ホ ッ パ の 重 量 制 御

——適応制御方式の適用——

和 田 憲 造*・早 野 延 男*・相 良 節 夫**

Weight Control of Hopper

——Application of Model Reference Adaptive Control——

Kenzou WADA*, Nobuo HAYANO* and Setsuo SAGARA**

In this report, we discuss the weight control of the hopper by using a microcomputer. As for the control algorithm, the "Model Reference Adaptive Control" method is used.

The model reference adaptive control system (MRACS) is constructed with Ohkawa's algorithm based on the Lyapunov's direct method. And the MRACS is extended to permit application to non-minimum phase systems by compensating zero-points of the system because the hopper system is non-minimum phase system.

The validity of the extended adaptive algorithm is confirmed by simulations, further the algorithm is applied to the real hopper system.

As for the results, it is shown that the proposed algorithm is very useful for the process with a deterministic disturbance input and with time variant parameters through the simulations and experiments.

Key Words: weight control, adaptive control, non-minimum phase system, microcomputer, granular material

1. ま え が き

前報^{1),2)}において筆者らは粉粒体プロセスに対する現代制御理論の適用として有限時間整定制御および LQ 制御方式の適用について検討を行ってきた。そこ

では粉粒体として粒度分布がほぼ均一で、また流動性の良好な砂を用い、この場合に対しては上記の制御方式を適用することで非常に優れた応答を得ることができた。

ホッパの重量制御において、粉粒体の流動性が良好であるということは、バルブ開度に対するホッパからの流出量の割合（バルブのゲイン）がほぼ一定で、かつ流出量の変動が非常に少ないということを意味している。しかし一般の粉粒体プロセスにおいては、粉粒体の粒度は必ずしも均一でなく、むしろ幅広い粒度分布を有する場合が少なくない。このような粉粒体プロセスを対象とした場合、流出量の変動および粉粒体のもつ粒度分布によりプロセスのパラメータは変化し、このためプロセスの動特性を正確に把握することは困難となる。このような場合、これまでの制御方式では良好な制御を望むことは難かしくなる。そこで本論文では、プロセスの動特性が未知であり、またパラメータが時変のプロセスに対して有効とされており、また近年注目を集めているモデル規範形適応制御系 (MRACS) の適用について検討を行った。

MRACS はその立脚する安定理論により Lyapunov の安定理論に基づくものと、PoPov の超安定理論に基づくものとに大別されるが、その殆んどは最小位相系のプロセスを対象としたものである。本プロセスは、系の各要素の伝達関数から連続系のモデルを構成し、これを離散化した場合、非最小位相系のプロセスとなる。非最小位相系に対する適応制御については藤井^{3),4)}および Johnstone⁵⁾らにより報告がなされている。藤井ら³⁾はプロセスが非最小位相系になるのはプロセスを ARMA モデルで表現するからだとし、プロセスをむだ時間 + AR モデルで構成し、これに対する MRACS を構成している。またこの方法とは別にプロ

* 山口大学工学部生産機械工学科 宇部市常盤台

** 九州大学工学部 福岡市東区縮崎 6-10-1

* Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube

** Faculty of Engineering, Kyushu University, Fukuoka

(Received July 22, 1985)

(Revised November 28, 1985)

セスの零点補償と規範モデルの動的補償を行うことにより安定性と速応性を考慮した MRACS の設計法も提案している⁴⁾。いずれの場合もプロセスのステップ応答をもとにモデルの作成あるいは設計パラメータの決定を行っているが、設計パラメータの決定方法が明確でなく、多少の試行錯誤を必要としている。また Johnstone らは鈴木ら⁶⁾の PoPov の超安定理論による適応アルゴリズムをもとに、プロセスの零点補償を行うことにより、非最小位相系に対する適応アルゴリズムを提案している。しかしそのアルゴリズムの中で 3 次の代数方程式の求解が必要となり、実際に制御を行う上でサンプリング周期に大きな制約を受けることになる。

本論文では適応制御系を大川ら⁷⁾の Lyapunov の安定理論に基づく MRACS を用いて構成し、零点補償を行うことで非最小位相系に拡張する。零点補償の方法は Johnstone らの方法と同様であるが、この場合のアルゴリズムは非常に簡潔で、3 次の代数方程式を解くことなく簡単に実行できる。そしてこの拡張されたアルゴリズムの有用性をシミュレーションにおいて確認し、さらにこれをホッパーの重量制御システムに適用し、その有用性について検討を行った。

2. 対象プロセス

実験装置の概略図を Fig. 1 に示す。本実験装置は前報で用いたのと同様の装置である。ホッパー内の粉粒体の重量はホッパーを支えている梁に貼られた歪ゲージにより検出され、マイクロコンピュータによりサンプリングされる。そしてあらかじめプログラムされている制御式により操作量が決定され、これによりスライドバルブを開閉し、ホッパーからの流出量を制御することで重量をコントロールしている。ホッパーへは上部供給ホッパーより常に一定量の砂が流入している。

Fig. 2 にプロセスのブロック線図を示す。これよりプロセスの状態推移方程式は次式のように書ける¹⁾。

Fig. 1 Schematic diagram of the hopper system

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= Px(k) + qu(k) + rQ(k) \\ y(k) &= c^T x(k) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし P , q , r はサンプリング周期を τ とすると

$$P = e^{A\tau}, \quad q = \int_0^\tau e^{A\lambda} b d\lambda, \quad r = \int_0^\tau e^{A\lambda} r_A d\lambda \quad (2)$$

であり、また A , b , r_A , c はそれぞれつぎの通りである¹⁾。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_v} & \frac{K_v}{T_v} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ K \end{pmatrix}, \quad r_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c^T = (1 \ 0 \ 0) \\ K = K_m \cdot K_b$$

粉粒体が巾広い粒度分布を有している場合、また粉粒体がホッパーから流出する際に流出量に変動をきたすということは、Fig. 2におけるスライドバルブのゲイン K_v が見掛上変化することを意味しており、これにより(1)式のマトリクス P が変化し、プロセスの動特性が変化することになる。

(1)式よりプロセスはつぎの ARMA モデルで表わせる。

$$y(k+1) = \frac{\sum_{j=1}^3 b_j z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^3 a_j z^{-j}} u(k) + \frac{\sum_{j=1}^3 q_j z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^3 a_j z^{-j}} Q(k) \quad (3)$$

$$\therefore y(k) = - \sum_{j=1}^3 a_j z^{-j} y(k) + \sum_{j=1}^3 b_j z^{-j} u(k) + \sum_{j=1}^3 q_j z^{-j} Q(k) \quad (4)$$

(3)式のモデルのパラメータの値はサンプリング周期 $\tau=2$ 秒のときつぎのようになる。

$$a_1 = -2, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = 0$$

$$b_1 = -0.1632, \quad b_2 = -0.1844, \quad b_3 = -3.564 \times 10^{-4}$$

$$q_1 = 0, \quad q_2 = -1, \quad q_3 = 2$$

このとき零点は

$$z_1 = -1.936 \times 10^{-3}, \quad z_2 = -1.1280$$

となり、その一つは z 平面の単位円外に存在し、これより本プロセスは非最小位相系のプロセスとなる。またプロセスの入力は次式で示される振巾制限を受けており、さらにバルブの可動範囲は 0~100mm であることから本プロセスは系内に飽和要素を含む形となる。

$$|u(k)| \leq u_l (=3V) \quad (5)$$

Fig. 2 Block diagram of the hopper system

3. 非最小位相系に対する MRACS

まず一般の n 次のプロセスにおいて、大川ら⁷⁾のアルゴリズムを非最小位相系に拡張する。プロセスは次式の ARMA モデルで表わされるものとする。

$$y(k) = \frac{\sum_{j=1}^n b_j z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n a_j z^{-j}} u(k) + \frac{\sum_{j=1}^n q_j z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n a_j z^{-j}} Q(k) \quad (6)$$

ところで $Q(k)$ はプロセスに加わる既知の入力である。ここで Fig. 3 に示されているようにプロセスの零点が z 平面の単位円内に存在するように補償要素 $P(z^{-1})$ を設ける。これにより零点補償されたプロセスの出力 $\tilde{y}(k)$ は次式のように表わせる。

$$\tilde{y}(k) = y(k) - P(z^{-1})u(k) \quad (7)$$

ここで $P(z^{-1})$ は次式で示される z^{-1} の多項式である。

$$P(z^{-1}) = \sum_{j=1}^m p_j z^{-j} \quad (8)$$

また $p_j (j=1 \cdots m)$ は次式で示される方程式の根が z 平面の単位円内に存在するように決定される。

$$\sum_{j=1}^n b_j z^{-j} - P(z^{-1}) \left(1 + \sum_{j=1}^n a_j z^{-j} \right) = 0 \quad (9)$$

しかし実際のシステムへの適用に当っては、パラメータ a_j, b_j, q_j が未知のため、補償要素 $P(z^{-1})$ を決定する際にはプロセスの同定ということが必要になってくる。ここでは各要素の伝達関数から作成したモデル^{1), 2)}を用いて $P(z^{-1})$ の決定を行った。これよりプロセスは以下の条件を満足しているものとする。

- 1) $b_1 - p_1 \neq 0$
- 2) 補償されたプロセスの零点はすべて z 平面の単位円内に存在する。
- 3) $Q(k)$ は既知の入力である。
- 4) n は既知である。また $m \leq n$ とする。

今(6)式のプロセスに対する規範モデルとして次式の系を考える。

$$y_m(k) = \sum_{j=1}^n (a'_j(k) z^{-j} y_m(k) + b'_j(k) z^{-j} r(k)) \quad (10)$$

ここで $r(k)$ は規範モデルに対する基準入力である。

Fig. 3 Block diagram of the augmented process with zero compensator

これより入力 $u(k)$ を次式のように合成する。

$$u(k) = \{y_m(k+1) - \sum_{j=1}^n \alpha_j(k) z^{-j} y(k+1) - \sum_{j=2}^n \beta_j(k) z^{-j} u(k+1) - \sum_{j=1}^n \gamma_j(k) z^{-j} Q(k+1)\} / \beta_1(k) \quad (11)$$

ここで $\alpha_j(k), \beta_j(k), \gamma_j(k)$ は適応ゲインである。また出力誤差 $e(k)$ および拡張されたプロセスの出力誤差 $\xi(k)$ をつぎのように定義する。

$$e(k) = y_m(k) - y(k) \quad (12)$$

$$\xi(k) = y_m(k) - (k) \quad (13)$$

適応制御の目的は適応アルゴリズムにより $u(k)$ を調節し、プロセスの出力 $y(k)$ を規範応答 $y_m(k)$ に追従させ、 $k \rightarrow \infty$ で $e(k) \rightarrow 0$ にすることである。がここではまず $k \rightarrow \infty$ で $\xi(k) \rightarrow 0$ にすることを考える。

(6), (7), (10), (13)式より $\xi(k+1)$ は次式で表わせる。

$$\begin{aligned} \xi(k+1) &= \sum_{j=1}^n \{\alpha_j(k) - a_j\} y(k+1-j) \\ &\quad + g_j(k) u(k+1-j) \\ &\quad + \{\gamma_j(k) - q_j\} Q(k+1-j) \\ &= \Phi(k)^T w(k) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで

$$g_j(k) = \beta_j(k) - (b_j - p_j) \quad (j \leq m)$$

$$g_j(k) = \beta_j(k) - b_j \quad (j > m)$$

$$\Phi(k)^T = \{(\alpha_1(k) - a_1), \dots, (\alpha_n(k) - a_n), (\beta_1(k) - q_1), \dots, (\beta_n(k) - q_n), \dots, (\gamma_1(k) - q_1), \dots, (\gamma_n(k) - q_n)\}$$

$$w(k)^T = \{y(k), y(k-1), \dots, y(k+1-n), u(k), \dots, u(k+1-n), Q(k), \dots, Q(k+1-n)\}$$

である。ところで τ はベクトルの転置を表わしている。ここで(14)式の系に対して Lyapunov 関数をつぎのように選択する。

$$V(k) = \Phi(k)^T \Phi(k) \quad (15)$$

これにより $w(k)$ が有界であれば次の適応アルゴリズムを実行することにより $k \rightarrow \infty$ で $\xi(k) \rightarrow 0$ が保証される⁷⁾。

$$\Phi(k+1) = \Phi(k) - \lambda \frac{\xi(k+1)}{w(k)^T w(k)} w(k) \quad (16)$$

($0 < \lambda < 2$)

上記適応アルゴリズムを用いることにより $k \rightarrow \infty$ で $\xi(k) \rightarrow 0$ となる。またここで(8)式の補償要素の定常状態におけるゲインが零となるように $p_j (j=1, \dots, m)$ を決定すれば、(7), (12), (13)式より $k \rightarrow \infty$ で $e(k) \rightarrow 0$ となる。 $P(z^{-1})$ の定常ゲインを零にするためには $P(z^{-1}) = P'(z^{-1})(1 - z^{-1})$ とし、 $P'(z^{-1})$ を零点が単位円内に入るように決定すればよい。また特に本プロセ

スのように積分特性を示すプロセスの場合には、定常状態において $u(k) \rightarrow 0$ となることから p_i が先の2)条件を満足する限り $k \rightarrow \infty$ で $e(k) \rightarrow 0$ が保証される。

上述の適応アルゴリズムを用いることにより、大川らの方法を非最小位相系に拡張でき、非常に簡潔に MRACS を構成できる。ただし多項式 $P(z^{-1})$ の決定においてはシステムの速応性・安定性の面から若干の試行錯誤を必要とするが、今回のプロセスに適用する場合、 p_i の値は零に近い程応答初期における入力 $u(k)$ の変動は大きくなり、また p_i の値が大きくなるにつれ規範応答 $y_M(k)$ に対するプロセスの応答 $y(k)$ の追従性が悪くなるため、その間で適当な p_i の値を選択した。

4. シミュレーション結果

前章の適応アルゴリズムの有用性を確かめるためにまずシミュレーションを行った。規範応答として 150 sec ごとに ± 1 のステップ変化を与えた。 $P(z^{-1})$ の次数は $m=2$ として $p_1=0.6$, $p_2=0.4$ とした。この時の補償された零点はつぎようになる。

$$z_{1,2} = 0.7465 \pm j0.454, z_3 = -0.6865, z_4 = 0$$

また初期パラメータは $\beta_1 = -1$ とし、他はすべて零とした。この結果を Fig. 4 に示す。サンプリング周期は $\tau=2$ sec である。応答の初期においてかなり振動的となっているが、その後は規範応答に良く追従している。またステップ変化の直後における変動は、零点を相殺するためのコントローラ内の極の存在により生じるものである。パラメータの初期値を零とした場合、Fig. 4 に示されるように応答の初期においてかなり振動的となることから、以後のシミュレーションにおいては、まず1回 ($k=200$) の試行を行った後、その時のパラメータの収束値を新たに初期値としてシミュレーションを行った。シミュレーションは実際のプロセ

Fig. 4 Simulation result of adaptive control for a non-minimum phase system

スを想定して以下の3通りについて行った。

- 1) パラメータが時不変 (粉粒体の流動性が良好で、かつ粉粒体の粒度が均一な場合) でホッパに一定流入量 $Q(k)=100$ g/sec がある場合
- 2) 上記1)の場合でホッパへの流入量に未知の確定的外乱が入った場合
- 3) パラメータが時変の場合 (粉粒体が粒度分布をもっている場合)

1), 2) の場合についての応答波形を Fig. 5 に示す。規範応答として次式に示す2次系のモデルにステップ入力を与え、これを規範応答 $y_M(k)$ として与えた。

$$Y_M(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} R(s) \quad (R(s): \text{ステップ入力}) \quad (17)$$

ここで $\zeta=0.5$, $\omega_n=0.06$, $r(t)=-1000$, $y_M(0)=9000$ とした。また $p_1=1.0$, $p_2=0.8$, $\beta_1=-1$ とした。外乱は $k=100$ の時点で流入量に $\Delta Q(k)=100$ g/sec のステップ変化 ($Q(k)=Q(k)+\Delta Q(k)$) を与えた。応答の初期において若干規範応答との間にずれを生じている

Fig. 5 Simulation result of adaptive control for a deterministic disturbance input

Fig. 6 Simulation result of adaptive control for the process with time variant parameters

が、これは流入量 $Q(k)$ によるもので $k=35$ 程度でプロセスの応答は規範応答に一致している。また外乱入力に対しては、バルブ開度は外乱入力に相当するバルブ開度に落ちつき、プロセスの出力は定常偏差を生じることなく規範応答に一致している。これは外乱に対して適応ゲインがうまく調節され、その結果外乱に対しても安定なシステムとなっている。ただし、不規則外乱に対しては、その大きさにより適応ゲインの調節がうまくなされずに不安定となる場合がある。

つぎに3)の場合に対するシミュレーション結果をFig. 6に示す。粉粒体が粒度分布を有している場合には、これにより見掛けバルブのゲインが変化していると考えられることからバルブのゲイン K_v を

$$K_v = K_v + (K_v/2)\sin(2\pi k\tau/N) \quad (18)$$

として周期 150 sec, 変動巾 $\pm 50\%$ の比較的ゆっくりとした正弦波状の変動を与えた。この場合バルブ開度は正弦波状に振動するが、プロセスの応答は規範応答に良く一致していることがわかる。

以上のことから非最小位相系に拡張されたアルゴリズムは非常に有効で、未知の確定的外乱および時変のパラメータをもつプロセスに対しても有効に動作することが確かめられた。

5. 実験結果

3章で述べたように本実験装置においては操作量 u は $|u(k)| \leq u_c$ の振巾制限を受けており、またバルブ開度は $0 \sim 100\text{mm}$ という制限を受けている。操作量の制限については、本プロセスが積分特性を有し、かつ u_c が $3V$ と比較的大きいことから、操作量が制限にかかった場合でも $k \rightarrow \infty$ における $e(k) \rightarrow 0$ は保証される⁸⁾。しかしバルブ開度の制限については、もしバルブ開度がこの制限にかかった場合は、操作量 $u(k)$ が与えられてもバルブが変化せず、プロセスの出力

Fig. 7 Experimental result of adaptive control for a deterministic disturbance input

$y(k)$ は $u(k)=0$ の入力が入った場合に相当する出力となることから、このままでは適応アルゴリズムによるゲイン調整がうまく行われぬ可能性がある。そこで本実験においてはバルブ開度を実測し、バルブ開度が制限にかかった場合は次式により操作量を逆算し、これによりゲイン調整を行った。

$$u(k) = X_3(k+1) - X_3(k)/K \cdot \tau \quad (19)$$

(a)

(b)

(c)

Fig. 8 Behaviour of adaptive gains with time

Fig. 9 Experimental result of adaptive control for the process with time variant parameters

ここで $X_s(k)$ はサンプル時点 k におけるバルブの開度を表わす。また K は $K = K_m \cdot K_b$ である。

Fig. 7 に先のシミュレーション Fig. 5 に対する実験結果を示す。サンプリング周期および初期パラメータの設定はシミュレーションの場合と同様である。また図中破線は規範応答を表わしている。実験による応答波形はノイズ等の影響によりシミュレーションと比べて若干振動的となっているが、傾向的には良く一致しており、規範応答に良く追従していると言える。また外乱に対しても、その変動は若干大きいものとなっているが、傾向的にはシミュレーションに良く一致しており、適応アルゴリズムが有効に動作していることがわかる。Fig. 8 にこの時の適応ゲインの変化の様子を示す。外乱入力に対して適応ゲインがうまく調節されているのがわかる。

つぎに粉粒体が粒度分布を有している場合の一例として、ナイロチップ（見掛け比重 $= 0.72 \text{ g/cm}^3$ ）の粒子と砂（見掛け比重 $= 1.37 \text{ g/cm}^3$ ）の2種類の粒径、密度の異なる粒子を用い、これらをホッパ下部から砂、ナイロンチップの順に 20cm づつ交互に積み重ねて実験を行った。この時の初期重量は 36kg であり、規範応答を(17)式において $y_M(0) = 36000$, $r(t) = -1000$ として与えた。

ナイロンチップが流出する時のバルブのゲイン K_{v1} は砂が流出する際のゲイン K_{v2} の約半分程度であるが、ホッパ内に粒径、密度の異なる2種以上の粉粒体が充填されている場合は、その流動時においてホッパ内で偏析を生じ、ホッパ内の流動状態は均一でなくなる。このためバルブのゲインは $K_{v1} \sim K_{v2}$ の間で複雑に変動することになる。Fig. 9 にこの時の実験結果を示す。Fig. 8 に比べてバルブの動きが大きくなっていることがわかる。また2度にわたってバルブの開度は0の制限にかかっている（図中矢印）が規範応答に良く追従していると言える。

6. 結 論

本プロセスに適応制御方式を適用するにあたって、サンプリング周期の面から、できるだけ簡単なアルゴリズムを用いて計算時間を短くすること、また本プロセスが非最小位相系であることから、アルゴリズムの非最小位相系への拡張が容易であることの2点に留意してアルゴリズムの選定を行った。現在種々提案されている中で、大川らにより提案されているアルゴリズムは非常に簡潔であり、さらに非最小位相系への拡張を容易に行うことができることから、本論文では大川らのアルゴリズムを零点補償することにより非最小位相系へ拡張し、MRACS の構成を行った。そしてこの拡張されたアルゴリズムの有用性がシミュレーションおよび実験を通して確認され、未知の確定的外乱およびパラメータが時変の場合にも有効に動作することが確かめられた。このことから今回提案されたアルゴリズムは流動性の良好な粉粒体を取扱うホッパの重量制御に非常に適したアルゴリズムといえる。ただしプロセス内に飽和要素を含んでいる場合はこれが適応アルゴリズムに影響を及ぼさないよう何等かの考慮が必要となる。

終りに、本論文を書くに当たり有益な御助言を頂いた九州工業大学大川先生に深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 和田, 早野, 上滝: ホッパの重量制御 (有限時間整定制御方式の適用), 計測自動制御学会論文集, 20-7, 579/586 (1984)
- 2) 和田, 早野, 上滝: ホッパの重量制御 (LQ 制御方式の適用), 計測自動制御学会論文集, 21-4, 331/338 (1985)
- 3) 藤井, 水野: プラントのむだ時間+AR モデルによる多入出力離散時間モデル規範形適応制御系の設計法とその応用, 計測自動制御学会論文集, 18-3, 238/245 (1982)
- 4) 藤井, 水野: 非最小位相系に対する離散時間モデル規範形適応制御系の一設計法, 計測自動制御学会論文集, 17-3, 449/451 (1981)
- 5) R. M. Johnstone, S. H. Shah and D. J. Fisher: An Extension of Hyperstable Adaptive Control to Nonminimum phase Systems, International J. of Control, 31-3, 539/545 (1980)
- 6) T. Suzuki and S. Takashima: A Hyperstable Scheme for Discrete Model Reference Adaptive Control System, International J. of Control, 28-2, 245/252 (1978)
- 7) 米澤, 大川: Lyapunov の安定理論に基づくモデル規範形離散値適応制御系の一設計, 計測自動制御学会論文集, 16-6, 49/55 (1980)
- 8) F. Ohkawa and Y. Yonezawa: A Discrete Model Reference Adaptive Control System for a Plant with Input Amplitude Constraints, International J. of Control, 36-5, 747/753 (1982)