圧力測定孔による過渡応答

飯 村 彥 郎*・庄 司 研 二**・石 井 誠 一***・畑 中 浩*

The Transient Response of Cavity-Mounted Pressure Sensing Systems

Ikurō IIMURA*, Kenji SHŌJI**, Seiichi ISHII*** and Hiroshi HATANAKA*

Step and impulse response tests have been performed for cavity-mounted pressure transducers subjected to pneumatic signals of 0.1 msec or shorter risetimes and 0.25 to 2 kPa amplitudes.

The system is modeled as a second order nondimensional differential equation with the static resistance obtained experimentally and the dynamic one proportional to square root of the natural frequency. Theoretical response curves have a good agreement with experimental ones.

The overshoots of responses are lower and later for larger input pressures, and for larger volume ratios of cavity to hole. The oscillatory frequency after the overshoot is, unless the cavity is extremely flat, nearly equal to the natural frequency based on the orifice inertance with the double end-correction and the adiabatic capacitance of cavity. The response within an early few oscillations may be reasonably predicted by only a simple static resistance of constant discharge coefficient.

Key Words: dynamic pressure measurement, flow measurement, fluidics, pneumatic control

1. 緒 言

変動圧力を正確に計測し流体现象を正しく把握することは高精度な制御を実現するためにきわめて重要で

ある。検出孔と受圧室から構成される圧力測定孔（以下、測圧孔と略称）は圧力変換器の受圧面が直接、測定部に露出できない場合に用いられる。しかし測圧孔を介した出力波形は必ずしも真の圧力に比例せず、波形変形や遅れなどの誤差を伴うことがある。測圧孔の動特性については既に著者¹⁾が空気圧の正弦波状変化に対する応答特性を求め、検出孔の両開口端補正を伴うイナータンス、圧力振幅と周波数に依存する抵抗および受圧室内流体の圧縮性によるキャパシタンスからなる 2 次系で近似できることを示した。

しかし実際の流体制御回路でみられる波形はむしろパルスあるいはステップ状圧力が多く、これらに対する測圧孔の検出誤差はしばしば誤動作の原因となりうる。測圧孔の過渡応答に関する従来の研究は主として長いプローブ等を介した、応答が比較的緩慢な場合に限られ^{2),3)}、制御機器の高速化の要請に応える研究はきわめて少ない。

本報告では、立上り時間 0.1 msec 以下の空気圧ステップ信号とインパルス信号を用いて測圧孔の過渡応答を求め、短管状検出オリフィスの静特性と過渡振動周波数に依存する抵抗を考慮した理論値との比較を試みる。また、オーバーシュートその他の特性値が通常の線形 2 次系のステップ応答といかに異なるかを示す。この論文が良好な測圧孔の選択と真の圧力波形の推定に少しでも寄与できれば幸いである。

2. 理 論

Fig. 1 のように検出小孔と受圧室からなる測圧孔を 2 次の共振回路と考え、測定すべき真の圧力（入力）を p_1 、受圧室内の応答圧力（出力）を p_2 、検出孔を通して受圧室に流れ込む体積流量を q とすれば

$$L \frac{dq}{dt} + Rq = p_1 - p_2 \quad (1)$$

$$q = Cd p_2 / dt \quad (2)$$

L は検出孔部のイナータンス、 C は受圧室のキャパ

† 第 13, 15 回フルイディクスシンポジウムで発表 (昭 53. 10, 55.10)

* 東北大学高速力学研究所 仙台市片平 2-1-1

** 三菱電機(株) 東京都千代田区丸ノ内 2-2-3

*** 日本電信電話(株) 東京都千代田区内幸町 1-1-1

* The Institute of High Speed Mechanics, Tohoku University, Sendai

** Mitsubishi Electric Corporation, Chiyoda-ku, Tokyo

*** Nippon Telegraph Telephone Corporation; Chiyoda-ku, Tokyo

(Received August 8, 1985)

(Revised January 11, 1986)

Fig. 1 Configuration of cavity-mounted pressure sensing section

シタンスであり、それぞれつぎのように表わされる¹⁾。

$$L = \frac{\rho_0 l_1}{A_1} \left(1 + \frac{8}{3\pi} \frac{d_1}{l_1} \right) \equiv \frac{\rho_0 l_1 k}{A_1} \quad (3)$$

$$C = V_2 / (\gamma p_0) \equiv V_2 / (\rho_0 c^2) \quad (4)$$

ただし ρ_0 は流体の平均密度、 p_0 は平均絶対圧力、 c_0 は音速、 γ は比熱比を表わし、 d_1, l_1, A_1 はそれぞれ検出孔の直径、長さ、断面積、 V_2 は受圧室の容積である。(3)式括弧内の第二項は通常の共鳴器理論における開口端補正の 2 倍であり、また(4)式は受圧室内の状態を断熱変化と仮定している。

よって測定孔の固有角周波数は

$$\omega_n \equiv 2\pi f_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = c_0 \frac{d_1}{d_2} \sqrt{\frac{1}{l_1 l_2 k}} \quad (5)$$

d_2, l_2 はそれぞれ受圧室の直径の深さである。

抵抗 R は静的抵抗 R_s と動的 (非定常) 抵抗 R_o から成るものとする。すなわち

$$R = R_s + R_o \quad (6)$$

R_s は検出孔の静特性の実測値から、その圧力差 Δp_s が $q \cdot |q|$ に比例する成分 R_{n0} (2 乗型非線形抵抗と呼ぶことにする) および静的線形抵抗 R_{s1} の和とみなされ、 ν_0 を動粘度とすれば

$$R_s \equiv \frac{\Delta p_s}{q} = \frac{\rho_0}{2C_{d0}^2 A_1^2} |q| + k_s \frac{8\pi \rho_0 \nu_0 l_1}{A_1^2} \quad (7)$$

$$\equiv R_{n0} + R_{s1}$$

の C_{d0}, k_s に適当な数値を当てはめることにより決定されるとする。よって流量係数を C_d とすれば

$$C_d \equiv \frac{1}{A_1} \sqrt{\frac{\rho_0}{2}} \frac{q}{\sqrt{\Delta p_s}} = C_{d0} \left(1 + k_s C_{d0}^2 \frac{16\pi \nu_0 l_1}{|q|} \right)^{-1/2} \quad (8)$$

動的抵抗については検出孔を短い管路とみなして管路の非定常抵抗を考える。検出孔部の流体は過渡状態においてはほぼ固有周波数で振動すると思われるので、管路抵抗は本実験に用いられる測圧孔の寸法と周波数範囲 ($d_1^2 \omega_n / \nu_0 \gg 1$) ではつぎのように近似され

る⁴⁾。 k_o を適当な補正係数とすれば

$$R_o = k_o \frac{\rho_0 l_1}{A_1} \sqrt{\frac{2\pi \nu_0 \omega_n}{A_1}} \quad (9)$$

抵抗はまた線形抵抗 $R_t = R_{s1} + R_o$ と 2 乗型非線形抵抗 R_{n0} との和 $R = R_t + R_{n0}$ と考えてもよい。

ここでつぎのような無次元量を導入する。

$$\tau \equiv \omega_n t, \quad p \equiv p_2 / p_m, \quad \tilde{p} \equiv p_1 / p_m \quad (10)$$

$$\chi \equiv V_2 / (l_1 A_1), \quad \lambda \equiv l_1 / d_1, \quad \alpha \equiv 32 \nu_0 / (c_0 d_1), \quad p_i \equiv p_m / p_0 \quad (11)$$

p_m は入力の大さを表わす量、たとえば入力振幅とする。

(1), (2) 式は (10), (11) 式を用いて次式のように書くことができる。

$$\frac{d^2 p}{d\tau^2} + \left(\frac{p_i}{2\gamma C_{d0}^2} \frac{\chi}{k} \left| \frac{dp}{d\tau} \right| + k_s \alpha \lambda \sqrt{\frac{\chi}{k}} \right. \\ \left. + k_o \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha \lambda}{k}} \sqrt{\frac{\chi}{k}} \right) \frac{dp}{d\tau} + p = \tilde{p} \quad (12)$$

左辺括弧内の項はそれぞれ R_{n0}, R_{s1}, R_o に対応する。

よって測圧孔の応答は (11) 式の 4 個の無次元パラメータで表わされることになる。

3. 実験

3.1 実験方法

供試測圧孔は検出孔径 d_1 、厚さ (長さ) l_1 とともに 1 mm、受圧室径 $d_2 = 7$ mm、室深さ $l_2 = 0.5 \sim 4$ mm の実用寸法を選んだ。

実験装置の概略を Fig. 2 に示す。空気圧ステップ状信号は内径 100 mm、長さ 1.5 m の円筒タンクを加圧してその一端に張った薄いゴム膜を破ることにより発生し、測定部に供給される。測定部は 10 mm × 20 mm 断面の矩形ダクト内の、ゴム膜面から 0.5 m 下流にあり、壁面に圧力変換器の受圧ダイヤフラムを面位置に取付けて真の圧力信号が検出できるようにし、その対向壁面には供試測圧孔を介した圧力が測定できるようにもう一個の変換器が設置されている。タンク内を逆上った圧力波の反射を減らすためにタンクはできるだけ長く、断面を一樣にした。矩形ダクトの測定部下流は長さ 4 m の直管と、さらに同断面で長さ約 60 m のコイル状ダクトが接続されている。直管部終端から多少の反射があってもそれが測定部に到達する時間 (約 23 msec) までに観測を終了すればよい。ゴム膜の破壊は細い導線を膜に接触させて通電し、その電熱により行った。この方法で立上り時間約 0.1 msec、振幅 0.1 ~ 2 kPa 程度のステップ状圧力が得られた。そのときタンクを加圧せずに破膜だけを行うとインパルス状圧力が発生できるが、これはゴム膜の破裂によ

Fig. 2 Block diagram of experimental setup

Fig. 3 Cross section of hole and cavity for steady flow test

る衝撃音波と思われる。

使用した圧力変換器は半導体ゲージ形でダイヤフラム径 5 mm, 固有周波数は公称 40 kHz 以上とされている。圧力波形はデジタル波形記憶装置 (分解能は圧力振幅値の約 0.5%, サンプル周期は 2 μ sec) とブラウン管オシロスコープおよび 2 ペン XY レコーダにより記録した。なお実験中, 測定部付近は 20°C, 101.3 kPa の基準状態から大きな変動はなかった。

3.2 検出孔の静特性

測圧孔の抵抗成分についてはかなり速い信号変化に対しても検出オリフィスの静特性が重要な役割をもつと考えられる⁹⁾。そこで孔を通る定常流によって起こる圧力差と流量の関係を, 受圧室と組合せた状態で測定した。静特性測定に用いた測圧孔の断面を Fig. 3 に示す。検出孔を通る流れが受圧室底面を放射状に流れるようにし, 室内側を代表する圧力として, 底面中心から半径 2 mm の円周上にあけた 8 個の静圧孔を合流させた圧力をとった。孔から室へ流入する場合 (正方向とする) と流出する場合 (逆) の双方について, 圧力はゲツチンゲン・マノメータまたは U 字管を, 流量はロータメータを用いて測定した。

Fig. 4 Static characteristics of sensing orifice for $d_1=l_1=1$ mm with or without cavity, reverse flow

静特性の測定例を Fig. 4 に示す。供試の検出孔については受圧室深さ l_2 が 1 mm 以上であれば受圧室を装着しない検出孔単独の特性 (図の実験点○) と正逆方向ともほとんど差異がないが, l_2 が 0.5 mm の浅い場合には抵抗がいくぶん大きくなる。流量係数 C_q は流量に応じて 0 から約 0.8 まで変化し, 小流量ではかなりの静的線形抵抗成分 ((8) 式括弧内の第二項に対応) が含まれることがわかる。これらの結果は静的抵抗 R_s の評価に用いられる。

4. 結果および考察

4.1 応答の実験波形

ステップ状圧力変化に対する測圧孔の典型的な応答波形写真を Fig. 5 に示す。上側が受圧室の応答圧力, 下側が真の圧力波形である。実験に用いた測圧孔寸法, 圧力振幅の範囲では周波数応答⁹⁾から予想されるようにオーバーシュートと過渡的減衰振動を伴い, 受圧室が小さいほどその周波数は高い。

4.2 応答波形の数値計算

応答曲線の計算値は 20°C, 101.3 kPa の空気に関する物性値を用い, (12) 式を Runge-Kutta-Gill 法により数値的に解いて求めた。無次元入力 $\bar{p}$ は実験波形の $t=0$ から 1.5 msec まで 0.008 msec ごとの圧力値を入力した定常値 (入力変動幅, インパルス状入力の場合はその最大値) p_m で規準化した値を用いた。時間

Fig. 5 Typical pressure wave forms of transient response for $d_1=l_1=1\text{mm}$, $d_2=7\text{mm}$, $p_m=0.5\text{kPa}$, (a) $l_2=0.5\text{mm}$ (b) $l_2=2\text{mm}$

軸には無次元時間 $\omega t/\pi$ もあわせて示す。(12)式では減衰項が最も重要と考えられるので、ここでは抵抗の組合せを3種類仮定し、対応する3種の計算値をつぎのように求める。

[T1] は静的抵抗と動的抵抗をともに考慮し、 $R=R_{n0}+R_s+R_o$ として(12)式をそのまま用いた計算結果である。静的抵抗 R_s は静特性の実験結果から求め、受圧室深さ l_2 が 1, 2, 4 mm の場合(7)式における係数を $C_{d0}=0.8$, $k_s=1.5$ とした。 l_2 が 0.5 mm のときは正方向で $C_{d0}=0.78$, $k_s=1.5$ 、逆方向では $C_{d0}=0.8$, $k_s=3.0$ とした。これらは(2)式で推定される流量範囲 ($10 \times 10^{-6} \text{m}^3/\text{s}$ 程度) で近似した値である。動的抵抗についてはいずれの場合も(9)式の係数を $k_o=1.5$ とした。[T1] を図では実線で示す。

[T2] は(8)式の流量係数 C_d を 0.8 一定すなわち $R=R_{n0}$ として2乗型非線形抵抗のみを考慮し、線形抵抗(静的、動的とも、(12)式括弧内の第二、第三項)を無視した最も簡単な仮定による結果である。図では($C_d=0.8$)で示す。

[T3] は $R=R_s=R_{n0}+R_s$ として静的抵抗のみを

Fig. 6 Step response, $d_1=l_1=1\text{mm}$, $d_2=7\text{mm}$, $l_2=2\text{mm}$, $p_m=0.5\text{kPa}$

考慮し、動的抵抗((12)式括弧内では第三項)を無視したものである。 $(R_o=0)$ で示す。

4.3 実験と計算の比較

a. [T1] と [T2] の比較例を Fig. 6, 7 に示す。応答の初期振動においては後半に比べ圧力変化速度が大きいので流量の振幅も大きく、したがって R_{n0} が全抵抗の大部分を占めると考えられる。

よってオーバシュートおよびその付近では抵抗を R_{n0} のみとした [T2] でもかなりよく実験と一致するが、次第に減衰評価不足の影響が現れる。これは振幅の小さい場合 (Fig. 6), 特に顕著であり、線形抵抗が存在することを示している。一方 [T1] は入力振幅にかかわらず応答全体にわたって実験とよく一致している。

Fig. 7 Step response, $d_1=l_1=1\text{mm}$, $d_2=7\text{mm}$, $l_2=2\text{mm}$, $p_m=1\text{kPa}$

Fig. 8 Step response, $d_1=l_1=1\text{mm}$, $d_2=7\text{mm}$, $l_2=1\text{mm}$, $p_m=0.5\text{kPa}$

Fig. 9 Step response, $d_1=l_1=1$ mm, $d_2=7$ mm, $l_2=2$ mm, $p_m=0.5$ kPa

b. [T1] と [T3] の比較例を Fig. 8, 9 に示す。

[T3] は [T2] に静的線形抵抗 (q による C_d の変化がある) を加えたものであるが [T2] に比べて顕著な差異はみられず後半における減衰評価の不足が明らかである。これは振動の一周期内に C_d が小さくなる時間が非常に短く、静的線形抵抗が有効に作用しないことによると考えられる。[T1] は種々の l_2 に対応した異なる振動周波数においても実験とよく一致し、動的抵抗の考慮が不可欠であることがわかる。

c. 受圧室がきわめて浅い $l_2=0.5$ mm の場合の [T1] による計算例を Fig. 10 に示す。実験波形は立上りからオーバシュート付近までは計算値と一致し、それ以後は振動周期が若干長くなるがほぼ一定である。受圧室が浅いときは室の半径方向に振動流が生じている可能性があり、主としてその運動エネルギーに伴う L の増加⁶⁾によって周期がおそくなると考えられる。なお、他の l_2 の場合と同じく正、逆方向とも $C_{d0}=0.8$, $k_s=1.5$ としても計算値に現れる違いはわずかである。

d. 圧力がインパルス状に変化した場合の応答例を Fig. 11 に示す。実際の入力波形を用いた

Fig. 10 Step response, $d_1=l_1=1$ mm, $d_2=7$ mm, $l_2=0.5$ mm, $p_m=1$ kPa

[T1] による計算値は実験とよく一致する。

4.4 過渡応答の特性値

(12) 式による応答計算 (前述の [T1]) は実験とおおむねよく一致するので、入力としてステップおよび立上り時間 t_r の terminated-ramp 関数 ($t < 0$, $0 \leq t \leq t_r$, $t_r < t$ においてそれぞれ $p_i=0$, p_{mt}/t_r , p_m) を仮定した計算結果から各種特性値の図表を作ることができる。測圧孔による典型的な過渡応答波形の計算値を Fig. 12 に示す。

ここに掲げる線図は $\alpha=0.0014$, $\lambda=1$ すなわち $d_1=l_1=1$ mm の空気圧の場合であり、 $C_{d0}=0.8$, $k_s=1.5$, $k_w=1.5$ とした。時間は $\tau=\omega_n$ の無次元量とし、入力立上り時間は $\tau_r=\omega_n t_r$ (sec) とする。 $p_i=0.01$ は大気圧を平均圧力 p_0 とした場合 $p_m=1$ kPa に対応する。以下にオーバシュートと振幅減衰比について述べる。オーバシュートは通常的时间尺度では観測波形の急変部に鋭い突起として現れ、制御系の誤動作を引起す原因となるので特に重要である。

Fig. 11 Impulse response, $d_1=l_1=1$ mm, $d_2=7$ mm, $l_2=4$ mm, $p_m=0.5$ kPa

Fig. 12 Theoretical response curves by equation (12); $\lambda=1$, $\alpha=0.004$, $\chi=100$, $p_i=0 \sim 0.02$, $\tau_r=0.5\pi$ (e.g. $d_1=l_1=1$ mm, $d_2=7$ mm, $l_2=2$ mm, $p_m=0 \sim 2$ kPa, $t_r=0.062$ msec; air)

Fig. 13 Overshoot diagram; $\lambda=1$, $\alpha=0.004$

オーバーシュート高さ Φ_1 (応答 p_2/p_m の最大値 -1) とそれが現れる時刻 τ_1 に及ぼす種々パラメータの影響を Fig. 13 に示す。

i 入力振幅 p_i の影響: p_i の増加に従って Φ_1 は小さくなり, τ_1 は遅れる. p_i が小さいときは主として Φ_1 に影響し, $\tau_r=0$ (ステップ応答) の場合, τ_1 はほぼ π に等しい. p_i が大きいときは p_i の変化による τ_1 の遅れが大きくなる。

ii 立上り時間 τ_r の影響: p_i が小さいとき, 点 (τ_1, Φ_1) は τ_r の増加に伴い, $\tau_r=0$ の場合を起点として放物線状に, Φ_1 は下がり τ_1 は遅れる. いずれの場合にも τ_1 は $\tau_r=0$ の場合よりさらに約 $\tau_r/2$ だけ遅れる. オーバシュート以後の周期はほぼ 2π 一定であるから, 立上り時間 τ_r の入力に対してはステップ応答の振動と比べて全体として約 $\tau_r/2$ だけ遅れることになる。

iii 容積比 $\chi = V_2/(l_1 A_1)$ の影響: Fig. 13 において等 τ_r 線は χ の大きな変化にかかわらずほとんど一線に重なる. $p_i\chi$ 一定の線は線形抵抗のために $p_i\chi$ が小さいほど χ による相違が大きい。

振動振幅 Φ_N ($|N$ 番目の極値 -1|) の振幅減衰比を Fig. 14 に示す. これは線形2次系(破線)では不変だが, 測圧孔の応答では初期に著しく減衰し次第に一定値に近づく. この図の例では入力振幅が数 kPa 以上になると $R=R_0$ に対応する一線に収束する. また減衰比は $\tau_r < 0.5\pi$ 程度では τ_r にほとんど無関係である。

5. 結 言

実用寸法の測圧孔を用いて立上り時間 0.1 msec 程度の空気圧ステップおよびインパルス信号に対する過渡応答試験を行った. 応答のオーバーシュートは圧力変化が大きいほど低く, 遅れて現れる. 減衰振動の周波

Fig. 14 Amplitude damping ratio; $\lambda=1$, $\alpha=0.0014$, $\chi=100$, $\tau_r=0$

数は, 受圧室が極端に浅くなれば, 通常の2倍の開口端補正を加えた検出孔イナータンスと受圧室の断熱キャパシタンスに基づく固有周波数にほぼ等しい。

測圧孔の動特性はその減衰が時々刻々変化する近似的2次系とみなされ, 応答波形は検出オリフィスの静特性と, 固有周波数に依存した動的抵抗を用いて精度よく計算できる. しかしオーバーシュート付近に限定すれば, 流量係数一定とした簡単な非線形抵抗のみで十分である。

おわりにのぞみ, 実験と数値計算に助力された元東北大学学生, 佐藤朗君と服部俊介君に謝意を表します. また, 資料整理に尽力された東北大学高速力学研究所, 佐藤玲子技官に心から感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 飯村或郎, 石井誠一, 畑中浩: 圧力測定孔の周波数特性と負荷特性, 計測自動制御学会論文集, 22-3, 296/302 (1986)
- 2) J. Sato: Settling Times of Pressure Measurements through Capillary Tubes, AIAA J., 17-10, 1061/1067 (1979)
- 3) M. M. Farid: Effect of Tubing on Measurements of Small Transient Pressure Signals in Liquid, Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, 25-4, 262/264 (1983)
- 4) 畑中浩: 空気信号伝送管の諸問題(1), 油圧と空気圧, 7-4, 178 (1976)
- 5) 松田博, 飯村或郎, 畑中浩: オリフィスの周波数応答について, 第13回フルイディスクシンポジウム講演論文集, 61/64 (1978)
- 6) 飯村或郎, 畑中浩: 圧力測定孔の動特性(受圧室が浅い場合), 第18回フルイディスクシンポジウム講演論文集(小報告), 133 (1983)