音波の振幅測定による変位の測定法[†]

——軸対称の場合——

坂 尾 富 士 彦*

Sensing Displacement by Measuring Acoustic Pressure

——Axi-Symmetric Case——

Fujihiko SAKAO*

The principle of determining linear displacement of a (quasy) rigid plane facing to the only open end of a duct through measurement of acoustic pressure in the duct, reported previously by the author, was extended to the axi-symmetric configuration. A simple calculation procedure was confirmed to give reliable results except for near-resonance amplitude, through comparison with experimental results. Operational characteristics such as linearity of acoustic pressure, extent of its variation, sensitivity of output to pick up position, and magnitude of response to the acoustic excitation were determined by numerical simulation based on the calculation, and results were summarised into a map of characteristics as functions of frequency and pick up position. Excellent linearity was predicted for (and only for) frequencies about 95% and 285% of the fundamental resonance frequency of the tube with one end open and the other closed. Experimentally, however, excellent linearity could be achieved for the gap length only up to half the radius of the tube, the limit being about a half of that for the 2-dimensional case. This difference is not surprising in view of the increased importance of peripheral cross section of the gap in relation to the axial cross-section of the tube in the axi-symmetric case. Hence, the operational range of the gap (plane displacement) was limited to 0 to half the radius. For this re-defined range, linearity of the output etc. were reexamined, results

showing that fairly good characteristics can be obtained for rather wide range of conditions around those frequencies given above. Determination of displacement through resonance frequency variation was also referred to.

Key Words: sensor, displacement sensor, acoustic response

1. ま え が き

音響的に共鳴可能な管の開口の前に剛平面を近付けると共振周波数、従って一定周波数での音響インピーダンスが変化する。そこで、共振周波数を測定するか、また一定周波数・一定強さの励振に対する音圧振幅を測定すれば平板の位置が測定できる。著者は先にこの方法を提案し、特に音圧振幅測定方式について良好な特性が得られる作動条件を示した¹⁾。即ち、管閉の(状部分)の一端開・他端閉での基本共振周波数90%内外の周波数で励振すれば、0から管の半径に等しい値までの隙間に対して出力は殆んど直線的に、大きく変化する。3次の共振周波数付近でも類似の特性が得られ、同一測定範囲に対して高い周波数を使用できる利点がある。また、共振周波数変化方式が有望な周波数の範囲にも触れた。

前回報告したのは2次元的な構造配置の場合であった。これは主として研究の便宜上先に取り上げたもので、実際の測定では2次元的な測定器の応用される場面も勿論少なくはないが、軸対称の構造・配置の応用の方がさらに多いと考えられる。今回はその意味で軸対称の場合を取り扱ったものである。今回は音圧振幅測定方式を主な対象とする。

2. 計算の方法

前回の報告と同じく主として計算によって特性を推

[†] 第24回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭60・7)

* 広島大学工学部 東広島市西条町下見

* School of Engineering, Hiroshima University, Higashihiroshima

(Received June 15, 1985)

(Revised October 18, 1985)

定し、必要に応じて実験により計算の精度を確認する。計算の方法も前回と基本的には同じで、ラプラスianの差分表示が軸対称の場合に相応した形になり、網目の形状・寸法が少し変わっただけである。

Fig. 1 に管と平面の配置を示す。外見上前報のそれと変らないが、今回は管の中心線の周りに軸対称である。差分化のための網目は、半径方向には変化が急で、しかも中心線の片側だけ計算すればよいことから、軸方向に比べて 1/2 の寸法をもつ長方形とした。即ち、BC を 36 等分し、直径 BE を 12 等分する。管と平面の間の隙間の部分 AFGH での網目は管内部のそれを縦横ともさらに 1/2 にした。音源の位置はやはり、任意にできるが、ここでは奥の中央 S 点の場合に限った。

基礎方程式は音圧 p を変数として、前報同様粘性・摩擦などをすべて無視すると次のとおりである。

$$\frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = F \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$$

ここで a_0 は音速、 $\mathbf{x}_0$ は音源位置 (r_0, θ)、 F は音源の強さ、 δ は Dirac のデルタ関数である。励振を角周波数 ω の正弦波と仮定し、 $k = \omega/a_0$ と置き、変数は今後複素振幅を表わすとすれば、方程式はつぎのよ

うになる。

$$(k^2 + \nabla^2)p = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$$

$$\left(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right)$$

ここでも隙間のすぐ外、Fig. 1 の AH で $p=0$ とする。したがって音の放射は無視されたことになる。さらに、粘性等の効果も省略するので、音響エネルギーの損失は皆無で、定在波のみが存在し、「複素」振幅は実際には実数（正負の）となる。

Fig. 2 にラプラシアン ∇^2 の差分化の手順と結果を示す。やや複雑に見えるが、最も簡単に、2 点の値の差を r の増分で除し、 r として中間の値を採ただけである。ただし、中心線に接する最内側の要素については、 r の小さい方の要素は最早存在しないので、最内側要素の占める円筒形領域に Green の定理を適用して、その表面での r 方向微分係数の値で表したが、結果的には一般の要素の場合と同形になった。つぎに、一つの網目の r 方向の寸法は x 方向の 1/2 であるから、 r 方向の 2 階差分の係数を 4 倍し、軸方向のそれと加える。また、隙間部分では縦横共に 1/2 に縮小されるから、全部の係数をさらに 4 倍すればよい。

固定境界に接する要素の扱いは前報¹⁾ で説明したとおり、境界面の向かう側にそれ自身と同じ値が存在すると見なして係数を修正した。

以下、前報と同様に広島大学情報処理センターの計算機で計算を実行し、主要な点での音圧を磁気ディスク上のファイルに保存し、別のプログラムで纏めて読み出し、隙間の大きさとの関係のグラフを描かせる。

3. 実験の方法

実験装置の構造配置は計算の場合に対応して Fig. 1 と同じである。管の材料は前¹⁾ 同様アクリル樹脂で、寸法も BC=120 mm, BE=20 mm, AF=40 mm と、前と対応しているが、軸対称である点が前と異なる。また、軸対称という構造上、音圧測定用マイクロホンの位置を変えるのは不便なので閉端に近い一箇所に固定されている。管端に面して置かれるのはアクリル樹脂製、径 40 mm の円板で、これを微動装置により動かして隙間の大きさを変え、ダイヤルゲージで 0.01 mm 迄読み取る。音源としては安定性の点からスピーカではなくコンデンサマイクロホンを直流偏極電圧に正弦波交流電圧を重ねて駆動して用いた。位置は管の奥、閉端の中央である。マイクロホンの出力はフィルタを通してからデジタル rms 電圧計で測定した。励振電圧も同じ電圧計で、周波数はカウンタで監視する。

Fig. 1 Geometry of sensor
“S” denotes the source location, “M” the pick up position.

Fig. 2 Finite-difference scheme for the Laplacian (on interior points)
(a) Top, discretization of radial derivative $(\partial(r\partial p/\partial r)/\partial r)/r$ over and around the r -th element from the centerline. Bottom, special treatment for the elements adjacent to (actually pierced by) the center line.
(b) The complete Laplacian after incorporation of the axial derivative, with regards to the axially elongated geometry of elements.

4. 結果について

Fig. 3 は前述のようにして計算結果から得られた隙間(変位)と音圧の簡易グラフの例である。上から下に隙間の大きさ(単位は管の半径の 1/6), 横には音圧をその位置での最大値で規格化した値を示す。 f は周波数, f_0 は管の一端閉他端開の基本共振周波数である。図のように音圧は隙間に応じて変化するが, その変化は直線的とは限らない。場合によっては特定の値での共振が強く現われる。

Fig. 4 は計算と実験の結果の比較である。実線は計算, 円は実験の結果を示す(注1)。ここでも前と同様計算と実験の結果のスケールは隙間のある値(半径の 1/3)で合せてある。図から, 音圧が小さい部分では良く一致し, 音圧が大きい部分では一致しなくなることが分る。したがってこの場合もまた, 共振に近い状態での振幅を除けば計算の精度は満足できると見られる。

つぎに, Fig. 3 のような図多数から出力電圧の隙間に対する変化の直線性, 変化の大きさ, 測定位置の変化に対する鈍感さ, 一定の励振に対する音圧の大きさなど, 測定に都合の良い特性を纏めたものが Fig. 5 である。図から, 一端閉・他端開の基本共振周波数 f_0 の 96% 及び 285% (3 次の共振周波数の 95%) 付近の周波数で直線性も良くその他の条件にも恵まれていることが分る。即ち, 測定に好適な状態である。先に報告した 2 次元の場合と異なり出力の直線性の良いのは極く狭い範囲の周波数に限られているが, 範囲が狭いと自体は別に支障とはならない。

しかしながら計算によれば測定に都合の良い状態が共振点 f_0 に近いことは問題である。Fig. 4 に示した例で, 音圧の測定値は隙間が半径の 1/2 以上では直線性を失っているが, 周波数を種々と変えてもこの領域でも直線性が良いという状態は実験的には得られなかった。このことと, 計算上の直線性良好な状態が共振のすぐ近傍であることを考え合せると, 2 次元の場合と異なり軸対称の場合には隙間が 0 から半径に等しい値までの範囲全部で直線性を良くするのは, 共振に強く依存して初めて可能であると推定される。共振にあまり強く依存しないで直線的出力が得られるのは 0 から半径の 1/2 程度の

(注1) 測定は隙間 0 から始めて最大値まで増加させ, 再び 0 まで戻るといふ順序で行った。行きの, 0 付近は特に細かく, 順次間隔を広くした。これは間隔が小さいところで急な変化があり得ると予想したためであるが, 結果的には大した変化はなかった。

Fig. 3 Examples of calculated results

Computer output showing pressure amplitude on the centerline as a function of the gap length. The ordinate is from top to bottom, 0 to 6 units of gap length ("6 units" is equal to the inner radius; in experiment the range is 0 to 10 mm). The abscissa is normalized amplitude. Viewed from the LHS laterally, the figures become similar presentation as the next figure but that the amplitude has sign here. Numerical figures on the RHS denote amplitude before normalization. The letters under each figure, D**** denotes nondimensionalized frequency. $f=f_0$ corresponds to D0436.

Fig. 4 Comparison of calculated results with the experimental

Pressure is picked up near the closed end, i.e., at the 1/8 point from the closed to the open end (M in Fig. 1). ○ denotes experimental, solid line calculated, ⊙ means there are two identical data from experiment. With the frequency denoted by f , the fundamental resonance frequency by f_0 , the two cases correspond to: (a) $f=669$ Hz, $f/f_0=0.928$, (b) $f=684$ Hz, $f/f_0=0.949$. The ordinate is in arbitrary scale but the same for the two figures.

範囲のように思われる（実験結果から見て）。この範囲でなら、Fig. 4(a)のように実験的にも良い直線性が得られている。

軸対称の場合にこのように範囲が狭くなるのはある意味では当然とも考えられる。軸対称では軸から離れる程円周が長くなるから、隙間（及びその他の対応する寸法）が同じ場合、管の断面積に対する隙間での音波の通路の断面積の比は2次元の場合の2倍以上である。したがって、例えば良好な直線性が容易に得られる隙間の範囲が2次元の場合の1/2になっても驚くには当たらないと考えられる。

こうした観点から、0から管内半径の1/2までの範囲に限りて音圧の直線性を再吟味したのがTable 1である。直線性が全般的に悪い周波数は省略して f_0 の95%内外、 $3 \times 95\%$ 内外だけを示してある。表中の数値は、音圧・隙間曲線の両端を結ぶ直線からの、音圧のずれの最大値を、両端の音圧の差に対する百分率で表わしたものである。ここでは直線性良好な周波数の範囲もかなり広く2次元の場合¹⁾とほぼ同様な結果になり、先の解釈を裏付けている。

Fig. 4に示した $f/f_0 = 0.928$ の例から推定すれば、0から管径の1/4迄の隙間に対し、変位と殆んど直線的にほぼ1:20の範囲で変化する音圧出力が実験的にも得られることになる。気温変化や雑音の対策については前報¹⁾で触れたが、それらの影響が適当に制御できて、測定範囲の1/100迄確実に分解できるとすれば、周波数をこの例のとおり669 Hzとして測定範囲と分解能は5 mm, 最低0.05 mmとなる。周波数を変え、それに反比例して管の大きさを変えることによってこれらは原理的には自由に変更できる(注2)。

(注2) 実際には音圧センサ（マイクロホン）の大きさ等によって制約される可能性があり、その意味で図5(c)の特性に注目すべきである（前報¹⁾の説明参照）。

Fig. 5 Map for various characteristics as a displacement sensor

Lateral position, normalized frequency f/f_0 (f_0 is the fundamental resonance frequency for the one-end closed, the other-end open tube). Vertical position, location of the pressure pick up (top the closed end, bottom the open).

(a) Linearity of pressure-gap length relation. Deviation of pressure from the perfect linearity (the straight line passing the end points) divided through the difference between the end points are: $\odot < 7\% < \bigcirc < 15\% < \square < 22\% < \triangle < 33\% < \times$. $\bullet$ indicates that the relation is not monotonous, $\blacksquare$ means that fractional variation of pressure is too small. In the hatched region resonance takes place for a value of gap length, so linearity is no longer to be considered:

(b) Fractional change in the pressure amplitude. Ratio of pressure for maximum and minimum gap lengths (the larger one is always numerator) is: $\odot > 10 > \bigcirc > 5 > \square > 2 > \triangle > 1.4 > \times > 1.2 > \bullet$. Hatched regions are resonance region, where such ratio becomes meaningless.

(c) Sensitivity (which is undesirable) of characteristics to the pick up position. For a pair of points of which distance is 1/5 of the tube length, the following ratio is calculated: [(maximum difference in the amplitude for the two points for the same gap length)/(maximum amplitude over the two under all the gap lengths)]. The ratio is: $\odot < 10\% < \bigcirc < 20\% < \square < 30\% < \triangle < 50\% < \times$. $\bullet$ means the reversed tendency (i.e., one increasing while the other decreasing).

(d) Magnitude of pressure response to the same excitation. The maximum (over gap length) amplitude is, on a common arbitrary scale: $\odot > 300 > \bigcirc > 100 > \square > 30 > \triangle > 10 > \times > 3 > \bullet$. Disruption on the abscissa means that there is change in the scale.

Fig. 5の $f/f_0 = 0.6 \sim 0.9$ 及び $1.9 \sim 2.7$ の範囲は隙間に応じて特定の周波数での共振が強く現われる領域である。ここでは共振周波数の変化を検出する方式が有望である。ただし、隙間と共振周波数の値の関係は全体としては直線的とはいえず周波数の変化も大きくはない。ただし共振周波数方式については実験による検証をも含めて後に報告する。

5. 結 び

先に報告した2次元的構成の場合と同様に、軸対称の場合についても管内音圧測定によって管口に面する平面の変位の測定が可能であることが、計算及び実験

Table 1 Linearity of pressure amplitude for the gap-length from to half the inner radius of the tube. "POS" denotes the sequence of the pick up positions, equally spaced from the closed end to the open. The numerical values inside the table are ratio (in percentage) of [the maximum deviation of pressure amplitude from the linear relation between the end points] to the difference of pressure amplitude between the end points. The positions 1 to 5 (i.e., except the nearest to the open end) give nearly the same results.

f/f_0 POS.	91.6%	94.0%	95.1%	96.3%	97.4%	98.6%	100.8%	270.5%	275.5%	259.0%	291.1%	258.0%	309.4%
1~5	10.2%	3.9%	1.6%	0.9%	2.7%	4.3%	7.3%	15.6%	9.2%	3.1%	2.5%	5.4%	9.7%
6	9.6%	2.0%	1.0%	3.8%	6.8%	10.2%	23.8%	14.7%	8.0%	10.6%	6.8%	14.5%	25.0%

によって明らかになった。また、共振周波数の変化を直接測定する方式も有望である。今後の問題として、外来雑音、温度変化などの対策、音圧測定と共振周波数測定方式の優劣など広い範囲に互って検討して行きたい。

参 考 文 献

- 1) 坂尾富士彦：音波の振幅測定による変位の測定法，計測自動制御学会論文集，**21-12**，1336/1341 (1985)