代入すると次のようになる：

$$J(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) = \tau \quad (4)$$

ここに、

$$h(\theta, \dot{\theta}) = [h_1, h_2, h_3]^T, \quad g(\theta) = [g_1, g_2, g_3]^T$$

であり、 $h(\theta, \dot{\theta})$ はコリオリ力と遠心力による項、 $g(\theta)$ は重力項を表している。計算の結果、各要素は

$$\begin{aligned} h_1 &= -(s_1 + s_2 + s_3)(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2 \\ &\quad - (s_3 + s_4)(2\dot{\theta}_1 + 2\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\dot{\theta}_3 \\ h_2 &= (s_1 + s_2 + s_3)\dot{\theta}_1^2 - s_4(2\dot{\theta}_1 + 2\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\dot{\theta}_3 \\ h_3 &= (s_3 + s_4)\dot{\theta}_1^2 + s_4(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2 \\ g_1 &= -m_1 l_1 g \sin(\theta_1 - \delta_1) - (m_2 + m_3) L_1 g \sin \theta_1 \\ &\quad - m_2 l_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2 - \delta_2) - m_3 L_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad - m_3 l_3 g \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \\ g_2 &= -m_2 l_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2 - \delta_2) - m_3 L_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad - m_3 l_3 g \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \\ g_3 &= -m_3 l_3 g \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} s_1 &= m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2 - \delta_2), \quad s_2 = m_3 L_1 L_2 \sin \theta_2 \\ s_3 &= m_3 L_1 l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3 - \delta_3), \\ s_4 &= m_3 L_2 l_3 \sin(\theta_3 - \delta_3) \end{aligned}$$

とおいた。また、供給トルク τ_i はリンクゲインの定義から

$$\tau_i = \begin{cases} G_i(\theta_i)[r_i A_i P_i - A_i P_0 - D_i H_i(\theta_i)\dot{\theta}_i] & (i=1) \\ G_i(\theta_i)[r_i A_i P_0 - A_i P_i - D_i H_i(\theta_i)\dot{\theta}_i] & (i=2, 3) \end{cases} \quad (5)$$

で与えられる。ここに $D_i H_i(\theta_i)\dot{\theta}_i$ は各シリンダの摩擦力である。

次に、各油圧シリンダの圧力・流量特性から

$$\left. \begin{aligned} \beta V_i(\theta_i)\dot{P}_i &= Q_i - \alpha(P_i - P_0) \\ &\quad - r_i A_i H_i(\theta_i)\dot{\theta}_i, \quad (i=1) \\ \beta V_i(\theta_i)\dot{P}_i &= Q_i - \alpha(P_i - P_0) \\ &\quad + A_i H_i(\theta_i)\dot{\theta}_i \quad (i=2, 3) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

が成立する。ただし、

$$V_i(\theta_i) = \begin{cases} r_i A_i [x_i(\theta_i) - z_i] & (i=1) \\ A_i [S t_i + z_i - x_i(\theta_i)] & (i=2, 3) \end{cases}$$

は油圧シリンダの高圧側の油の体積であり、(6)式右辺第2項は高圧側から低圧側への油のものを表している³⁾。

3. 基準値の導出

パワーショベルによる直線掘削作業においては、バケットと斜面のなす角を一定に保ちつつ、アームの先端を斜面に平行な直線に沿って動かすことが要求される。いま、ブームの支点 O_1 を座標原点として、アームの先端位置を (x, y) で表すと、

$$\left. \begin{aligned} x &= L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ y &= L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。 θ_1, θ_2 には機構上の制約があるため、(7)式より θ_1, θ_2 は一意に定まり、

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \sin^{-1}[(x^2 + y^2 + L_1^2 - L_2^2)/2L_1\sqrt{x^2 + y^2}] \\ &\quad - \tan^{-1}(y/x) \\ \theta_2 &= \cos^{-1}[(x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2)/2L_1 L_2] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

である。(7)式を時間微分することにより、つぎの2式が得られる：

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = R(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = R(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{x} + L_1 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ \ddot{y} + L_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

ただし、

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$

であり、 $R(\theta)$ は正則であるから $R(\theta)^{-1}$ は存在する。バケットと斜面のなす角を $\pi/2$ 、斜面の傾斜角を θ_0 とすると、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ および θ_0 の間に、

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_0 = \pi \quad (11)$$

が常に成立する。また、(10)式を時間微分すれば、

$$\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 = 0 \quad (12)$$

$$\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 = 0 \quad (13)$$

となる。

アームの先端の軌道 $(\bar{x}(t), \bar{y}(t))$ が与えられると、 $(\dot{\bar{x}}(t), \dot{\bar{y}}(t))$, $(\ddot{\bar{x}}(t), \ddot{\bar{y}}(t))$ が計算できる。これを用いて(8), (11)式より角度の基準値 $\bar{\theta}_i(t)$ が求まり、(9), (12)式および $\bar{\theta}_i(t)$ より角速度の基準値 $\dot{\bar{\theta}}_i(t)$ が求まる。さらに、(10), (13)式および $\bar{\theta}_i(t), \dot{\bar{\theta}}_i(t)$ より角加速度の基準値 $\ddot{\bar{\theta}}_i(t)$ が求まる。これらを、(4), (5)式に代入すると、シリンダの油圧の基準値 $\bar{P}_i(t)$ が得られる。また(6)式を用いれば、流量入力基準値 $\bar{Q}_i(t)$ が決定される。

パワーショベルの直線掘削距離を L_0 、掘削時間を t_0 として、斜面に平行な方向のアームの先端の変位を、

$$p(t) = (L_0/t_0)[t - (t_0/2\pi) \sin(2\pi t/t_0)] \quad (14)$$

としよう。明らかに $p(0)=0, p(t_0)=L_0$ である。このとき、斜面に平行な方向の速度 $v(t)$ と加速度 $a(t)$ はそれぞれ

$$v(t) = \dot{p}(t) = (L_0/t_0)[1 - \cos(2\pi t/t_0)] \quad (15)$$

$$a(t) = \ddot{p}(t) = (2\pi L_0/t_0^2) \sin(2\pi t/t_0) \quad (16)$$

となり、 $v(0)=v(t_0)=0, a(0)=a(t_0)=0$ となっている。

(7), (14)–(16)式を用いてアームの先端の軌道を計算すると,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = L_1 \sin \theta_1^0 + L_2 \sin (\theta_1^0 + \theta_2^0) - p(t) \cos \theta_0 \\ \dot{y}(t) = L_1 \cos \theta_1^0 + L_2 \cos (\theta_1^0 + \theta_2^0) - p(t) \sin \theta_0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \dot{\dot{x}}(t) = -v(t) \cos \theta_0 \\ \dot{\dot{y}}(t) = -v(t) \sin \theta_0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \dot{\dot{x}}(t) = -a(t) \cos \theta_0 \\ \dot{\dot{y}}(t) = -a(t) \sin \theta_0 \end{cases} \quad (19)$$

のようになる。ただし、 θ_i^0 は $\theta_i(t)$ の初期値であり、 $\theta_i^0 = \theta_i(0)$ である。(17)–(19)式を用いると、各軸の角度、角速度、角加速度およびシリンダの油圧、流量入力の基準値がそれぞれ計算できる。

4. フィードバック制御

Fig. 3 のように、バケットの先端が斜面から受ける外力のうち、斜面に垂直な成分を $d_1(t)$ 、斜面に平行な成分を $d_2(t)$ とする。この外力による各軸の損失トルクを $e_i (i=1, 2, 3)$ とし、 $e(\theta) = [e_1, e_2, e_3]^T$ とする。各回転中心 O_i に関する外力 d_1, d_2 による力のモーメントを計算すると、

$$\begin{cases} e_1 = [L_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) + L_2 \sin \theta_3] d_1 \\ \quad + [L_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) + L_2 \cos \theta_3 + L_3] d_2 \\ e_2 = L_2 \sin \theta_3 d_1 + [L_2 \cos \theta_3 + L_3] d_2 \\ e_3 = L_3 d_2 \end{cases} \quad (20)$$

となる。また、(4)式の運動方程式は、

$$J(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) = \tau - e(\theta) \quad (21)$$

と書き改められる。

実際のパワーショベルの運動では、モデルの近似や外乱の影響のため、基準流量入力 $\tilde{Q}_i$ を与えても、アームの先端が基準軌道に追従するとは限らない。そこであらかじめ基準軌道に沿うように決定された基準流量入力 $\tilde{Q}_i$ をフィードフォワード的に与え、同時に、 $\theta_i, \dot{\theta}_i$ の測定値から、実際のブーム、アーム、バケットの角度の基準値からのずれ $\delta\theta_i = \theta_i - \tilde{\theta}_i$ とその積分値 $\int_0^t \delta\theta_i dt$ 、および角速度の基準値からのずれ $\delta\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_i - \dot{\tilde{\theta}}_i$ を計算し、これらをフィードバックする PID 制御方式を採用することにする。実際の運動では、ブーム、アーム、バケットの間で相互の干渉があるが、フィードバック部ではこの相互の干渉は考えないで、各

Fig. 3 Slope and force disturbances

軸独立に PID 制御を行う。すなわち、フィードバックゲインを K_{Pi}, K_{Ii}, K_{Di} として、実際の流量入力を

$$\begin{aligned} Q_i &= \tilde{Q}_i + K_{Pi} \delta\theta_i \\ &\quad + K_{Ii} \int_0^t \delta\theta_i dt + K_{Di} \delta\dot{\theta}_i \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (22)$$

によって与える。

5. シミュレーション結果

計算機シミュレーションには、製作されている実機のデータを用いた。すなわち、

$$L_1 = 564 \text{ cm}, L_2 = 303 \text{ cm}, L_3 = 129 \text{ cm}$$

$$m_1 = 1,260 \text{ kg}, m = 638 \text{ kg}, m = 562 \text{ kg}$$

$$I_1 = 3.10 \times 10^8 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2, I_2 = 2.06 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$I_3 = 6.75 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2,$$

$$l_1 = 309 \text{ cm}, l_2 = 89 \text{ cm}, l_3 = 72 \text{ cm},$$

$$\delta_1 = 10.8^\circ, \delta_2 = 16.4^\circ, \delta_3 = 30.0^\circ$$

$$St_1 = 132 \text{ cm}, St_2 = 160 \text{ cm}, St_3 = 93 \text{ cm}$$

$$z_1 = 193 \text{ cm}, z_2 = 222 \text{ cm}, z_3 = 154 \text{ cm}$$

$$A_1 = 138 \text{ cm}^2, A_2 = 75 \text{ cm}^2, A_3 = 83 \text{ cm}^2$$

$$r_1 A_1 = 266 \text{ cm}^2, r_2 A_2 = 154 \text{ cm}^2, r_3 A_3 = 133 \text{ cm}^2$$

$$P_0 = 91 \text{ N/cm}^2, \beta = 6.0 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{N}$$

$$D_1 = D_2 = D_3 = 33 \text{ N} \cdot \text{s/cm},$$

$$\alpha = 5.0 \times 10^{-2} \text{ cm}^5/\text{N} \cdot \text{s}$$

シミュレーションでは、斜面の傾斜角は $\theta_0 = 30^\circ$ 、直線掘削距離は $L_0 = 4 \text{ m}$ とした。微分方程式は 4 次の Generalized Runge-Kutta 法⁴⁾を用いて解き、刻み時間幅は $h = t_0/600$ とした。掘削時間 t_0 はできるだけ小さいことが望ましいが、小さすぎると掘削中の基準面からのずれが大きくなるので、 $t_0 = 12 \text{ s}$ とした。またブーム、アーム、バケットの角度の初期値は、 $\theta_1^0 = 55^\circ, \theta_2^0 = 45^\circ, \theta_3^0 = 50^\circ$ と与えた。**Fig. 4** に基準角度 $\tilde{\theta}_i(t)$ 、基準角速度 $\dot{\tilde{\theta}}_i(t)$ および基準流量入力 $\tilde{Q}_i(t)$ を示している。

バケットの先端が斜面から受ける外力については、斜面に垂直な成分 $d_1(t) \equiv 1,000 \text{ N}$ 、平行な成分 $d_2(t) \equiv 4,000 \text{ N}$ なる一定の外乱を仮定した。フィードバックゲインは、シミュレーションにより試行錯誤的につぎのように決定した。

$$K_{P1} = K_{P2} = K_{P3} = 2 \text{ cm}^3/\text{s} \cdot \text{rad}$$

$$K_{I1} = K_{I2} = K_{I3} = 20 \text{ cm}^3/\text{s}^2 \cdot \text{rad}$$

$$K_{D1} = K_{D2} = K_{D3} = 0.02 \text{ cm}^3/\text{rad}$$

Fig. 5 において、(a), (b), (c) はそれぞれブーム角、アーム角、バケット角の基準値からのずれ $\delta\theta_1, \delta\theta_2, \delta\theta_3$ を示している。(d) はバケットの先端の基準面からの垂直方向の変位、すなわち仕上げ精度を示している。いずれも、 $K_{Pi} = K_{Ii} = K_{Di} = 0 (i=1, 2, 3)$ の

Fig. 4 Calculated values of rotation angles, angular velocities, and oil flows

Fig. 5 Comparison of open-loop responses and the PID closed-loop responses.

Fig. 6 Comparison of open-loop responses and the PID closed-loop responses.

開ループ制御の場合を点線(……), フィードバックを施した PID 制御の場合を実線(—)で示している. 両者を比較すると, 角度はフィードバックを施すことによって基準値にかなり追従していることがわかる. また, 仕上げ精度は, 開ループ制御では ± 4 cm 程度であるのに対し, フィードバックを施すと ± 1 cm 程度まで改善されていることがわかる.

バケットの先端が斜面から受ける外力を, $d_1(t) \equiv 3,000$ N, $d_2(t) \equiv 6,000$ N なる一定の外乱として, 前者と同じフィードバックゲインを用いてシミュレーションを行った. Fig. 6 はその結果を示している. Fig. 5 と同様のフィードバックの効果が顕著に表されている.

6. むすび

パワーショベルの直線掘削作業においては, 斜面からの未知の外乱の下で, バケットの先端を目標軌道に追従させることが必要であり, 本文で提案したフィードフォワードとフィードバックを併用する制御方式は, シミュレーション結果では良好な追従性を示している.

パワーショベルの作業条件が与えられれば, オフライン計算機を用いて, (14)–(16)式で定義されたアームの先端の運動 $p(t)$, $v(t)$, $a(t)$ に対して, 基準軌道および基準入力进行を計算する. これらのデータをパワーショベルのオンライン計算機に入力して, PID パラメータを設定すれば, 直線掘削作業の自動化が可能となる. Fig. 5 と Fig. 6 では, 同じ PID パラメータを用いて, 外乱の大きさを変えてシミュレーションを行っているが, 両者ともフィードバックなしの場合と比較してほぼ同程度に仕上げ精度が改善されている. 制御方式は簡単なものなので, パワーショベルに計算機を実装すれば, 直線掘削作業の自動化は容易に行うことができるとと思われる. 本文で提案した制御方式が実機に対して試みられることを期待している.

最後に, 実機パワーショベルのデータを頂き, 種々貴重など意見を頂いた小松製作所電気研究所の竹田太四郎氏および松本一郎氏に感謝する.

参考文献

- 1) 千葉・竹田：土木建設機械における自動制御，計測と制御，**21-8**，40/46 (1982)
- 2) 小松製作所油圧機器資料
- 3) 竹中・浦田：油圧制御，丸善 (1978)
- 4) P. Kaps and P. Rentrop: Generalized Runge-Kutta Methods of Order Four with Step-size Control for Stiff Ordinary Differential Equations, Numerische Mathematik, **33**, 55/68 (1979)

《付 録》

付録1 リングゲイン $G_i(\theta_i)$, $H_i(\theta_i)$ の導出：

(a) ブーム

油圧シリンダの長さ $x_1(\theta_1)$ は Fig. A1(a) より，

$$x_1^2(\theta_1) = l_{11}^2 + l_{12}^2 - 2l_{11}l_{12} \cos(\pi - \theta_1 + \delta_{11} - \delta_{12}) \quad (\text{A.1})$$

で与えられる。これを時間微分すると，

$$x_1(\theta_1) \dot{x}_1(\theta_1) = -l_{11}l_{12} \sin(\pi - \theta_1 + \delta_{11} - \delta_{12}) \dot{\theta}_1 \quad (\text{A.2})$$

となり，リンクゲイン $H_1(\theta_1)$ は次のようになる：

$$H_1(\theta_1) = \frac{\dot{x}_1(\theta_1)}{\dot{\theta}_1} = -\frac{l_{11}l_{12} \sin(\pi - \theta_1 + \delta_{11} - \delta_{12})}{x_1(\theta_1)} \quad (\text{A.3})$$

油圧シリンダの発生する力 F_1 による点 O_1 まわりの回転トルク τ_1 は，

$$\tau_1 = -l_{11}F_1 \sin \phi_1 \quad (\text{A.4})$$

である。また三角形 $O_1P_1P_{12}$ において

$$x_1(\theta_1) \sin \phi_1 = l_{12} \sin(\pi - \theta_1 + \delta_{11} - \delta_{12}) \quad (\text{A.5})$$

が成立する。(A.4)，(A.5)式よりリンクゲイン $G_1(\theta_1)$ は，

$$G_1(\theta_1) = \frac{\tau_1}{F_1} = -\frac{l_{11}l_{12} \sin(\pi - \theta_1 + \delta_{11} - \delta_{12})}{x_1(\theta_1)} \quad (\text{A.6})$$

となり， $G_1(\theta_1) = H_1(\theta_1)$ である。

(b) アーム

ブームの場合と同様に Fig. A1(b) より導出でき，次のようになる：

$$G_2(\theta_2) = H_2(\theta_2) = \frac{l_{21}l_{22} \sin(\pi + \theta_2 - \delta_{21} - \delta_{22})}{x_2(\theta_2)} \quad (\text{A.7})$$

ただし，

$$x_2^2(\theta_2) = l_{21}^2 + l_{22}^2 - 2l_{21}l_{22} \cos(\pi + \theta_2 - \delta_{21} - \delta_{22}) \quad (\text{A.8})$$

(c) バケット

油圧シリンダの長さ $x_3(\theta_3)$ は Fig. A1(c) より，

$$x_3^2(\theta_3) = l_{31}^2 + l_{32}^2 - 2l_{31}l_{32} \cos \varphi_1 \quad (\text{A.9})$$

で与えられる。これを時間微分すると，

$$x_3(\theta_3) \dot{x}_3(\theta_3) = l_{31}l_{32} \sin \varphi_1 \dot{\theta}_3 \quad (\text{A.10})$$

Fig. A1 Notations for the link mechanisms

となる。また三角形 $O_3P_{30}P_{32}$ において，

$$\varphi_1 + \delta_{31} = \varphi_3 + \varphi_4 \quad (\text{A.11})$$

$$l_{34} \sin \varphi_3 = l_{32} \sin \varphi_4 \quad (\text{A.12})$$

が成立する。これらを時間微分すると，

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_3 + \dot{\varphi}_4 \quad (\text{A.13})$$

$$l_{34} \cos \varphi_3 \dot{\varphi}_3 = l_{32} \cos \varphi_4 \dot{\varphi}_4 \quad (\text{A.14})$$

となる。(A.13)，(A.14)式より $\dot{\varphi}_4$ を消去して，

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_3 + \frac{l_{34} \cos \varphi_3}{l_{32} \cos \varphi_4} \dot{\varphi}_3 = \left(1 + \frac{l_{34} \cos \varphi_3}{l_{32} \cos \varphi_4}\right) \dot{\varphi}_3 \quad (\text{A.15})$$

実機では， $l_{32} = l_{33}$ ， $l_{34} = l_{35}$ と設計されているから，三角形 $O_3P_{30}P_{32}$ と三角形 $O_3P_{33}P_{32}$ とは合同になる。図から明らかなように， φ_3 と θ_3 の間には，

$$2\varphi_3 = \pi + \theta_3 - \delta_{32} \quad (\text{A.16})$$

なる関係があるから，これを微分して(A.15)式を用いると，

$$\dot{\varphi}_1 = \left(1 + \frac{l_{34} \cos \varphi_3}{l_{32} \cos \varphi_4}\right) \frac{\dot{\theta}_3}{2} \quad (\text{A.17})$$

となる。(A.10)，(A.17)式より，リンクゲイン $H_3(\theta_3)$ は，

$$H_3(\theta_3) = \frac{\dot{x}_3(\theta_3)}{\dot{\theta}_3} = \frac{l_{31}l_{32} \sin \varphi_1}{2x_3(\theta_3)} \left(1 + \frac{l_{34} \cos \varphi_3}{l_{32} \cos \varphi_4}\right) \quad (\text{A.18})$$

となる。ここに， $\varphi_1, \varphi_3, \varphi_4$ は (A.11)，(A.12)，(A.16)式より θ_3 の関数として表せる。

油圧シリンダの発生する力 F_3 による点 O_3 まわりの回転トルク τ_3 は，

$$\tau_3 = x_1(\theta_3) F_3 \sin(\varphi_4 + \varphi_5) \quad (\text{A.19})$$

ただし，

$$x_1^2(\theta_3) = l_{32}^2 + l_{34}^2 + 2l_{32}l_{34} \cos(\varphi_1 + \delta_{31}) \quad (\text{A. 20})$$

である。また三角形 $P_{30}P_{31}P_{32}$ において

$$x_3(\theta_3) \sin \varphi_5 = l_{31} \sin \varphi_1 \quad (\text{A. 21})$$

が成立する。(A. 19)式よりリンクゲイン $G_3(\theta_3)$ は、

$$G_3(\theta_3) = \frac{\tau_3}{F_3} = x_1(\theta_3) \sin(\varphi_4 + \varphi_5) \quad (\text{A. 22})$$

となる。ここに、 φ_5 は (A. 21) 式より θ_3 の関数として表せる。

付録 2 エネルギー(1)式の導出:

Fig. 1(b)において、 $O_i O_{i+1}$ 方向の単位ベクトルを $\mathbf{i}_i (i=1, 2)$, $O_i G_i$ 方向の単位ベクトルを $\mathbf{i}'_i (i=1, 2, 3)$ とする。また、 $\mathbf{i}_i, \mathbf{i}'_i$ に垂直な単位ベクトルを $\mathbf{j}_i, \mathbf{j}'_i$ とする。ブーム、アーム、バケットの重心位置 $\mathbf{r}_i$ は、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= l_1 \mathbf{i}'_1 \\ \mathbf{r}_2 &= L_1 \mathbf{i}_1 + l_2 \mathbf{i}'_2 \\ \mathbf{r}_3 &= L_1 \mathbf{i}_1 + L_2 \mathbf{i}_2 + l_3 \mathbf{i}'_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 23})$$

のように表される。これらを時間微分すると、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_1 &= l_1 \dot{\theta}_1 \mathbf{j}'_1 \\ \dot{\mathbf{r}}_2 &= L_1 \dot{\theta}_1 \mathbf{j}_1 + L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \mathbf{j}'_2 \\ \dot{\mathbf{r}}_3 &= L_1 \dot{\theta}_1 \mathbf{j}_1 + L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \mathbf{j}_2 \\ &\quad + l_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \mathbf{j}'_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 24})$$

となり、それぞれ内積をとると、

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_1 \cdot \dot{\mathbf{r}}_2 &= l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\mathbf{r}}_2 \cdot \dot{\mathbf{r}}_2 &= L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad + 2L_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_2 - \delta_2) \\ \dot{\mathbf{r}}_3 \cdot \dot{\mathbf{r}}_3 &= L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + L_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + l_3^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \\ &\quad + 2L_1 L_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 \\ &\quad + 2L_1 l_3 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cos(\theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \\ &\quad + 2L_2 l_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cos(\theta_3 - \delta_3) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 25})$$

である。運動エネルギーは、

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i \dot{\mathbf{r}}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_i + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} I_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \end{aligned} \quad (\text{A. 26})$$

であるから、(A. 25)式を代入すると(1)式を得る。