振動操作量を用いる PIDD² 形制御装置の設計[†]

五郎丸 剛 志*・花 房 秀 郎**・米 澤 洋***・岩 河 信 裕*

A Design Method for PIDD² Control Systems with Additional Oscillating Manipulated VariableTsuyoshi GOROMARU*, Hideo HANAFUSA**, Yoh YONEZAWA***
and Nobuhiro IWAKAWA*

This paper proposes a new design method for PIDD² type control system with the process represented by second-order lag plus dead time. The second-order lag plus dead time model mentioned above is widely used as a process model in the field of process industry.

In this PIDD² controller, six adjustable parameters are included and are easily set by using the proposed design method based on the partial model matching principle. The design method, readjustment procedure of parameters and some examples of parameter setting for the PIDD² control system are described in detail. In addition, it is shown that introduction of proper oscillation component into the manipulated variable is very effective from the viewpoint of improvement of the transient characteristics in the control system.

The effectiveness of the proposed design method was verified by experimental results of analog simulation.

Key Words: design method, control system, time delay, process control, model matching

1. ま え が き

プロセス制御の分野では依然として PID 制御方式

が広く用いられている。このことは制御対象となるプロセスの特性を正確に把握することが困難であること、実際問題として動的な制御性能に対する要求があまり厳しくないなどの理由¹⁾によって、限られたプロセス動特性に関する知識のもとでなるべく簡単な制御装置によって一応の制御性能を得よう²⁾とすることにある。しかし、むだ時間 θ をもつ制御対象に PID 制御を用いた場合、速応性を増そうとすれば応答はほぼ 3.2θ の周期の減衰振動波形となって望ましくない。

本論文では、PID 方式の上位性能をもつとみられる PIDD² 方式についてその長所ならびに問題点について検討を行う。制御系の速応性改善のための進相補償の一方法として、ここでは制御対象の等価むだ時間にほぼ等しい周期をもつ減衰振動を操作量に付加して制御量の行き過ぎを抑制しようとするものである。この場合調整パラメータ数は多くなるが、北森氏の部分的モデルマッチング法³⁾に準拠した方法で調整上の複雑さを軽減する。以上の方法によって得られた応答結果について、行き過ぎ量の大きい場合はパラメータの再調整を行い適切な応答波形に近づける。なお、この方法はサーボ系についても使用可能のものである。

2. 設 計 法

制御系は固有の減衰振動周波数をもっている。たとえばむだ時間 θ をもつ制御対象に対し、PID 制御ではほぼ 3.2θ 、また Smith 法⁴⁾ではほぼ 2θ ⁵⁾ の周期の減衰振動の生じることがある。ここでは、方形波信号が基本正弦波のほかにも多数の高調波成分の和から構成されること、ならびに Smith 法の制御装置の出力にみられる高調波の位相進み波形列の存在することを考慮して、制御系の固有振動周波数の n 倍の高調波信号を人工的に発生させ、これを応答波形の改善に利用

† 第 23 回計測自動制御学会学術講演会で発表
(昭 59・7)

* 福岡大学工学部 福岡市城南区七隈 8-19-1

** 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町 56

*** 広島大学工学部 東広島市西条町大字下見

* Faculty of Engineering, Fukuoka University, Fukuoka

** Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto

*** Faculty of Engineering, Hiroshima University, Higashihiroshima

(Received June 12, 1985)

(Revised June 20, 1986)

しようとするのが基本的な考え方である。

一般に進相補償要素 G_{CD} が D のほかに $D^2, D^3, \dots$ をもつ場合、次式の有理関数形伝達関数で表わすことができる。

$$G_{CD}(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \\ = \sum_i \frac{b_{1i} s}{s + a_i} + \sum_k \frac{b_{2k} s^2 + b_{1k} s}{s^2 + 2\zeta_k \omega_{nk} s + \omega_{nk}^2} \quad (1)$$

(1) 式右辺第 1 項はパラメータの調整によって右辺第 2 項で表現できるのでこれを除き、ここではもっとも簡単な形の $k=1$ の場合を検討する。なお、 $k=2, 3$ などの場合については別の機会にゆずる。制御装置は取り扱いの容易さとなじみの関係から、比例、積分および G_{CD} の構成からなる次式を用いる。

$$G_C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{b_2 s^2 + b_1 s}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \right) \quad (2)$$

制御対象は近似的表現としてよく用いられる次式

$$G_P(s) e^{-\theta s} = \frac{K}{(T_{p1} s + 1)(T_{p2} s + 1)} e^{-\theta s} \quad (3)$$

とする。高次遅れや一時逆応答特性をもつもので (3) 式で近似表現できるものもこれに含める。なお、 $T_{p1} = T_{p2}$ の場合は T_p で表わす。Fig. 1 にこの場合の制御系を示す。ここで $a_0 = \omega_n^2$, $a_1 = 2\zeta \omega_n$ である。

本設計法は①むだ時間を除いた制御対象に対し PID 制御を行い、部分的モデルマッチング法で参照モデルの時間スケール因子 σ および操作量の最大値 u_L を決定する、②この参照モデルにむだ時間を結合して新たに参照モデルを作り、PID² 方式に対し部分的モデルマッチング法によって各パラメータ値を決定する、③制御の評価基準として、行き過ぎ量 20% 以内、 $KK_p \theta / T_i = 0.667 \sim 0.8$ にとり、これを越える場合はパラメータの再調整を行う。以下順をおって述べる。

2.1 時間スケール因子の決定

Fig. 2 に示すようにむだ時間を除いた制御対象 G_P に対し、次式の PID 制御装置

$$G_{C1}(s) = K_{p1} \left(1 + \frac{1}{T_{i1} s} + \frac{T_{d1} s}{1 + \alpha' T_{d1} s} \right) \quad (4)$$

Fig. 1 Control system with PID² controller

Fig. 2 PID control system without dead time

を置く。これを $G_{C1} G_P = \bar{G}_{C1} \bar{G}_P = \bar{c} / (s \bar{a}')$ と変形する

$$\frac{\bar{c}}{s \bar{a}'} = \frac{c_0 + c_1 s + c_2 s^2}{s} \frac{1}{1 + a'_{11} s + a'_{21} s^2 + a'_{31} s^3} \quad (5)$$

を得る。ここで、 $c_0 = K_{p1} / T_{i1}$, $c_1 = K_{p1} (1 + \alpha' T_{d1} / T_{i1})$, $c_2 = K_{p1} T_{d1} (1 + \alpha')$, $a'_{11} = T_{p1} + T_{p2} + \alpha' T_{d1}$, $a'_{21} = T_{p1} T_{p2} + (T_{p1} + T_{p2}) \alpha' T_{d1}$, $a'_{31} = T_{p1} T_{p2} \alpha' T_{d1}$ である。

目標値 r に対する制御量 y_1 の応答は

$$\frac{y_1(s)}{r(s)} = \frac{\bar{G}_{C1} \bar{G}_P}{1 + \bar{G}_{C1} \bar{G}_P} = \frac{1}{1 + s \bar{a}' / \bar{c}} = \bar{G} \quad (6)$$

で表わされる。参照モデルは負の実根のみをもち、行き過ぎのない binomial model⁶⁾ G_{m1} を用いる。

$$G_{m1} = \frac{1}{1 + \sigma s + \alpha_2 \sigma^2 s^2 + \alpha_3 \sigma^3 s^3 + \alpha_4 \sigma^4 s^4 + \dots} \\ = 1 / \bar{\sigma} \quad (7)$$

ここで、 $\alpha_2 = 0.375$, $\alpha_3 = 0.0625$, $\alpha_4 = 0.003906$ である。 $\bar{G} = G_{m1}$ とおけば、 $\bar{c} = s \bar{a}' / (\bar{\sigma} - 1)$ よりつぎの関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= 1 / \sigma \\ c_1 &= (a'_{11} - \sigma \alpha_2) / \sigma \\ c_2 &= \{ a'_{21} - \sigma \alpha_2 a'_{11} + \sigma^2 (\alpha_2^2 - \alpha_3) \} / \sigma \\ c_3 &= \{ a'_{31} - \sigma \alpha_2 a'_{21} + \sigma^2 (\alpha_2^2 - \alpha_3) a'_{11} \\ &\quad + \sigma^3 (2 \alpha_2 \alpha_3 - \alpha_2^3 - \alpha_4) \} / \sigma = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

一方、制御偏差 e が突変したときの u_1 の最大値は $t=0$ で生じる。 u_1 の制限値を u_L とおけば

$$u_1(0) = K_{p1} (1 + 1 / \alpha') \leq u_L \quad (9)$$

で与えられる。(8), (9) 式より σ が得られる。

2.2 PID² 制御装置の設計

制御装置および制御対象が (2), (3) 式で与えられる場合、参照モデルとして次式を用いる。

$$G_m = G_{m1} e^{-\theta s} \\ = \frac{1}{1 + \alpha'_1 s + \alpha'_2 s^2 + \alpha'_3 s^3 + \alpha'_4 s^4 + \dots} \quad (10)$$

ここで、 $\alpha'_1 = \theta + \sigma$, $\alpha'_2 = \alpha_2 \sigma^2 + \theta \sigma + \theta^2 / 2$, $\alpha'_3 = \alpha_3 \sigma^3 + \alpha_2 \theta \sigma^2 + \theta^2 \sigma / 2 + \theta^3 / 6$, $\alpha'_4 = \alpha_4 \sigma^4 + \alpha_3 \theta \sigma^3 + \alpha_2 \theta^2 \sigma^2 / 2 + \theta^3 \sigma / 6 + \theta^4 / 24, \dots$ である。 y/r は次式で与えられる。

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_C G_P e^{-\theta s}}{1 + G_C G_P e^{-\theta s}} = G \\ = \frac{1}{1 + a'_1 s + a'_2 s^2 + a'_3 s^3 + a'_4 s^4 + \dots} \quad (11)$$

ここで、 $G = G_m$ とおけばつぎの関係を得る。

$$a'_1 = T_i / K_p = \alpha'_1 \quad (12)$$

$$a'_2 = (T_{p1} + T_{p2} + \theta - T_i) T_i / K_p = \alpha'_2 \quad (13)$$

$$a'_3 = \{ (T_{p1} - T_i)(T_{p2} - T_i) + (\theta / 2 + T_{p1} + T_{p2} - T_i) \theta - T_i b_1 / a_0 \} T_i / K_p = \alpha'_3 \quad (14)$$

$$a'_4 = \{ (T_{p1} - T_i)(T_{p2} - T_i)(\theta - T_i) \}$$

Fig. 3 Polar plot of $1+G_{CD}(j\omega)$

$$\begin{aligned}
 & + (T_{p1} + T_{p2} + \theta/3 - T_i)\theta^2/2 \\
 & - (T_{p1} + T_{p2} + \theta - 2T_i) \\
 & \times T_i b_1/a_0 - T_i b_2/a_0 + T_i a_1 b_1/a_0^2 \} T_i/K_p = \alpha'_4
 \end{aligned} \quad (15)$$

.....

2.1 節で得られた σ を用い, (12), (13) 式によって K_p , T_i が求まる. (14), (15) 式は

$$\left. \begin{aligned} k_0 a_0 &= b_1 \\ k_1 a_0 + k_2 a_1 + k_3 b_2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

にまとめられる. ここで, k_0, k_1, k_2, k_3 は定数である. パラメータ 4 個のうち, ω_n は等価むだ時間 θ を周期にとり

$$\omega_n = \frac{2\pi}{\theta} \quad (17)$$

で求められる. Smith 法では固有振動周期が $\frac{1}{2}\theta$ であるから, ここではその $1/2$ を用いている. ζ は系があまり振動的にならないように考慮して

$$\zeta > 0.3 \quad (18)$$

を用いる. Fig. 3 はこのようにして求めた場合の一例であり, $1+G_{CD}(j\omega)$ のベクトル軌跡を示す.

以上の方法によって 6 個すべてのパラメータ値が決定できる.

3. 応答波形の修正

この制御系の特性方程式は次式で与えられる.

$$1 + G_C(s)G_P(s)e^{-\theta s} = 0 \quad (19)$$

ゆえに (19) 式の左辺が正である限り安定性は保証される. しかし, この設計法は高周波域を考慮していないので常に安定になる裏づけはない. そのため一巡伝達関数のゲイン $|G_C(j\omega)G_P(j\omega)|$ を大きくするとそのベクトル軌跡は $-1+j0$ 点を囲むようになり, ナイキストの安定判別法よりこの系は不安定になる.

とくに T_p/θ が小さいほど, $\omega_n = 2\pi/\theta$ 付近において $|G_P(j\omega)|$ の減衰は少なく, 結果的にはロバスト性

は保証されなくなる. そのためここでは過渡応答波形に注目して, 制御量の行き過ぎと $t=\theta$ における積分出力の両方を評価基準にとり, ロバスト安定性の向上をはかる.

3.1 評価基準

目標値のステップ変化に対し, 操作量の最初の極大値は $t=\theta$ で生じ, その値は次式で与えられる.

$$u(\theta) = K_p + \frac{K_p}{T_i}\theta + K_p h(\theta) \quad (20)$$

ここで, $h(\theta) = \mathcal{L}^{-1}[(b_2 s^2 + b_1 s) / \{(s + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)s\}]|_{t=\theta}$ である. $u(t)$ の振動成分のうち主要なものは周期 θ の強制振動成分とみられるから, 制御対象を通過した応答波形の大きさは近似的に次式で表わされる.

$$\Delta y \doteq |G_P(j\omega)| \Delta u(\theta) \quad (21)$$

ここで, $\Delta u(\theta) = u(\theta) - u(\infty)$, $\Delta y = y - y(\infty)$ である. この Δy が

$$\frac{\Delta y}{y(\infty)} \leq 0.2 \quad (22)$$

ならば, 制御量の応答波形はよいとみなせる. ゆえにこれを評価基準の一つとする. つぎに $t=\theta$ における積分の出力をつぎのように制限する.

$$\left. \frac{KK_p}{T_i} t \right|_{t=\theta} \leq 0.667 \sim 0.8 \quad (23)$$

右辺の値が 0.667 の場合は $t=1.5\theta$ で, 0.8 の場合は $t=1.25\theta$ でそれぞれ (23) 式は 1.0 になる. 制御装置の積分出力は実用上この範囲が望ましい応答波形になるので, これも評価基準に用いる.

3.2 パラメータの修正

Δy を小さくするには $\Delta u(\theta)$ を小さくすればよい. そのため K_p を $\lambda_k K_p$ に減少させるとき, b_2 も $\lambda_b b_2$ に減少させる必要があり, この場合の $\lambda_b = p\lambda_k$ なる係数 p の値が必要である. 後述の設計例で示されるように, 制御対象の特性が変わると設計パラメータ値も変わってくる. ここでは K_p の変化と $K_p h(\theta)$ の変化の状態から p を推定する. 後述の [例 a] より, $K_p = 1.5139$, $K_p h(\theta) = 0.7572$ を得る. T_p のみを 3.0 に変えると, $K_p = 1.3275$, $K_p h(\theta) = 0.6151$ の設計値を得る. これから $\lambda_k = 0.8768$, $\lambda_k \lambda_b = 0.8123$ となり, $p = 1.05$ を得る. ほかの例の結果もまとめると $p = 0.8 \sim 1.1$ である. ゆえに, $\lambda_k = \lambda_b$ として取り扱う. さらに, T_i の修正係数 λ_T については (23) 式の関係を, a_0 は $a_0 = \omega_n^2$ を, b_1 は $b_1/b_2 = \text{一定}$ の関係をそれぞれ保持するように調整する. a_1 は $a_1 = 2\zeta\omega_n$ の関係から系の振動, 非振動の状況を考慮して決める. 結局,

$$G_C(s) = \lambda_k K_p \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda_T T_i s} + \frac{\lambda_b (b_2 s^2 + b_1 s)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right\} \quad (24)$$

となる。ゆえに修正の手順はつぎのように行う。

- ① (21)式より Δy を求め, (22)式の評価を行う。
- ② (23)式によって積分出力の評価を行う。
- ③ ①および②のいずれかを超えていれば, $\lambda_k, \lambda_b, \lambda_T$ および ζ を調整して基準内に入れる。

4. 設計例と考察

制御対象が(3)式で表わされる場合, つぎの例について検討する。

[例 a] $K=1.0, \theta=4.0, T_p(=T_{p1}=T_{p2})=4.0$

まず, $\theta=0$ とおき, (8), (9)式より $\sigma=2.0, u_1(0)=8.8$ を得る。これを採用するがそのステップ応答を Fig. 4 に示す。 $\theta \neq 0$ の場合は u_1 はそのまま y_1 のみ θ だけ右方にずれた形が望ましい。PID² 制御の場合は上述の $\sigma=2.0$ のほか, $\omega_n=2\pi/\theta=1.57, \zeta=0.35$ および (12)~(15)式より各パラメータ値が求まる。Table 1 にその結果を示す。Fig. 5 はその応答結果を示したものである。 u は u_1 をほぼ中心にして減衰振動をしており, y は y_1 に近い波形をしている。 $\Delta y < 0.1, KK_p\theta/T_i=0.667$ で問題はない。この

Fig. 4 Step responses of control system with PID controller

Fig. 5 Step responses of control system (Process a)

例では PID よりかなりすぐれていることがわかる。

[例 b] $K=1.0, \theta=4.0, T_p=2.0$

$\omega_n=1.57, \zeta=0.4$ とおく。 $\Delta y = |G_P(j\omega_n)|\Delta u(\theta) = 0.092 \times 1.25 = 0.115, KK_p\theta/T_i = 0.8$ を得る。これでも十分であるが $\Delta y \leq 0.1$ に修正後の結果を Table 1 に示す。

[例 c] $K=1.0, \theta=4.0, T_p=1.0$

$\omega_n=1.57, \zeta=0.7$ とする。 $\Delta y = 0.288 \times 0.718 = 0.206, KK_p\theta/T_i = 0.889$ となり評価基準をわずかに超過している。修正後の結果を Table 1 に示しているが, この例の $T_p/\theta=0.25$ あたりが PID² 方式の制御性能の有効性の一応の限界とみられる。

[例 d] $K=1.0, \theta=4.0, T_p=0.5$

$\omega_n=1.57, \zeta=1.4$ とおく。 $KK_p\theta/T_i = 0.941, |G_P(j\omega)| = 1/1.62$ となり, G_P での減衰が 1/2 以下となる例である。このように制御対象における減衰が小さい場合にはこの方式は有用とはいえない。しかし PID 方式よりはやすすぐれていることがわかる。Fig. 6 に修正後の応答結果を示している。

[例 e] $G_P(s) = 1/(2s+1)^6$

$$G_P(s) = \frac{e^{-4.42s}}{(4.19s+1)^2} \quad (25)$$

Table 1 Values of designed controller parameters

Process	Mode	σ	K_p	T_i	a_0	a_1	b_1	b_2	λ_k	λ_b	λ_T	T_d	α
a	PIDD ²	2.0	1.513	9.08	2.467	1.099	6.514	5.847	1.0	1.0	1.0		
	PID		1.362	9.08								2.27	1/5.5
b	PIDD ²	1.0	0.994	4.97	2.467	1.13	4.13	4.49	0.9	0.9	0.9		
	PID		0.884	5.52								1.38	1/4.5
c	PIDD ²	0.5	0.709	3.38	2.467	1.759	2.747	3.838	0.85	0.8	0.9		
	PID		0.667	3.75								0.939	1/4
d	PIDD ²	0.25	0.541	2.58	2.47	3.08	1.88	4.07	0.8	0.7	0.9		
	PID		0.474	2.87								0.719	1/4
e	PIDD ²	1.5	1.67	9.89	2.02	0.853	6.13	7.39	1.0	1.0	1.0		
	PID		1.28	9.67								2.42	1/6

Fig. 6 Step responses of control system (Process d)

Fig. 7 Step responses of control system (Process e)

と近似した場合であり、 $\theta=4.42$ 、 $\zeta=0.3$ を用いる。

Fig. 7 にその応答結果を示す。

Fig. 8 は上述の設定値を用いた場合におけるステップ状外乱に対する応答結果を示したもので、PID に比べてすぐれている。

Fig. 9 は [例 a～d] の結果をまとめたものである。 T_p/θ が小さくなるにしたがって修正量も大きくなっている。

以上の設計例からみると、 $T_p/\theta > 0.25$ では PIDD² 方式の有効性を示している。 $T_p/\theta < 0.25$ では $|G_p(j\omega_n)| > 1/3.46$ となり高周波域の減衰が顕著でないために振動出力を有効に利用できないことがわかる。これとは逆に、高次遅れ要素をもつ制御対象に対しては十分有用である。なお、(1)式においては、 $k=2, 3$ など複数の振動出力を用いることは Smith 法に近づくことにもなり、また $T_p/\theta < 0.25$ の場合とあわせて今後の検討すべき課題である。

5. あとがき

制御対象がむだ時間＋2次遅れ要素で近似できる場合、PIDD² 制御方式を用いて制御する場合のパラメ

Fig. 8 Responses of control system to a step disturbance (process a and c)

 Fig. 9 Adjustable parameters ζ , λ_k , λ_b and λ_T vs. T_p/θ

ータ調整法、とくに操作量に減衰振動を付加した手法について述べた。この方法によっても行き過ぎ量が多い場合、さらに制御装置の比例ゲイン、微分ゲインなどを再調整する実用的な手法もあわせて提案した。この方法は高次遅れや $T_p/\theta \geq 0.25$ の場合にはすぐれた制御性能をもつが、 $T_p/\theta < 0.25$ では問題点もあり、減衰振動出力の複数化（二つ以上の出力を用いること）とともに今後の検討課題である。

終わりに、有益なご助言をいただいた東京大学工学部北森俊行教授ならびに実験にご協力いただいた福岡大学工学部吉国宣幸氏に感謝します。

参考文献

- 1) 木村, 当房: 部分的モデルマッチングによるディジタル制御系の設計, 計測自動制御学会論文集, 18-8, 777/783 (1982)
- 2) 北森: PID, I-PD 制御からの発展の道, システムと制御, 27-5, 287/294 (1983)
- 3) 北森: 制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集, 15-4, 549/555 (1979)
- 4) O. J. M. Smith: A Controller to Overcome Dead Time, ISA Journal, 6-2, 28/33 (1959)
- 5) 五郎丸, 米澤, 花房: 近似最短時間を考慮したプロセス制御装置の設計, システムと制御, 19-12, 641/649 (1975)
- 6) 重政, 高木, 市川, 北森: 制御系設計のための実用的な汎用参照モデル, 計測自動制御学会論文集, 19-7, 592/594 (1983)