時変系に対する適応制御[†]

—— 一統一的アプローチ ——

新 中 新 二*・鈴木 隆**

A New Method to Design Adaptive Controllers for Time-Varying Plants

—A Unified Approach—

Shinji SHINNAKA* and Takashi SUZUKI**

Although a number of methods have been reported to design adaptive controllers for the plants described as linear time-invariant systems, a few as linear time-varying systems. However, these recent methods for time-varying plants require crucial design conditions on parameter variation of plants, dead-time, inverse stability, and their application to existing plants is restricted. This paper presents a new method to design adaptive controllers for linear time-varying plants, which does not require such conditions at all. It is such a general method as can be applied to the plants which others cannot and includes most of principal conventional ones as special cases.

Key Words: adaptive control, self-tuning control, time-varying plant

1. ま え が き

時変プラントに対する適応制御法としては、従来より、基礎設計においてはプラントを時不変系として扱い、パラメータ調整に際して忘却係数を有する適応形のアルゴリズムを導入し、プラントの特性変動をコントローラパラメータに反映させるという方法が広く用いられ、特性変動が比較的緩やかな場合にはその有用性は評価されてきた¹⁾。

このような方法に代わって、当初よりプラントを時

変系として記述して制御系を設計しようとする積極的な方法が最近 2, 3 報告されている^{2)~5)}。これらの方法は、所要の条件が正しく満足されれば、従来のものをしのぐ制御系の設計を可能にするものではあるが、その条件は、プラントパラメータは、ある特定のレートで漸近的に一定値に収束する^{2),3)}、あるいは特定の周期で正弦波状に変動する⁴⁾ など、かなり制約的なものになっている。プラントのむだ時間に関してはこれは 1 サンプル周期でなくてはならず^{2),4),5)}(文献 3)では、パラメータが、ある特定のレートで一定値に収束するプラントに対して、1 サンプル周期以上のむだ時間を有する場合にも使用しうる一設計法が示されている)、しかも、パラメータ調整のためのアルゴリズムは適応性の低い忘却係数のないものに限定されており(たとえば、ゲイン行列を終始一定に保つ固定ゲイン方式^{2)~4)}、ゲイン行列の更新は行方がリセットの繰返しが必要なりセットゲイン方式⁵⁾)、所要の条件が正確に満足されない場合には、従来の方法を必ずしもしのぎうるものではない。これまでの主要な設計法を包含しえないこれらの設計法は、一般性に関しても乏しいものになっている。

逆不安定なプラントに対する適応制御法に関しては、適応極配置法を始め、これまで有力な設計法がいくつか提案されている^{6)~8)}。しかし、これらは基本的にはプラントが時不変系として記述されることを前提としたものであり、逆不安定なプラントが時変系として記述されねばならない場合の設計法は、残念ながらいまだ報告されていない。

本論文では、これらを踏まえ、プラントを時変系として定式化したうえで、1 サンプル周期以上のむだ時間をもつ逆不安定なプラントが取り扱え、しかも、パラメータ変動の曖昧さに頑健な設計法の導出を

† 第 28 回自動制御連合講演会で発表 (昭 60・11)

第 6 回適応制御シンポジウムで発表 (昭 61・1)

* キヤノン(株)事務機システムセンター 東京都大田区下丸子 3-30-2

** 防衛大学校 横須賀市走水 1-10-20

* Office Systems Center, Canon Inc., Ohta-ku, Tokyo

** The National Defense Academy, Yokosuka
(Received February 4, 1986)

(Revised August 7, 1986)

図る。ここで提案する設計法は、これまでの主要な設計法を無理なく包含するという一般性の高い設計法である。

2. 問題の記述

適応制御の対象となるプラントとして、つぎの時変系を考える。

$$A(k, z^{-1})y(k) = B(k, z^{-1})z^{-d}u(k) \quad (1)$$

ここに、 $A(k, z^{-1})$, $B(k, z^{-1})$ は時変パラメータをもつ、つぎのような多項式である。

$$\left. \begin{aligned} A(k, z^{-1}) &= 1 + a_1(k)z^{-1} + \dots + a_{n_A}(k)z^{-n_A} \\ B(k, z^{-1}) &= b_0(k) + b_1(k)z^{-1} + \dots + b_{n_B}(k)z^{-n_B} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なお、 z^{-1} は時間遅れ演算子である。上のプラントに対しつぎの前提を設ける。

- (i) むだ時間 $d \geq 1$, 次数 n_A, n_B は既知。
- (ii) 時変パラメータ $a_i(k), b_i(k)$ は未知。また、 $b_0(k) \neq 0; \forall k$

ここで考える制御問題は、つぎの評価関数 $J(k+d)$ を最小とするような制御入力 $u(k)$ を適応的に合成することとする^{7,8)}。

$$J(k+d) = (C(z^{-1})y(k+d) - D(z^{-1})y_r(k+d))^2 + (E(z^{-1})u(k) - F(z^{-1})u_r(k))^2 \quad (3)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} C(z^{-1}) &= 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_{n_C}z^{-n_C} \\ D(z^{-1}) &= d_0 + d_1z^{-1} + \dots + d_{n_D}z^{-n_D} \\ E(z^{-1}) &= e_0 + e_1z^{-1} + \dots + e_{n_E}z^{-n_E} \\ F(z^{-1}) &= f_0 + f_1z^{-1} + \dots + f_{n_F}z^{-n_F} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3. 基礎設計

多項式 $C(z^{-1})$, $A(k, z^{-1})$ に関しては、つぎのような多項式方程式を考えることができる。

$$C(z^{-1}) = R(k, z^{-1})A(k, z^{-1}) + S(k, z^{-1})z^{-d} \quad (5)$$

ここに、 $R(k, z^{-1})$, $S(k, z^{-1})$ はつぎのような時変係数をもつ多項式であり、

$$\left. \begin{aligned} R(k, z^{-1}) &= 1 + r_1(k)z^{-1} + \dots + r_{n_R}(k)z^{-n_R}; \\ &\quad n_R = d - 1 \\ S(k, z^{-1}) &= s_0(k) + s_1(k)z^{-1} + \dots + s_{n_S}(k)z^{-n_S}; \\ &\quad n_S = \max(n_C - d, n_A - 1) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

これらは、(5)式の解として一意に存在する。

(5)式の両辺に右側から $y(k)$ を乗じ、(1)式を用いると次式が得られる。

$$C(z^{-1})y(k) = R'(k, z^{-1})u(k-d) + S(k, z^{-1})y(k-d) \quad (7)$$

ただし、

$$\begin{aligned} R'(k, z^{-1}) &= R(k, z^{-1})B(k, z^{-1}) \\ &= r'_0(k) + r'_1(k)z^{-1} + \dots + r'_{n'_R}(k)z^{-n'_R}; \\ &\quad n'_R = n_B + d - 1 \end{aligned} \quad (8)$$

(7)式は、プラントの入力 $u(k)$ と出力 $y(k)$ の関係を示すものであり、(1)式のプラントの別表現と考えることができる。

(3)式の評価関数 $J(k+d)$ は、(7)式を用いるとつぎのように書き改められる。

$$\begin{aligned} J(k+d) &= (R'(k+d, z^{-1})u(k) + S(k+d, z^{-1})y(k) \\ &\quad - D(z^{-1})y_r(k+d))^2 + (E(z^{-1})u(k) \\ &\quad - F(z^{-1})u_r(k))^2 \end{aligned} \quad (9)$$

上式を $u(k)$ で微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(k+d)}{\partial u(k)} &= 2(R'(k+d, z^{-1})u(k) + S(k+d, z^{-1})y(k) \\ &\quad - D(z^{-1})y_r(k+d))r'_0(k+d) \\ &\quad + 2(E(z^{-1})u(k) - F(z^{-1})u_r(k))e_0 \end{aligned} \quad (10)$$

したがって、 $J(k+d)$ を最小とする制御則はつぎのように求められる。

$$\begin{aligned} \left(R'(k+d, z^{-1}) + \frac{e_0}{r'_0(k+d)} E(z^{-1}) \right) u(k) \\ = -S(k+d, z^{-1})y(k) + D(z^{-1})y_r(k+d) \\ + \frac{e_0}{r'_0(k+d)} F(z^{-1})u_r(k) \end{aligned} \quad (11)$$

(11)式の制御則にしたがって制御入力 $u(k)$ を合成するためには、 k 時点には $(k+d)$ 時点のパラメータ $r'_i(k+d)$, $s_i(k+d)$ が明らかにされていなければならない。しかし、これらを定めるプラントの特性は未知である。このためここでは、プラントの入出力信号を利用して $r'_i(k+d)$, $s_i(k+d)$ を予測し、その予測値 $\hat{r}'_i(k+d)$, $\hat{s}_i(k+d)$ を用いて制御入力 $u(k)$ をつぎのように合成することにする。

[制御則]

$$\begin{aligned} \left(\hat{R}'(k+d, z^{-1}) + \frac{e_0}{\hat{r}'_0(k+d)} E(z^{-1}) \right) u(k) \\ = -\hat{S}(k+d, z^{-1})y(k) + D(z^{-1})y_r(k+d) \\ + \frac{e_0}{\hat{r}'_0(k+d)} F(z^{-1})u_r(k) \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \hat{R}'(k, z^{-1}) &= \hat{r}'_0(k) + \hat{r}'_1(k)z^{-1} + \dots + \hat{r}'_{n'_R}(k)z^{-n'_R} \\ \hat{S}(k, z^{-1}) &= \hat{s}_0(k) + \hat{s}_1(k)z^{-1} + \dots + \hat{s}_{n_S}(k)z^{-n_S} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

つぎに、(12)式の制御則におけるパラメータ $\hat{r}'_i(k+d)$, $\hat{s}_i(k+d)$ の予測方法について考える。

(注意1)

本設計法では、 $u(k)$ の合成に要する演算時間は、等価的にプラントのむだ時間に含ませて考えている。

4. パラメータ調整系の設計

パラメータ $r'_i(k)$, $s_i(k)$ が不規則不確定に変化する場合には、これらを $(k-d)$ 時点以前に適切に予測することは物理的に不可能である。このため、ここでは、次式のように、これらがある有界な関数 $f_{i,j}(k)$, $g_{i,j}(k)$ の線形和として記述される場合について考える。

$$\left. \begin{aligned} r'_i(k) &= \sum_{j=0}^{mri} r'_{i,j} f_{i,j}(k) \\ s_i(k) &= \sum_{j=0}^{msi} s_{i,j} g_{i,j}(k) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

上式は、パラメータ $r'_i(k)$, $s_i(k)$ が関数 $f_{i,j}(k)$, $g_{i,j}(k)$ に従って変化することを意味するものである。したがって、関数 $f_{i,j}(k)$, $g_{i,j}(k)$ およびパラメータ $r'_{i,j}$, $s_{i,j}$ を知ることができれば、 d ステップ以前に $r'_i(k)$, $s_i(k)$ を正しく予測することができる。しかし、このような関数を全区間 $k \in [0, \infty)$ にわたってあらかじめ求めることは、一般には、相当の困難が予想される。このため、ここでは、さらに、時変パラメータがある限定された区間 $k \in [k_i, k_{i+1})$ では線形的に変化するものとし、 $f_{i,j}(k)$, $g_{i,j}(k)$ としては、0 次と 1 次の関数を考える。この関数としては、各種の形式のものが考えられるが、ここではつぎのものをを用いる。

$$\left. \begin{aligned} f_{i,0}(k) &= g_{i,0}(k) = 1 \\ f_{i,1}(k) &= g_{i,1}(k) \\ &= \alpha \cdot (k - k_i + k_\beta); \quad k \in [k_i, k_{i+1}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

この場合には、パラメータ $r'_i(k)$, $s_i(k)$ はつぎのように表現されることになる。

$$\left. \begin{aligned} r'_i(k) &= r'_{i,0} f_{i,0}(k) + r'_{i,1} f_{i,1}(k) \\ &= r'_{i,0} + r'_{i,1} \cdot \alpha \cdot (k - k_i + k_\beta); \quad k \in [k_i, k_{i+1}) \\ s_i(k) &= s_{i,0} g_{i,0}(k) + s_{i,1} g_{i,1}(k) \\ &= s_{i,0} + s_{i,1} \cdot \alpha \cdot (k - k_i + k_\beta); \quad k \in [k_i, k_{i+1}) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

上式における α , k_β は設計者が定める設計パラメータであり、 $r'_i(k)$, $s_i(k)$ を決定する $r'_{i,j}$, $s_{i,j}$ は仮定により未知である (α , k_β の選定指針については 5 章の (注意 2) を参照)。つぎに、プラントの入出力信号を利用した、 $r'_{i,j}$, $s_{i,j}$ の推定方法について考える。

(7) 式は、(16) 式の表現を用いると、つぎのように書き改められる。

$$y'(k) = C(z^{-1})y(k) = \theta^T \zeta(k); \quad k \in [k_i, k_{i+1}) \quad (17)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \theta &= [\theta_0^T, \theta_1^T]^T \\ \theta_0 &= [r'_{i,0}, \dots, r'_{n_R,0}, s_{i,0}, \dots, s_{n_S,0}]^T \\ \theta_1 &= [r'_{i,1}, \dots, r'_{n_R,1}, s_{i,1}, \dots, s_{n_S,1}]^T \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta(k) &= [\zeta_0^T(k), \zeta_1^T(k)]^T \\ \zeta_0(k) &= [u(k-d), \dots, u(k-d-n'_R), \\ &\quad y(k-d), \dots, y(k-d-n_S)]^T \\ \zeta_1(k) &= \alpha \cdot (k - k_i + k_\beta) \cdot \zeta_0(k) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(17) 式に対する推定モデルとしてつぎのものを考える。

$$\hat{y}'(k) = \hat{\theta}^T(k) \zeta(k); \quad k \in [k_i, k_{i+1}) \quad (19)$$

ここに、 $\hat{\theta}(k)$ は $\hat{\theta}$ の推定値たるつぎのような可調整ベクトルである。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= [\hat{\theta}_0^T(k), \hat{\theta}_1^T(k)]^T \\ \hat{\theta}_0(k) &= [\hat{r}'_{i,0}(k), \dots, \hat{r}'_{n_R,0}(k), \hat{s}_{i,0}(k), \dots, \hat{s}_{n_S,0}(k)]^T \\ \hat{\theta}_1(k) &= [\hat{r}'_{i,1}(k), \dots, \hat{r}'_{n_R,1}(k), \hat{s}_{i,1}(k), \dots, \hat{s}_{n_S,1}(k)]^T \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

推定モデルの $\hat{\theta}(k)$ は、新たに開発されたつぎの時変忘却係数を有するアルゴリズムにより調整するものとする⁹⁾。

[パラメータ調整則]

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) - \frac{\mu(k) \mathbf{\Gamma}(k-1) \zeta(k)}{1 + \mu(k) \zeta^T(k) \mathbf{\Gamma}(k-1) \zeta(k)} \\ &\quad \times (\hat{\theta}^T(k-1) \zeta(k) - y'(k)) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}(k) &= \frac{1}{\lambda(k)} \left[\mathbf{\Gamma}(k-1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mu(k) \mathbf{\Gamma}(k-1) \zeta(k) \zeta^T(k) \mathbf{\Gamma}(k-1)}{1 + \mu(k) \zeta^T(k) \mathbf{\Gamma}(k-1) \zeta(k)} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\lambda(k) = \max \left\{ \begin{aligned} &\lambda, \\ &\frac{1}{\gamma_u} \left[\text{tr } \mathbf{\Gamma}(k-1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mu(k) \|\mathbf{\Gamma}(k-1) \zeta(k)\|^2}{1 + \mu(k) \zeta^T(k) \mathbf{\Gamma}(k-1) \zeta(k)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{\Gamma}(-1) &> 0, \quad \gamma_u \geq \text{tr } \mathbf{\Gamma}(-1) \\ 0 &< \lambda < 1, \quad 0 < \mu(k) < \infty \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

なお、 $\hat{\theta}(k_i)$; $k \in [k_i, k_{i+1})$ の算定に際しては、 $\hat{\theta}(k_i - 1)$; $k \in [k_{i-1}, k_i)$ より求められた次式の $\hat{\theta}'(k_i - 1)$; $k \in [k_i, k_{i+1})$ を (21) 式の右辺の $\hat{\theta}(k-1)$ に用いるものとする。

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}'_0(k_i - 1) &= \hat{\theta}_0(k_i - 1) + \hat{\theta}_1(k_i - 1) \cdot \alpha \cdot (k_i - k_{i-1}) \\ \hat{\theta}'_1(k_i - 1) &= \hat{\theta}_1(k_i - 1) \end{aligned} \right\} \quad (25) \blacksquare$$

上のアルゴリズムによれば、信号ベクトル $\zeta(k)$ のいかにかわからず、

$$0 < \text{tr } \mathbf{\Gamma}(k) \leq \gamma_u, \quad \lambda \leq \lambda(k) \leq 1$$

が保証される⁹⁾。このアルゴリズムは忘却係数を有しているため、パラメータ $r'_i(k)$, $s_i(k)$ が (16) 式で示したような比較的長い区間 $k \in [k_i, k_{i+1})$ にわたり一定の係数 ($r'_{i,0}$, $r'_{i,1}$, $s_{i,0}$, $s_{i,1}$) で線形表現されない場合にも使用できる。すなわち、本アルゴリズムは、パラメータ $r'_i(k)$, $s_i(k)$ がパラメータ関数の基本区間 $k \in$

$[k_i, k_{i+1})$ と独立した高いレートで変動する場合にも使用できる。また、ゲイン行列は忘却係数の作用により滑らかに更新されるのでリセットの必要はなく、リセットゲイン方式特有の特異なパラメータ変動は生じない。

(21)～(25)式のアルゴリズムに k 時点以前の入出力信号を用いて調整された $\hat{\theta}(k)$ を利用して、 $(k+d)$ 時点のパラメータ $r'_i(k+d)$, $s_i(k+d)$ はつぎのように予測される。

$$\left. \begin{aligned} r'_i(k+d) &= \hat{r}'_{i,0}(k)f_{i,0}(k+d) + \hat{r}'_{i,1}(k)f_{i,1}(k+d) \\ &= \hat{r}'_{i,0}(k) + \hat{r}'_{i,1}(k) \cdot \alpha \cdot (k+d-k_i+k_\beta); \\ &\quad k \in [k_i, k_{i+1}) \\ s_i(k+d) &= \hat{s}_{i,0}(k)g_{i,0}(k+d) + \hat{s}_{i,1}(k)g_{i,1}(k+d) \\ &= \hat{s}_{i,0}(k) + \hat{s}_{i,1}(k) \cdot \alpha \cdot (k+d-k_i+k_\beta); \\ &\quad k \in [k_i, k_{i+1}) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

(12)式の制御則には、このようにして適応予測されたコントローラパラメータ $\hat{r}'_i(k+d)$, $\hat{s}_i(k+d)$ が用いられる。

5. 設計法の特徴

(i) 逆不安定プラントへの対応^{7),8)}

評価関数アプローチによる本設計法は逆不安定な時変プラントにも適用できる。しかし、このためには(4)式の重み多項式、特に $C(z^{-1})$, $E(z^{-1})$ を適切に選定しなければならない。なお、(11)式より明らかのように、 $E(z^{-1})$ の係数が大きくなるにつれ、 $u(k)$ の合成における $R'(k+d, z^{-1})$ の効果が小さくなるので、 $R'(k+d, z^{-1})$ の特別精度良い推定は実効の意味を失なってくる(特性の未知なる逆不安定プラントに対して、適切な重み多項式 $C(z^{-1})$, $D(z^{-1})$, $E(z^{-1})$, $F(z^{-1})$ をあらかじめ決めることはできない。これらは、実際には、設計・試験の繰返しにより設計仕様を満足するように選定されることになる)。

(ii) 従来方式の包含

設計パラメータを

$$D(z^{-1})=C(z^{-1}) \text{ (安定)}, E(z^{-1})=F(z^{-1})=0$$

および

$$\left. \begin{aligned} m_{r,i} &= m_{s,i} = 0 \\ f_{i,0}(k) &= g_{i,0}(k) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

と選ぶ場合には、本設計法は、従来の忘却係数を用いた代表的なモデル規範形適応制御法に帰着される。このように、本設計法は従来の代表的方法を無理なく包含している。なお、これより、従来の設計法は、時変パラメータを 0 次関数を用いて d ステップ前に予測する設計法になっていたことが理解される。

(iii) パラメータ関数の先見

全区間 $k \in [0, \infty)$ にわたって、プラントをモデリング誤差なく記述するためのパラメータ関数 $f_{i,j}(k)$, $g_{i,j}(k)$ が既知なる場合には、制御目的を正確に達成することができる。特にプラントが逆安定の場合には、 $D(z^{-1})=C(z^{-1})$ (安定), $E(z^{-1})=F(z^{-1})=0$ とすることにより

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (y(k) - y_d(k)) = \lim_{k \rightarrow \infty} (y(k) - y_r(k)) = 0$$

を保証することができる。ここに、 $y_d(k)$ はプラントの時変パラメータを既知とした場合の理想的なプラント出力である(この場合の安定性は、時不変プラントを対象にした従来のモデル規範形適応制御法の場合と同様な方法により簡単に証明される。(注意 3) 参照)。

(注意 2)

忘却係数を有するパラメータ調整則は指数減衰機能をもつ。この機能を備えたパラメータ調整則は、実プラントとその数学モデルの間にモデリング誤差が存在する場合にも、信号ベクトル $\zeta(k)$ の P.S. 性が確保されれば、つぎの性質を保証する^{9),11)}。

$$\|\hat{\theta}(k)\| < \infty$$

また、制御系は頑健になり、ある程度のモデリング誤差に対してはつぎの性質も保証される¹¹⁾。

$$|e(k)| = |y(k) - y_d(k)| < \infty$$

本論文のようにパラメータ関数を利用して時変パラメータを近似予測する場合には、信号ベクトルの成分は一般にパラメータ関数とプラントの入出力信号の積で与えられることになるので、パラメータ関数の形状および個数の選択に当たっては、信号ベクトルの P.S. 性を特に考慮しなければならない。ここで特に、一つの時変パラメータに対して、これをただか 2 個 (0 次, 1 次) のパラメータ関数を利用して近似予測しようとしたのも P.S. 性の観点からである。また、一次関数の導入に際し α , k_β なる設計パラメータを導入したのも同様に P.S. 性の観点からであり、これらは P.S. 性が高められるように選定されなければならない。なお、時変パラメータの変動がゆるやかな場合には、まず 0 次近似予測を試みるのが肝要である。

(注意 3)

大川氏の対象にした逆安定なプラントは、本表現法によれば、つぎのようなパラメータ関数既知の系として表現される。

(i) 文献 2) のプラント

$$d=1$$

$$f_{i,j}(k) = g_{i,j}(k) = \frac{1}{(k-1)^j}$$

ただし

$$C(z^{-1})=1$$

(ii) 文献 4) のプラント

$$d=1$$

$$m_{r,i}=m_{s,i}=2$$

$$f_{i,0}(k)=1, f_{i,1}(k)=\sin(\theta_i k), f_{i,2}(k)=\cos(\theta_i k)$$

$$g_{i,0}(k)=1, g_{i,1}(k)=\sin(\omega_i k), g_{i,2}(k)=\cos(\omega_i k)$$

ただし,

$$C(z^{-1})=1$$

本設計法によれば, 大川氏のような固定ゲイン方式の調整則に代わって, 時変ゲイン方式のものが使用でき, 性能のすぐれた制御系の設計が可能になる.

6. 数 値 例

本設計法の有用性を確認するため, 数値実験を行った. 以下に, その 2, 3 例を示す.

(i) 例 1

プラントとして, つぎの不安定システムを考える.

$$(1+a_1(k)z^{-1}+a_2(k)z^{-2})y(k)=b_0(k)z^{-1}u(k)$$

ただし,

$$a_1(k)=4+\sin\left(\frac{2\pi}{180}k\right)$$

$$a_2(k)=2+\sin\left(\frac{2\pi}{155}k+\pi\right)$$

$$b_0(k)=3+\sin\left(\frac{2\pi}{135}k+\frac{3}{2}\pi\right)$$

上のプラントに関しては, 2 章で述べた前提は成立し

(a) Desired output $y_d(k)$ and controlled output $y(k)$

(b) Desired input $u_d(k)$ and synthesized input $u(k)$

ているものとする.

設計の基本となる評価関数 $J(k+d)$ としては, つぎのものを考える.

$$J(k+d)=(y(k+1)-y_r(k+1))^2$$

この場合には, (12)式の制御則における多項式 $D(z^{-1})$, $E(z^{-1})$, $F(z^{-1})$ は

$$D(z^{-1})=1, E(z^{-1})=F(z^{-1})=0$$

となる. また, $\hat{R}'(k, z^{-1})$, $\hat{S}(k, z^{-1})$ の次数は

$$n'_R=0, n_S=1$$

となる. $\hat{R}'(k, z^{-1})$, $\hat{S}(k, z^{-1})$ のパラメータ $\hat{r}'_i(k)$, $\hat{s}_i(k)$ を調整するためのパラメータ関数 $f_{i,j}(k)$, $g_{i,j}(k)$ としては, $m_{r,i}=m_{s,i}=1$ なる (15)式の形式のものを考え, これらのパラメータはつぎのものを用いる. ((25)式直後の記述および(注意 2) 参照).

$$f_{i,0}(k)=g_{i,0}(k)=1$$

(c) Adaptively predicted controller parameters

(d) Real controller parameters

(e) Desired output $y_d(k)$ and controlled output $y(k)$ when zero order prediction is employed

Fig. 1 Experimental result of example one

$f_{i,1}(k)=g_{i,1}(k)=0.1 \cdot (k-k_i-50)$; $k \in [k_i, k_{i+1})$
ただし,

$$k_i = l \cdot 101; l=0, 1, \dots$$

また, パラメータ調整則の初期値などはつぎのものを
使用する.

$$\hat{\theta}(-1)=[1, 0, 0, 0, 0]^T, \Gamma(-1)=1000I$$

$$\gamma_u = \text{tr } \Gamma(-1) = 6000, \lambda = 0.8$$

Fig. 1 は, 上の設計に対し, $y_r(k)$ として周期 40
の正弦波を用いた場合の実験結果である. 同図 (a) は
実際のプラント出力 $y(k)$ と理想的な出力 $y_d(k)$ ($=$
 $y_r(k)$) を, (b) は実際の制御入力 $u(k)$ と理想的な制
御入力 $u_d(k)$ をそれぞれ示している. また, (c) は,
適応的に予測されたコントローラパラメータ $\hat{r}'_i(k)$,
 $\hat{s}_i(k)$ を, (d) は真のコントローラパラメータ $r'_i(k)$,
 $s_i(k)$ である. 参考までに, (e) に,

$$m_{r,i}=m_{s,i}=0, f_{i,0}(k)=g_{i,0}(k)=1$$

とした 0 次のパラメータ予測を用いた場合のプラント
出力 $y(k)$ を示した. (a), (e) より, この場合には,
1 次のパラメータ予測は 0 次のものよりもかなりすぐ
れた制御性能を発揮せしめていることがわかる.

(ii) 例 2

プラントとして, つぎの逆不安定システムを考
える.

$$(1+a_1(k)z^{-1})y(k)=(b_0(k)+b_1(k)z^{-1})z^{-1}u(k)$$

ただし,

$$a_1(k) = -0.6 + 0.1 \sin\left(\frac{2\pi}{150}k\right)$$

$$b_0(k) = 1 + 0.5 \sin\left(\frac{2\pi}{150}k + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$b_1(k) = 2 + 0.5 \sin\left(\frac{2\pi}{150}k + \frac{4}{3}\pi\right)$$

上のプラントに関しては, 2 章で述べた前提は成立
しているものとする.

設計の基本となる評価関数 $J(k+d)$ としては, つ
ぎのものを考える.

$$J(k+d) = (y(k+1) - y_r(k+1))^2 + u^2(k)$$

この場合には, (12) 式の制御則における多項式 $D(z^{-1})$,
 $E(z^{-1})$, $F(z^{-1})$ は

$$D(z^{-1})=E(z^{-1})=1, F(z^{-1})=0$$

となる. また, $\hat{R}'(k, z^{-1})$, $\hat{S}(k, z^{-1})$ の次数は

$$n_k=1, n_s=0$$

となる. $\hat{R}'(k, z^{-1})$, $\hat{S}(k, z^{-1})$ のパラメータ $\hat{r}'_i(k)$,
 $\hat{s}_i(k)$ を調整するためのパラメータ関数 $f_{i,j}(k)$, $g_{i,j}(k)$
としては, $m_{r,i}=m_{s,i}=0$ とし, つぎのものを考える.

$$f_{i,0}(k)=g_{i,0}(k)=1$$

また, パラメータ調整則の初期値などはつぎのものを

(a) Desired output $y_d(k)$ and controlled output $y(k)$

(b) Desired input $u_d(k)$ and synthesized input $u(k)$

(c) Adaptively predicted controller parameters

(d) Real controller parameters

(e) Desired output $y_d(k)$ and controlled input $y(k)$
when first order prediction is employed

Fig. 2 Experimental result of example two

用いる.

$$\hat{\theta}(-1)=[1, 0, 0]^T, \Gamma(-1)=1000I$$

$$\gamma_u = \text{tr } \Gamma(-1) = 3000, \lambda = 0.85$$

外部入力 $y_r(k)$ としては, つぎの関係で, 周期 40,

振幅 ± 1 の矩形波 $y_r(k)$ より合成された信号を用いる。

$$(1 - 1.33z^{-1} + 0.5z^{-2})y_r(k) = 0.17y_r(k)$$

Fig. 2 は、この場合の実験結果である。同図 (a) は実際のプラント出力 $y(k)$ と理想的な出力 $y_d(k)$ を、(b) は実際の制御入力 $u(k)$ と理想的な制御入力 $u_d(k)$ をそれぞれ示している。また、(c) は適応的に予測されたコントローラパラメータ $\hat{f}_i(k)$, $\hat{s}_i(k)$ を、(d) は真のコントローラパラメータである。参考までに、(e) に

$$m_{r,i} = m_{s,i} = 1$$

$$f_{i,0}(k) = g_{i,0}(k) = 1$$

$$f_{i,1}(k) = g_{i,1}(k) = 0.1(k - k_l - 50); k \in [k_l, k_{l+1})$$

$$k_l = l \cdot 101; l = 0, 1, \dots$$

とした 1 次のパラメータ予測を用いた場合のプラント出力 $y(k)$ を示した。(a), (e) より、この場合には、0 次のパラメータ予測は、1 次のものに遜色ない制御性能を発揮せしめていることがわかる。この主な原因の一つは、評価関数の重み多項式 $E(z^{-1})$ を比較的大きく選定していることによるものと思われる (5 章の (i) 参照)。

上掲のように、制御系は所期の性能を発揮しており、本設計法の有用性が理解される。

(注意 4)

複数個の時変パラメータを有するプラントを制御するためのコントローラパラメータを、プラントの入出力信号より適応予測しようとする場合、上の 2 例が示すように、予測パラメータは、プラントパラメータから直接計算された真のコントローラパラメータに必ずしも一致しない。しかし、(16) 式に示されたような仮定が成立する範囲では、実質的制御目的は達成されることが実験的に確認されている。

7. あとがき

以上、時変プラントに対する適応制御法として、プラントを時変系として定式化したうえで、1 サンプル周期以上のむだ時間をもつ逆不安定なプラントをも扱える新しい設計法を示した。提案の設計法は、最

近の時変プラントを対象にした設計法では扱えなかったプラントが扱えるばかりではなく、従来の時不変プラントを対象にした主要な設計法を無理なく包含するという一般性の高い設計法になっている。本設計法の有用性は数値実験でも示したが、有用性の評価されてきた従来の設計法の包含性からも理解できるものである。また、これは、これまでの種々の設計法の統一的理解を可能にするものとしても価値あるものと思われる。

プラントとその数学モデルの間にモデリング誤差が存在する場合には、パラメータ調整に使用される信号ベクトルの P.S. 性が重要となるが、時変プラントにおける外部入力 $P.E.$ 性と信号ベクトルの P.S. 性の詳しい関係の究明は残念ながらつぎの課題として残された。また、ここでは、プラントに混入する外乱は無視できるものとしたが、これが無視できない場合の設計法の確立も興味ある課題である。

参考文献

- 1) B.D.O. Anderson and R.M. Johnstone: Adaptive Systems and Time-Varying Plants, International J. Control, **37**-2, 367/377 (1983)
- 2) 大川不二夫: ある種の線形時変系に対するモデル規範形適応制御系の一設計, 計測自動制御学会論文集, **20**-9, 801/806 (1984)
- 3) F. Ohkawa: A Model Reference Adaptive Control System for a Class of Discrete Linear Time-Varying Systems with Time-Delay, International J. Control, **42**-5, 1227/1238 (1985)
- 4) 大川不二夫: 周期変動係数を有する線形時変系に対する MRACS の一設計, 計測自動制御学会論文集, **21**-1, 90/92 (1985)
- 5) X. Xianya and R.J. Evans: Discrete-Time Adaptive Control for Deterministic Time-Varying Systems, Automatica, **20**-3, 309/319 (1984)
- 6) 新中新二: 適応極配置に関する一考察, 計測自動制御学会論文集, **20**-12, 1172/1174 (1984)
- 7) D.W. Clarke and P.J. Gawthrop: Self-Tuning Controller, Proc. IEE, **122**-9, 929/934 (1975)
- 8) 新中, 鈴木: 適応極配置系に関する一考察—評価関数を有する制御系への対応—, 計測自動制御学会論文集, **22**-4, 476/478 (1986)
- 9) 新中, 鈴木: 適応システムのためのパラメータ調整アルゴリズム, 計測自動制御学会論文集, **21**-7, 691/697 (1985)