リレー形調整則を用いた低次元適応制御系の設計と フライトコントロールへの適用†

野口 哲郎*・金井 喜美雄*・菊川 伸一*

Design of Reduced Order Adaptive Control System with Relay-Type Adjustment Law and Application to the Flight Control

Tetsurou NOGUCHI*, Kimio KANAI* and Shin'ichi KIKUKAWA*

In this paper, we deal with the problem of designing an adaptive control system using the relay-type adjustment law.

First, three adaptive control schemes are proposed. The design method-1 is the scheme which utilizes the $(2n_p+1)$ st-order adjustable parameter vector, the time functions of the number of $2n_p+1$ and output error as the switching functions. The design method-2 is the scheme which utilizes the scalar adjustable parameter and the output error as the switching function. The design method-3 is the reduced order adaptive control system which is constructed by introducing the 1st-order filters.

Then, the proposed schemes are applied to solve the problem of constructing the C*-adaptive flight control system for a supersonic aircraft. Simulation studies are presented in order to show the effectiveness and features of the proposed schemes.

Key Words: reduced order adaptive control, relay-type adjustment law, C*-criterion, supersonic aircraft, flight control

1. ま え が き

プラントが最小位相系で、システム次数の上限と相対次数及び高周波ゲインの符号が既知である場合に、比例+積分形あるいは正規形のパラメータ調整則を用いる適応制御系の設計手法は理論的体系も整い¹⁻⁴⁾、最近では、これら設計理論と実用化における問題点との

ギャップを取り除く研究が活発に行なわれている⁵⁾。

また、リレー形調整則を用いる適応制御系の設計法も提案されているが^{6),7)}、活発には研究されていないのが現状である。

本研究では、プラント・パラメータの変動範囲が既知である場合に、リレー形調整則を用いる適応制御系の設計法を考察し、現在までに比例+積分形や正規形のパラメータ調整則を用いる設計法では未解決となっている制御器の低次元化が可能な一設計法を示す。2章で問題の定式化を行い、3章では、入出力信号から作られる $2n_p$ 個 (n_p : プラント次数) の補助状態変数を使用する設計法を示す。設計法1は $(2n_p+1)$ 次の可調整パラメータ・ベクトル、切換え関数として $(2n_p+1)$ 個の時間関数および出力誤差を用いる方式である。この方式は武藤・市川氏⁷⁾らの方法を拡張したものであるが、制御器の構造が複雑となる。設計法2は、スカラーの可調整パラメータと切換え関数として出力誤差のみを用いる方式で、設計法1に比べて制御器の構造が簡単になっている。4章では、3章の結果を拡張し、プラントの入出力情報を用いて作られる1次フィルタを導入することにより、プラント次数に関係しない制御器次数で適応制御系が設計できることを示す。これらの設計法はリアプノフの直接法と VSS (Variable Structure System) 理論^{8,9)}に基づいて安定性が証明される。最後に、航空機の縦運動の SAS (Stability Augmentation System) 機能を含む CAS¹²⁾ (Control (or Command) Augmentation System) として C* 基準を選定し、小型高速機の C* 適応飛行制御システム設計への適用を検討する。線形化した航空機の縦運動の数学モデルと実機の飛行諸元を用いてディジタル・シミュレーションを実行し、提案した設計法の有効性を確認する。

† 第23回計測自動制御学会学術講演会(昭59・7)にて一
および第27回自動制御連合講演会(昭59・11)で発表

* 防衛大学校 横須賀市走水 1-10-20

* The National Defense Academy, Yokosuka
(Received June 18, 1985)

(Revised November 8, 1985)

2. 問題の記述

次式で記述される線形固定係数スカラー系を考える.

$$D_p(s)y_p(t) = N_p(s)u_p(t) \quad (1)$$

ただし

$$D_p(s) = \sum_{i=0}^{n_p} a_i s^i \quad (a_{n_p}=1), \quad N_p(s) = \sum_{i=0}^{n_p-1} b_i s^i$$

ここで, $u_p(t)$ と $y_p(t)$ はそれぞれプラントの入出力を表わし, 多項式 $D_p(s)$ と $N_p(s)$ は既約で, $D_p(s)$ は n_p 次のモニック多項式, $N_p(s)$ は (n_p-1) 次の安定多項式であり, パラメータ $a_i, b_i (i=0 \sim n_p-1)$ は未知であるが, $b_{n_p-1} \neq 0$ で符号は既知とする. 記号 s は微分演算子 (d/dt) を表わす.

多項式 $D_p(s)$ と $N_p(s)$ が既約という仮定から, (1) 式の非最小実現表示は次式で表される¹⁰⁾.

$$\dot{y}_p(t) = -\sigma y_p(t) + b_{n_p-1} \{u_p(t) + \theta^{*T} \xi(t)\} \quad (2)$$

ただし, $\sigma > 0$

$$\theta^* = [\gamma^{*T} : \delta^{*T}]^T = [\gamma_0^* \gamma_1^* \cdots \gamma_{n_p-1}^* : \delta_0^* \delta_1^* \cdots \delta_{n_p-1}^*]^T$$

$$\xi(t) = [\xi_u^T(t) : \xi_y^T(t)]^T$$

上式で, パラメータ γ_i^* と $\delta_i^* (i=0 \sim n_p-1)$ は次式で定義される留数である.

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{i-1}^* &= \lim_{s \rightarrow \lambda_i} (s - \lambda_i) \frac{D_r(s)}{D_f(s)} \\ \delta_{i-1}^* &= \lim_{s \rightarrow \lambda_i} (s - \lambda_i) \frac{D_d(s)}{D_f(s)} \end{aligned} \right\} \quad (i=1 \sim n_p) \quad (3)$$

ここで, $D_f(s)$ は相異なる実根 λ_i を持つ n_p 次の任意の安定多項式であり, $D_r(s), D_d(s)$ は恒等式

$$\begin{aligned} D_r(s)D_p(s) + D_d(s)N_p(s) \\ = D_f(s) \{ \alpha \cdot (s + \sigma) N_p(s) - D_p(s) \} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし, $\alpha = 1/b_{n_p-1}$

を満たす (n_p-1) 次の多項式である.

さらに, 補助状態変数 $\xi_i(t)$, ($i=u, y$) は, つぎの n_p 次のフィルタにより構成される信号ベクトルである.

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_u(t) &= A \xi_u(t) + g u_p(t), \quad \xi_u(0) = 0 \\ \dot{\xi}_y(t) &= A \xi_y(t) + g y_p(t), \quad \xi_y(0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし, $g = [1, 1, \dots, 1]^T$

$$A = \text{diag} \{ \lambda_i \}, \quad (\lambda_i < 0, \lambda_i \neq \lambda_j \text{ for } i \neq j, i, j = 1 \sim n_p)$$

(2) 式が制御系設計の基礎となるプラントの非最小実現表示である. プラント・パラメータに関してつぎの仮定を設定する⁷⁾.

仮定: プラント・パラメータは未知であるが, それらの変動範囲に関して

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{\min} &\leq \min_{0 \leq i \leq n_p-1} \{ |a_i|, |b_i| \} \\ \max_{0 \leq i \leq n_p-1} \{ |a_i|, |b_i| \} &\leq \zeta_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ただし $\zeta_{\min} \neq 0$

を満たす正の定数 $\zeta_{\min}$ と $\zeta_{\max}$ は既知とする.

望ましい動特性を与える規範モデルを次式で与える.

$$D_m(s)y_m(t) = k_m N_m(s)r(t) \quad (7)$$

ここで, $r(t)$, $y_m(t)$ は規範モデルの入出力を表わし, $D_m(s)$ は n_m 次のモニックな任意の安定多項式, $N_m(s)$ は q_m 次の多項式, k_m はゲイン定数であり, 次数は $q_m \leq n_m - 1$ を満たすものとする.

本研究の目的は, 出力誤差を $e_1(t) \triangleq y_p(t) - y_m(t)$ と定義したとき, 観測可能な入出力情報のみを用いて

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t)| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon \geq 0 \quad (8)$$

を満たす適応制御系を構成することである. ここで, 定数 ε は任意に設定される正の定数である.

3. 適応制御系の構成

出力誤差方程式は(2)式と(7)式から, つぎの微分方程式で記述できる.

$$\dot{e}_1(t) = -\sigma e_1(t) + b_{n_p-1} \{u_p(t) + \phi^{*T} \eta(t)\} \quad (9)$$

ただし, $\phi^* = [\theta^{*T} : -k_m/b_{n_p-1}]^T \in R^{(2n_p+1) \times 1}$

$$\eta(t) = [\xi^T(t) : y_m(t)]^T \in R^{(2n_p+1) \times 1}$$

$$\bar{y}_m(t) = \{(s + \sigma)N_m(s)/D_m(s)\}r(t)$$

ここで, $\bar{y}_m(t)$ は前置補償器の出力である.

誤差システム(9)式が漸近安定となるように制御入力 $u_p(t)$ が構成できれば制御目的は達成されることになる. 本章では, リレー形調整則を用いる場合に可調整パラメータと切り換え関数の選び方により2通りの設計法を示す.

3.1 設計法 1

本設計法は $(2n_p+1)$ 個の可調整パラメータと切り換え関数を必要とする方式でつぎの定理で与えられる.

《定理 1》

仮定が満たされるとき, 制御入力 $u_p(t)$ は次式で構成される.

$$u_p(t) = -\phi^T(t)\eta(t) \quad (10)$$

ここで, $\phi(t)$ は各成分 $\phi_i(t)$ が次式で調整される $(2n_p+1)$ 次の可調整パラメータ・ベクトルである.

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \text{sgn} \{b_{n_p-1}\} \cdot \theta_{\max} & \text{if } |e_1(t)| > \varepsilon \text{ and } \eta_i(t)e_1(t) \geq 0 \\ 0 & \text{if } |e_1(t)| \leq \varepsilon \quad (i=1 \sim 2n_p+1) \\ -\text{sgn} \{b_{n_p-1}\} \cdot \theta_{\max} & \text{if } |e_1(t)| > \varepsilon \text{ and } \eta_i(t)e_1(t) < 0 \end{cases} \quad (11)$$

ただし, $\text{sgn} \{b_{n_p-1}\}$ は

$$\text{sgn} \{b_{n_p-1}\} = \begin{cases} 1 & \text{if } b_{n_p-1} > 0 \\ -1 & \text{if } b_{n_p-1} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

上式で, $\theta_{\max}$ は次式で定義される既知定数である.

$$\theta_{\max} \triangleq \max \{ \bar{\theta}, |k_m|/|b| \} \quad (13)$$

ただし、 $\bar{\theta}$ は仮定と(3)，(4)式の関係を用いて

$$\max_{0 \leq i \leq n_p-1} \{|\gamma_i^*|, |\delta_i^*|\} \leq \bar{\theta} \quad (14)$$

を満たすように決定できる既知定数であり、 $\underline{b}$ は

$$\underline{b} = \zeta_{\min} \quad (15)$$

である。

このとき、出力誤差 $e_1(t)$ は有界で、誤差システム(9)式は、出力誤差の絶対値が ε より大きいときには安定であり、

$$|e_1(t)| \leq \bar{\varepsilon} \text{ for } \{t: t \geq T_1\} \quad (16)$$

ただし、 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon + \delta$ ， $\delta \equiv 0$

を満たす有限時刻 T_1 が存在し、制御目的が達成できる。

証明：リアプノフ関数の候補として

$$V(t) = \frac{1}{2} e_1^2(t) \quad (17)$$

を考え、時間微分を取り(9)式と(10)式を用いると、

$$\dot{V}(t) = -\sigma e_1^2(t) + b_{n_p-1} \{\phi^* - \phi(t)\}^T \eta(t) e_1(t) \quad (18)$$

となる。ここで、仮定および(11)，(12)，(13)式の関係から

$$\begin{aligned} b_{n_p-1} \phi_i^* \eta_i(t) e_1(t) &\leq |b_{n_p-1}| \theta_{\max} \cdot |\eta_i(t) e_1(t)| \\ &= b_{n_p-1} \phi_i(t) \eta_i(t) e_1(t) \\ &\text{for } \{e_1(t): |e_1(t)| > \varepsilon\} \end{aligned} \quad (19)$$

なる不等式関係が成立するので、(18)式の右辺第2項は出力誤差が $|e_1(t)| > \varepsilon$ であるとき、つぎの不等式を満たす。

$$\begin{aligned} b_{n_p-1} \{\phi^* - \phi(t)\}^T \eta(t) e_1(t) &\leq 0 \\ &\text{for } \{e_1(t): |e_1(t)| > \varepsilon\} \end{aligned} \quad (20)$$

したがって、 $|e_1(t)| > \varepsilon$ では $V(t) > 0$ ， $\dot{V}(t) < 0$ となるので、 $e_1(t)$ は有界であり、誤差システム(9)式は安定となり、 $|e_1(t)| = \varepsilon$ となる有限時刻 $t = T_1$ が存在する。

いま、出力誤差が ε の近傍 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon + \delta$ ($\delta \equiv 0$ ， $\delta > 0$) に収束した状況を考えて、(9)，(10)，(20)式から

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1(t) &> 0 \text{ if } e_1(t) = -\bar{\varepsilon} < 0 \\ \dot{e}_1(t) &< 0 \text{ if } e_1(t) = \bar{\varepsilon} > 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

が成立し、 $e_1(t)$ と $\dot{e}_1(t)$ が互いに異なる符号となるように可調整パラメータが調整されている。したがって、VSS 理論^{8,9)}から誤差システムは $|e_1(t)| = \varepsilon$ 上で「すべり状態」に移行して微小振動を生じ¹¹⁾、時刻 T_1 以降において(16)式が成立する。また、 $\delta \equiv 0$ であるので制御目的が達成できることも明らかである。■

本設計法で、 $\varepsilon = 0$ とした場合に文献7)の設計法と等価になる。

3.2 設計法 2

設計法1では、制御系を構成するのに、 $(2n_p + 1)$ 個の可調整パラメータおよび切り換え関数として $(2n_p +$

1) 個の時間関数 $\eta_i(t) e_1(t)$ の符号判定ならびに出力誤差と許容誤差 ε 間の大小関係の比較を必要としている。この結果、プラント次数の増加とともに制御器の構造が複雑になるという欠点がある。この欠点を改善し、スカラーの可調整パラメータと切り換え関数として出力誤差のみを用いる簡単な構造の適応制御系が設計できることを、つぎの定理で示す。

《定理 2》

仮定が満たされるとき、制御入力 $u_p(t)$ は次式で構成される。

$$u_p(t) = -\phi(t) \zeta(t) \quad (22)$$

ただし

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^{2n_p+1} |\eta_i(t)| \quad (23)$$

ここで、 $\phi(t)$ は次式で調整されるスカラーの可調整パラメータである。

$$\phi(t) = \begin{cases} \text{sgn}\{b_{n_p-1}\} \cdot \theta_{\max} & \text{if } e_1(t) > \varepsilon \\ 0 & \text{if } |e_1(t)| \leq \varepsilon \\ -\text{sgn}\{b_{n_p-1}\} \cdot \theta_{\max} & \text{if } e_1(t) < -\varepsilon \end{cases} \quad (24)$$

このとき、出力誤差 $e_1(t)$ は有界で、誤差システム(9)式は、出力誤差の絶対値が ε より大きいときには安定であり、

$$|e_1(t)| \leq \bar{\varepsilon} \text{ for } \{t: t \geq T_2\} \quad (25)$$

を満たす有限時刻 T_2 が存在し、制御目的が達成できる。

証明：リアプノフ関数の候補として(17)式を取り上げ、時間微分をとり(9)式と(22)式を代入し

$$\dot{V}(t) = -\sigma e_1^2(t) + b_{n_p-1} \{-\phi(t) \zeta(t) + \phi^* \eta(t)\} e_1(t) \quad (26)$$

となる。ここで、(13)，(14)，(15)，(23)，(24)式の関係からつぎの不等式が成り立つ。

$$\begin{aligned} b_{n_p-1} \phi^* \eta(t) e_1(t) &\leq |b_{n_p-1}| \sum_{i=1}^{2n_p+1} \{|\phi_i^*| \cdot |\eta_i(t)| \cdot |e_1(t)|\} \\ &\leq b_{n_p-1} \phi(t) \zeta(t) e_1(t) \\ &\text{for } \{e_1(t): |e_1(t)| > \varepsilon\} \end{aligned} \quad (27)$$

(26)，(27)式から、出力誤差が $|e_1(t)| > \varepsilon$ のときには $V(t) > 0$ ， $\dot{V}(t) < 0$ が保証され、 $e_1(t)$ の有界性と安定性が言える。さらに、定理1の証明と同様に(25)式も保証され制御目的が達成できることも明らかである。■

4. 適応制御系の低次元化

設計法2は設計法1と比較してパラメータ調整機構の構造が簡単になっているが、これらの設計法では適応制御系を構成するために、(5)式で定義される補助状態変数フィルタを必要としている。このため、制御器を実現するにはフィードバック・ループに $2n_p$ 個、フィードフォワード・ループに n_m 個の積分器が必要

であり、制御器の次数は $(2n_p + n_m)$ 次となり、プラント次数が大きの場合に制御器の構造は複雑となる。本章では、制御器次数の低次元化を考慮して、プラントおよび規範モデルの次数に関係なく3次の制御器で適応制御系が構成できることを定理3で示す。さらに、規範入力、制御入力およびプラント出力の時系列の現在時刻までの最大値を用いて、動的補償を必要としない適応制御系の構成が可能なることを述べる。

新たに、プラントの入出力信号 $u_p(t)$ と $y_p(t)$ から構成されるつぎの1次フィルタを導入する。

$$\dot{v}_i(t) = \lambda_{\max} v_i(t) + |f_i(t)|, \quad v_i(0) \geq 0 \quad (i=u, y) \quad (28)$$

$$\text{ただし, } \lambda_{\max} \geq \max_{1 \leq j \leq n_p} \{\lambda_j\} \quad (29)$$

$$f_u(t) = u_p(t), \quad f_y(t) = y_p(t) \quad (30)$$

このとき、つぎの補題が成立する。

《補題1》

(5)式の補助状態変数フィルタの解 $\xi_{ij}(t) (i=u, y, j=1 \sim n_p)$ と (28)式の1次フィルタの解 $v_i(t) (i=u, y)$ に関して、つぎの不等式が成立する。

$$|\xi_{ij}(t)| \leq v_i(t) \text{ for } \forall t, (i=u, y, j=1 \sim n_p) \quad (31)$$

証明：(5)式から $\xi_{ij}(t)$ は

$$\xi_{ij}(t) = \int_0^t e^{\lambda_j(t-\tau)} f_i(\tau) d\tau \quad (32)$$

と表わされ、つぎの不等式が成立する。

$$\begin{aligned} |\xi_{ij}(t)| &\leq \int_0^t e^{\lambda_j(t-\tau)} |f_i(\tau)| d\tau \\ &\leq v_i(0) e^{\lambda_{\max} t} + \int_0^t e^{\lambda_{\max}(t-\tau)} |f_i(\tau)| d\tau \end{aligned} \quad (33)$$

上式の右辺は、1次フィルタ (28) 式 の非負解 $v_i(t)$ であるから、(31)式が成立する。■

補題1は n_p 次の補助状態変数フィルタの解 $\xi_{ij}(t)$ の上限値が、(28)式の1次フィルタの非負解として求められることを示している。

つぎに、前置補償器の出力 $\bar{y}_m(t)$ について考える。

前置補償器を状態空間表示すると次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + b_c r(t), \quad x_c(t) = x_{c0} \\ \bar{y}_m(t) &= c_c^T(t) x_c + d_c r(t) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

ここで、 $\{A_c, b_c, c_c, d_c\}$ は伝達関数 $(s + \sigma)N_m(s)/D_m(s)$ の最小実現を表し、 $n_m - q_m = 1$ のとき $d_c = 1$ 、 $n_m - q_m \geq 2$ のとき $d_c = 0$ である。(34)式からつぎの補題が得られる。

《補題2》

前置補償器の出力 $\bar{y}_m(t)$ に関してつぎの不等式が成立立つ。

$$|\bar{y}_m(t)| \leq M\omega(t) + \bar{r}(t) \quad (35)$$

ここで、 M は $\{A_c, b_c, c_c, d_c\}$ から求まる正の定数、 $\omega(t)$ はつぎの1次フィルタの非負解である。

$$\dot{\omega}(t) = \nu_{\max} \omega(t) + |r(t)| \quad (36)$$

ただし、 $\nu_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n_m} \operatorname{Re} \{\nu_i\}$

$\operatorname{Re} \{\nu_i\}$ は特性多項式 $D_m(s)$ の特性根 ν_i の実部さらに、 $\bar{r}(t)$ は次式で定義される。

$$\bar{r}(t) = \begin{cases} |r(t)| & \text{if } n_m - q_m = 1 \\ 0 & \text{if } n_m - q_m \geq 2 \end{cases} \quad (37)$$

証明：(34)式の解ノルムから容易に証明できる。■

前置補償器の動特性は既知であるので、補題2における正の定数 M は事前に入手可能である。

補題1と補題2の結果を用いて設計法2を拡張することにより、制御器次数の低次元化が可能となり、低次元適応制御系がつぎの定理3で与えられる。

《定理3》

仮定が満たされるとき、制御入力 $u_p(t)$ は次式で構成される。

$$u_p(t) = -\phi_1(t)\sigma(t) - \phi_2(t)\{v_u(t) + v_y(t)\} \quad (38)$$

ここで、 $\phi_1(t)$ と $\phi_2(t)$ は次式で調整されるスカラの可調整パラメータ、

$$\phi_j(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn}\{b_{n_p-1}\} \cdot \beta_j & \text{if } e_1(t) > \varepsilon \\ 0 & \text{if } |e_1(t)| \leq \varepsilon \\ -\operatorname{sgn}\{b_{n_p-1}\} \cdot \beta_j & \text{if } e_1(t) < -\varepsilon \end{cases} \quad (39)$$

ただし、

$$\beta_1 = |k_m|/\bar{b}, \quad \beta_2 = n_p \bar{\theta} \quad (40)$$

であり、スカラ信号 $v_u(t)$ 、 $v_y(t)$ は (28) 式 の1次フィルタの非負解で、 $\sigma(t)$ は (36) 式 の1次フィルタの非負解を用いて次式で定義される。

$$\sigma(t) = M\omega(t) + \bar{r}(t) \quad (41)$$

このとき、出力誤差 $e_1(t)$ は有界で、誤差システム (9) 式は出力誤差の絶対値が ε より大きいときには安定であり、

$$|e_1(t)| \leq \varepsilon \text{ for } \{t: t \geq T_3\} \quad (42)$$

を満たす有限時刻 T_3 が存在し、制御目的が達成できる。

証明：リアプノフ関数の候補として (17) 式を取り上げ、時間微分を取り (9) 式と (38) 式を代入して

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\sigma e_1^2(t) + b_{n_p-1} \left[-\phi_1(t)\sigma(t) - \frac{k_m}{b_{n_p-1}} \bar{y}_m(t) \right] e_1(t) \\ &\quad + b_{n_p-1} \left[-\phi_2(t)\{v_u(t) + v_y(t)\} + \theta^{*T} \xi(t) \right] e_1(t) \end{aligned} \quad (43)$$

となる。

(43)式の右辺第2項に関して、仮定、補題2および (15)、(39)、(40)、(41)式を用いると、つぎの不等式が成立する。

$$b_{n_p-1} \left[-\phi_1(t) \sigma(t) - \frac{k_m}{b_{n_p-1}} \bar{y}_m(t) \right] e_1(t) \leq 0$$

for $\{e_1(t) : |e_1(t)| > \varepsilon\}$ (44)

つぎに、仮定および(14)式からつぎの不等式

$$b_{n_p-1} \theta^* \xi(t) e_1(t)$$

$$\leq |b_{n_p-1}| \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{n_p} |\gamma_{j-1}^* \xi_{uj}(t) + \delta_{j-1}^* \xi_{vj}(t)| \right\} \cdot |e_1(t)|$$

$$\leq |b_{n_p-1}| \cdot \bar{\theta} \cdot \sum_{j=1}^{n_p} \{ |\xi_{uj}(t)| + |\xi_{vj}(t)| \} \cdot |e_1(t)|$$

(45)

が得られる。(45)式に補題1の結果を適用して、

$$b_{n_p-1} \theta^* \xi(t) e_1(t) \leq |b_{n_p-1}| \cdot n_p \bar{\theta} \cdot \{v_u(t) + v_v(t)\} \cdot |e_1(t)|$$

(46)

が成立する。(46)式に(39)、(40)式の関係を用いると、(43)式の右辺第3項に関して、つぎの不等式が成立する。

$$b_{n_p-1} [-\phi_2(t) \{v_u(t) + v_v(t)\} + \theta^* \xi(t)] e_1(t) \leq 0 \text{ for } \{e_1(t) : |e_1(t)| > \varepsilon\}$$

(47)

したがって、(43)、(44)、(47)式から $|e_1(t)| > \varepsilon$ では $V(t) > 0$ 、 $\dot{V}(t) < 0$ が保証され、 $e_1(t)$ の有界性と安定性が言える。さらに、定理1と同様に(42)式も保証でき、制御目的が達成できることがわかる。■

定理3では、制御器が(28)式と(36)式で定義される1次フィルタを用いて構成されており、明らかにプラント次数に関係なく、制御器次数は3次となっており低次元適応制御系が実現されている。

つぎに、制御入力 $u_p(t)$ を次式で構成する場合を考える。

$$u_p(t) = -\phi_1(t) \sigma(t) - \phi_2(t) \mu(t) \quad (48)$$

ここで、 $\phi_1(t)$ 、 $\phi_2(t)$ は(39)、(40)式で調整される可調整パラメータ、信号 $\sigma(t)$ 、 $\mu(t)$ は次式で定義されるスカラー信号である。

$$\sigma(t) = \bar{M} \sup_{0 \leq \tau \leq t} |r(\tau)| \quad (49)$$

$$\mu(t) = \frac{1}{|\lambda_{\max}|} \left\{ \sup_{0 \leq \tau \leq t} |u_p(\tau)| + \sup_{0 \leq \tau \leq t} |y_p(\tau)| \right\} \quad (50)$$

ただし、

$$\bar{M} = M/|v_{\max}| + 1$$

このとき、定理3と殆んど同様の証明により制御目的が達成できることが示さ

れ、(48)式の制御入力を用いる場合には、(28)式と(36)式の1次フィルタを構成することなく適応制御系が実現できることになる。

5. C* 適応飛行制御系設計への適用

1次遅れ系で近似したエレベータ・アクチュエータを含む安定軸系で短周期近似された航空機の縦の運動方程式は、エレベータ・アクチュエータへの信号を入力としC*基準を出力としたとき次式で表わされる^{12,13)}。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A x_p(t) + b u_p(t) \\ y_p(t) &= c^T x_p(t) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

ただし、

(a) Design method 1 (Theorem 1)

(b) Design method 2 (Theorem 2)

(c) Design method 3 (Theorem 3)

Fig. 1 C*-responses of a supersonic aircraft for proposed schemes with $\varepsilon = 10^{-2}$
(—output of C*-reference model,output of a supersonic aircraft)

Fig. 2 Comparison between the outputs of the 1st order filter and that of the auxiliary state variable filter

$$\mathbf{x}_p(t) = [\mathbf{n}_s(t), q(t), \delta_e(t)], \quad \mathbf{y}_p(t) = \mathbf{C}^*(t)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Z_w & -Z_w U_0/g \\ -Z_w^{-1}(M\dot{w}Z_w + M_w)g & M\dot{w}U_0 + M_q \\ 0 & 0 \\ Z_{\delta_e}/gT_A & \\ M\dot{w}Z_{\delta_e} + M_{\delta_e} - Z_{\delta_e}(M\dot{w}Z_w + M_w)Z_w^{-1} & \\ -1/T_A & \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -Z_{\delta_e}/gT_A \\ 0 \\ 1/T_A \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 - IZ_w^{-1}(M\dot{w}Z_w + M_w) \\ \{I(M\dot{w}U_0 + M_q) + V_{c_0}\}/g \\ \{M\dot{w}Z_{\delta_e} + M_{\delta_e} - Z_{\delta_e}(M\dot{w}Z_w + M_w)Z_w^{-1}\}I/g \end{bmatrix}$$

ここで、 $\mathbf{C}^*$ 基準はピッチレートとパイロット位置での重力加速度の二つの状態変数に重みをつけた和を基準とする時間応答の飛行性基準である¹³⁾。上式で用いられる記号は以下の意味をもつ。

n_s : 「重心位置での荷重信数」-1 (垂直方向)

Table 1 The comparison of the order of controller for the proposed schemes (n_p : order of plant, n_m : order of reference model)

	Number of Adjustable Parameter	Switching Function	Auxiliary State Variable Filter	Order of Precompensator	Total Order of Controller
Design Method 1	$2n_p + 1$	$\xi_{ij}(t)e_i(t)$ and $e_i(t)$ ($i=u, y, j=1 \sim n_p$)	n_p th-order filter $\times 2 = 2n_p$	n_m	$2n_p + n_m$
Design Method 2	1	$e_i(t)$ only	n_p th-order filter $\times 2 = 2n_p$	n_m	$2n_p + n_m$
Design Method 3	2	$e_i(t)$ only	filter 1st order filter $\times 2 = 2$	1	3

(G)

$q(t)$: ピッチレート (rad/sec)

$\delta_e(t)$: エレベータ舵角 (rad)

U_0 : 対気速度 (m/sec)

V_{c_0} : クロスオーバ速度 (m/sec)

l : パイロット位置と重心間の距離 (m)

g : 重力加速度 (m/sec^2)

T_A : エレベータ・アクチュエータの時定数

$u_p(t)$: エレベータ・アクチュエータへの入力信号

Z_i, M_i : 有次元の安定微係数あるいはコントロール微係数

シミュレーションを実行するために、高度約 6,000 m, 飛行速度 254.4 m/sec, トリム迎角 2.6° での小型高速機の飛行諸元

$$M_w = -0.0315 \text{ (1/m} \cdot \text{sec)} \quad M\dot{w} = -0.0059 \text{ (1/m)}$$

$$M_q = -0.759 \text{ (1/sec)} \quad Z_w = -0.882 \text{ (1/sec)}$$

$$M_{\delta_e} = -22.147 \text{ (1/sec}^2\text{)} \quad Z_{\delta_e} = -14.446 \text{ (m/sec}^2\text{)}$$

$$l = 5.7 \text{ (m)} \quad V_{c_0} = 97 \text{ (m/sec)}$$

を用い、 $\mathbf{C}^*$ 基準モデルとして減衰係数 $\zeta = 0.5$, 非減衰固有振動数 $\omega_n = 5.2$ (rad/sec) の 2 次振動系を取り上げる。

$u_p(t)$ から $\mathbf{C}^*(t)$ 間の伝達関数 $G_p(s)$ は

$$G_p(s) = \frac{-159.908s^2 + 28.76s + 86.242}{s^3 + 22.099s^2 + 45.091s + 62.233}$$

となり、提案した設計法が適用可能である。

安定多項式 $D_f(s)$ と $(s + \sigma)$ を

$$D_f(s) = (s+1)(s+4)(s+8), \quad s + \sigma = s + 0.4$$

と選定し、簡単のため (3), (4) 式からプラントの非最小実現表示を求めて、 $\bar{\theta}$ と $\bar{b}$ をつぎのように設定した。

$$\bar{\theta} = 18.0, \quad \bar{b} = 100$$

いま、入出力のみが観測でき、各微係数は未知として、初期条件等を

(i) 航空機の初期状態: $\mathbf{x}_p(0) = [0.1, 0.015, 0]^T$

(ii) 設計法 1 と 2: $\xi_u(0) = \xi_y(0) = 0$

- (iii) 設計法3: (a) $\lambda_{\max} = -0.9$
 (b) $v_u(0) = v_r(0) = 0.1$
 (c) $v_{\max} = -1.0, \omega(0) = 0$

(iv) 規範入力: 単位ステップ
 と選び, シミュレーションを実行した. $\varepsilon = 10^{-2}$ と選
 じた場合の C^* 応答とエレベータ舵角を Fig. 1 に
 示す. Fig. 2 に補助状態変数と1次フィルタの出力
 応答の関係を示す.

提案した設計法による C^* 適応飛行制御系では, エ
 レベータ・アクチュエータへの入力はかなりはげし
 く変化するが, エレベータ・アクチュエータの動特性
 (本例題では1次遅れ系で近似) によりエレベータ舵
 角は平滑化され, 許容できる応答となっており, 良好
 な C^* 応答が得られている. これらのフライトコン
 トローラを実現するには設計法1と2では $2n_p + n_m (=8)$
 個の積分器を必要としているのに, 設計法3では, プ
 ラント次数に関係なく3個の積分器で構成される. プ
 ラント次数が高次である場合に設計法3は特に有効な
 制御方式であると考えられる.

6. あとがき

比例+積分形や正規形のパラメータ調整則を用いる
 方式では不可能であった制御器次数の低次元化が, リ
 レー形調整則を用いることにより可能となる設計方式
 を示し, 小型高速機のシミュレーションによりその有
 効性を検討した. また, リレー形調整則を用いる適応
 制御系は以下に示すような特徴をもつことが明らかと
 なった.

- (1) 出力誤差の良好な収束特性が得られる.

任意に指定される許容誤差までの収束が誤差シス
 テムの自由応答より速く, 特に, 出力の初期誤差が $|e_1$
 (0)| $\leq \varepsilon$ のときには, 出力誤差は $|e_1(t)| \leq \varepsilon$ ($\varepsilon = \varepsilon + \delta, \delta$
 $\equiv 0$) for all $t \geq 0$ である.

- (2) 制御器の簡単化と低次元化が可能である.

Table 1 に示すように, 設計法1と2では, 制御器
 次数はプラント次数に依存しているが, 設計法3はプ
 ラント次数に関係なく3次で実現でき, 制御器の低次
 元化が可能である.

- (3) 動特性変動等に対するロバスト性を有する

仮定を満たす領域内のパラメータ変動やunmodeled
 dynamics 等に対して有効である.

- (4) 「すべり状態」が存在する.

許容誤差に依存して制御入力変化の度合いが変わるの
 で, 制御系設計にあたっては許容誤差とリレーの摩擦

等の物理的制約との妥協が必要である. また, 可調整
 パラメータの実現にあたっては, 高速スイッチング素
 子の発達および高性能マイクロ・プロセッサの開発等
 により解決できるものと考えられる.

- (5) 非最小位相系への適用が可能である.

許容誤差を $\varepsilon = 0$ をしたときの等価入力^{8), 9)}は(9)
 式から $u_p(t) = -\phi^{*T} \eta(t)$ であり, この入力はプラント
 の極-零相殺を行なうので非最小位相系へ適用するこ
 とはできない. しかし, $\varepsilon \neq 0$ の場合には, 出力誤差に
 定常偏差を生じるので, 完全な極-零相殺は行われ
 ないと推察でき, 非最小位相系へ適用可能と考えられ
 る. この推察の有効性はシミュレーションにより確認
 されている.

提案した設計法は相対次数が2以上の場合について
 も拡張誤差の概念を導入することにより拡張可能で
 あり, 拡張誤差の許容誤差内への収束と出力誤差の有界
 性は保証される. 出力誤差の上限値は陽には決定でき
 ないが, 有界誤差をもつ適応制御系が構成されるこ
 とになる. この問題に関しては現在検討中である.

参考文献

- 1) A. S. Morse: Global Stability of Parameter-Adaptive Control System, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-25-3**, 433/439 (1980)
- 2) K. S. Narendra, Y. H. Lin and L. S. Valavani: Stable Adaptive Controller Design Part II, Proof of Stability, ibid, 440/448 (1980)
- 3) G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Cains: Discrete Time Multivariable Adaptive Control, ibid, 449/456 (1980)
- 4) K. S. Narendra and Y. H. Lin: Stable Discrete Adaptive Control, ibid, 456/461 (1980)
- 5) K. S. Narendra and A. M. Annaswamy: Recent Trends in Adaptive Control Theory, 計測と制御, **23-5**, 441/448 (1983)
- 6) I. D. Landau, 富塚: 適応制御システムの理論と実際, オーム社 (1983)
- 7) 武藤, 市川: 二値調整パラメータによる急速追従 MR-ACS, 第24回自動制御連合講演会前刷, 47/48 (1981)
- 8) V. I. Utkin: Variable Structure System with Sliding Mode, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-22-2**, 212/222 (1977)
- 9) K. D. Young: Design of Variable Structure Model Following Control System, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-23-6**, 1079/1085 (1978)
- 10) 野口, 金井: 入力振幅制限を持つ適応制御系の多項式代数法による構成, 計測自動制御学会論文集, **20-3**, 220/226 (1984)
- 11) 計測自動制御学会編: 自動制御ハンドブック (基礎編) I 部6章, II部4章 (1983)
- 12) 金井: フライトコントロール—CCV技術の基礎と応用—横書店 (1985)
- 13) 金井, 野口, 佐々木: 操舵角に制限がある適応飛行制御系の一構成法, 日本航空宇宙学会誌, **35-358**, 55/63 (1983)