システムの特性変動に対する非干渉系の
安定性と感度[†]

疋田 弘光*・渡辺 剛志*

On Stability and Sensitivity to System-Perturbation in a Linear Decoupled System

Hiromitsu HIKITA* and Takeshi WATANABE*

The stability-margin bounds are given for a linear decoupled system which is realized by a constant-gain state feedback. The sensitivity is also derived as the function of the transfer function matrix of the decoupled system. These results are extended to a decoupled system in which pole-zero cancelations can partially be avoided. It is investigated how an observer takes part in them in the case of output feedback. Finally, it is shown that the robust stability and sensitivity are more adjustable by using a Howze-Pearson dynamic compensator in order to completely avoid the pole-zero cancelations.

Key Words: decoupling problem, robust stability, sensitivity, multivariable systems

1. ま え が き

線形システムの非干渉化制御法は理論的にきわめて明確なものでありながら実システムへの応用例^{1)~5)}はそう多くない。その理由の一つは制御対象の特性変動が安定性や非干渉度はどう影響するのか定量的に示されていないことにある。本論文ではこの点を明らかにするためシステムの入力側に特性変動を代表した場合の非干渉系のロバスト安定性と非干渉度の変化割合を感度として解析する。

ロバスト安定性、感度は一般にフィードバックゲイン行列を変化させると変わる。しかし、非干渉系ではこれらをフィードバックゲイン行列の陽な関数で表示することは得策でない。なぜなら、フィードバックゲ

イン行列には第1に非干渉化を行う役割が課せられていて任意に動かすことができないからである。したがって、ロバスト安定性、感度を考えるに際し非干渉化が達成された後に残される自由度だけで検討できるのが望ましい。本論文ではこの観点より非干渉系の伝達関数行列を可変なものとし解析する。定係数状態フィードバックによる通常の非干渉制御系について、さらに極-零消去を避けれる場合、これらを出力フィードバックにより実現する場合、動的フィードバック補償器を導入し極-零消去を避ける場合を順に取り上げる。

2. システム表現と非干渉化

対象とするシステムを伝達関数行列の既約分解表現に基づく

$$P(s)z(s)=u(s) \quad (1-a)$$

$$y(s)=Q(s)z(s) \quad (1-b)$$

で表わす。ただし、 $u(s), y(s), z(s) \in R(s)^m$ (注1) はそれぞれ入力、出力、部分状態を表わす。 $Q(s), P(s) \in R[s]^{m \times m}$ (注2) は互いに右素、 $Q(s)P^{-1}(s)$ はプロパーとする。 $\det Q(s)=0$ の根は複素平面の開左半面に存在するとする。この仮定は(1)を状態フィードバックにより非干渉化できれば必ず安定な非干渉系が構成できることを保証する。

システム(1)の伝達関数行列は

$$G(s)=Q(s)P^{-1}(s) \quad (2)$$

である。システム(1)に対しつぎの状態フィードバックを考える。

$$u(s)=-K(s)z(s)+Lv(s) \quad (3)$$

(注1) $R(s)^m$ はその要素を s の有理式とする m ベクトルの集合。

(注2) $R[s]^{m \times m}$ はその要素を s の多項式とする $m \times m$ 行列の集合。

† 第14回制御理論シンポジウムで発表 (昭60・5)

第24回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭60・7)

* 室蘭工業大学 室蘭市水元町 27-1

* Muroran Institute of Technology, Muroran

(Received September 17, 1985)

(Revised December 9, 1985)

ここで, $v(s) \in R(s)^m$ は新しい入力で, $K(s) \in R(s)^{m \times m}$ には $K(s)P^{-1}(s)$ が真にプロパーという制約があり, $L \in R^{m \times m}$ は正則でなければならない. (3) によりシステム (1) が非干渉化できる必要十分条件は適当な整数 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ が存在し

$$B^*[G(s)] \triangleq \lim_{s \rightarrow \infty} [\Psi(s)G(s)] \quad (4)$$

が有限で正則となる対角行列 $\Psi(s) = \text{diag}(s^{\sigma_1}, s^{\sigma_2}, \dots, s^{\sigma_m})$ が存在することである⁶⁾. この条件のもとで, 状態フィードバック (3) によりつぎの伝達関数行列をもつ非干渉系を常に実現できる.

$$\begin{aligned} T(s) &= P_d^{-1}(s) \\ &= \text{diag}(1/p_{d_1}(s), 1/p_{d_2}(s), \dots, 1/p_{d_m}(s)) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで, $p_{d_i}(s), i=1 \sim m$ は次数 σ_i の任意のモニックな多項式である. L は次式で与えられる.

$$L = \{B^*[G(s)]\}^{-1} \quad (6)$$

一方, (5) は

$$Q(s)[P(s) + K(s)]^{-1}L \quad (7)$$

と等しくなければならないので, (5) を適当なものに固定すると, この非干渉系を実現する $K(s)$ は

$$K(s) = LT^{-1}(s)Q(s) - P(s) \quad (8)$$

と求められる.

3. 特性変動と安定性

伝達関数行列 $G(s)$ が

$$G'(s) = G(s)[I + \Delta G(s)] \quad (9)$$

と変動する場合の非干渉系の安定性について考察する. これは, システムの変動を入力側で代表した場合である. なお, $\Delta G(s)$ はプロパーで安定とする.

(3) により構成された非干渉系において (9) の変動が生じると, $G'(s)$ の入力点での還送差行列 $R(s)$ はつぎで与えられる.

$$R(s) = I + K(s)P^{-1}(s)[I + \Delta G(s)] \quad (10)$$

$$= [I + K(s)P^{-1}(s)][I + J(s)\Delta G(s)] \quad (11)$$

ここで

$$J(s) \triangleq [I + K(s)P^{-1}(s)]^{-1}K(s)P^{-1}(s) \quad (12)$$

ロバスト安定性についてよく知られた理論⁷⁾を適用すれば, $s = j\omega$ とおき, すべての $\omega \geq 0$ で

$$\sigma(\Delta G(j\omega)) < 1/\sigma(J(j\omega)) \quad (13)$$

なる変動に対し閉ループ系の安定性は保証される. ただし, $\sigma(\cdot)$ は最大特異値を表わす. ところで, (12) に (8) を代入すると,

$$J(s) = I - G^{-1}(s)T(s)L^{-1} \quad (14)$$

が得られる. 結局, すべての $\omega \geq 0$ で

$$\sigma(\Delta G(j\omega)) < 1/\sigma[I - G^{-1}(j\omega)T(j\omega)L^{-1}] \quad (15)$$

を満足するプロパーで安定な任意の変動 $\Delta G(s)$ に対

して非干渉の安定性が保たれる. L^{-1} は $G(s)$ より一意的に決まるのでシステム固有のものである. したがって, (15) の右辺は $T(s)$ によってのみ変化させることができ, 非干渉のロバスト安定性を非干渉化と極配置のためのフィードバックゲイン行列を逐一求めることなく非干渉系に適当な極配置を仮定し検討することができる.

ところで,

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G^{-1}(s)T(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} [\Psi(s)G(s)]^{-1}L = L \quad (16)$$

が成立するので (15) の右辺は $T(s)$ の極位置に関係なく $\omega \rightarrow \infty$ で ∞ に漸近する. $\Delta G(s)$ がモデリング時に無視したダイナミクスを表わす場合, 一般にこれは高周波域であるので, 非干渉系はこのような変動に対し大きなロバスト安定性を有していることがわかる. したがって, 比較的高周波の部分では (15) の右辺は大きな値となり $T(s)$ の極配置はあまり意味をもたないことが推測されるが, 低周波域では (15) の右辺を極配置と具体的に関係づけるのは難しい. 特異値の性質より

$$\begin{aligned} \sigma[I - G^{-1}(j\omega)T(j\omega)L^{-1}] \\ \leq 1 + \sigma[G^{-1}(j\omega)T(j\omega)L^{-1}] \end{aligned} \quad (17)$$

が成立するので

$$\sigma[\Delta G(j\omega)] < 1/(1 + \sigma[G^{-1}(j\omega)T(j\omega)L^{-1}]) \quad (18)$$

を満足する変動 $\Delta G(s)$ は常に (15) を満足する. (18) によれば低周波域での $\sigma[\Delta G(j\omega)]$ の許容幅を $T(s)$ の極と大雑把に関連づけて考えることができる. つまり, $\sigma[G^{-1}(j\omega)T(j\omega)L^{-1}]$ は一般に対角伝達関数行列 $T(s)$ の極が原点より遠ければ小さな値となり, (18) の右辺は大きな値となる. したがって, 低周波域ではこの性質をロバスト安定性の目安に用いることができる. ただし, (18) の右辺の値は (17) より明らかなようにあくまで控え目のロバスト安定領域を与えるものであり, 特に 1 より大きくなることはなく, また $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \sigma[G^{-1}(j\omega)T(j\omega)L^{-1}] = 1$ であるので (18) の右辺は $\omega \rightarrow \infty$ で 1/2 に漸近する. 実際には先に述べたように, 高周波域では極の位置により大小関係はあっても大きなロバスト安定性をもつので (18) は高周波域でのロバスト安定性を示す指針とはならず, 低周波部分に限られていることに注意しなければならない.

4. 非干渉系の感度

システムに特性変動があれば非干渉系の伝達関数行列は初めに設計された対角行列から崩れ, 非干渉度が変化する. 以下ではシステムの微小変動に対するこの変化の割合を感度として解析する. システムの微小変

動(9)に対する非干渉系の伝達関数行列の変動を同じ形

$$T'(s) = T(s)[I + \Delta T(s)] \quad (19)$$

で表わす.

$$\begin{aligned} T(s)[I + \Delta T(s)] &= Q(s)[(I + \Delta G(s))^{-1}P(s) \\ &\quad + K(s)]^{-1}L \\ &= Q(s)[P(s) + K(s)]^{-1}[I + \Delta G(s)K(s)(P(s) \\ &\quad + K(s))^{-1}]^{-1}(I + \Delta G(s))L \\ &\triangleq Q(s)[P(s) + K(s)]^{-1}[I - \Delta G(s)K(s)(P(s) \\ &\quad + K(s))^{-1}](I + \Delta G(s))L \end{aligned} \quad (20)$$

$\Delta G(s)$ の 1 次の項のみをと

$$\begin{aligned} &\triangleq Q(s)[P(s) + K(s)]^{-1}[I + \Delta G(s) \\ &\quad - \Delta G(s)K(s)(P(s) + K(s))^{-1}]L \end{aligned}$$

ところで, $K(s)$ に (8) を代入し, また $(P(s) + K(s))^{-1}$ は (8) より $Q^{-1}(s)T(s)L^{-1}$ であるのでこれも代入することにより, 結局,

$$\begin{aligned} &= T(s)L^{-1}[I + \Delta G(s) - \Delta G(s)(LT^{-1}(s)Q(s) \\ &\quad - P(s))Q^{-1}(s)T(s)L^{-1}]L \\ &= T(s)[I + L^{-1}\Delta G(s)G^{-1}(s)T(s)] \end{aligned}$$

したがって, 近似的に

$$\Delta T(s) = L^{-1}\Delta G(s)G^{-1}(s)T(s) \quad (21)$$

が成立する. (21) はプラントの微小変動 $\Delta G(s)$ に対する非干渉系の微小変動 $\Delta T(s)$ を表わしている.

感度をスカラー量で比較するためノルム, ここでは最大特異値で検討してみる. (21) より

$$\begin{aligned} \sigma(\Delta T(j\omega)) &= \sigma(L^{-1}\Delta G(j\omega)G^{-1}(j\omega)T(j\omega)) \\ &\leq \sigma(L^{-1})\sigma(G^{-1}(j\omega)T(j\omega))\sigma(\Delta G(j\omega)) \end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned} &\sigma(\Delta T(j\omega))/\sigma(\Delta G(j\omega)) \\ &\leq \sigma(L^{-1})\sigma(G^{-1}(j\omega)T(j\omega)) \end{aligned} \quad (22)$$

(22) の右辺はやはり $T(s)$ によって変わるわけであるが, 一般に極を原点より遠ざけることにより小さくすることがわかる.

なお, (16) より

$$\begin{aligned} &\lim_{\omega \rightarrow \infty} \{\sigma(\Delta T(j\omega))/\sigma(\Delta G(j\omega))\} \\ &\leq \sigma(L^{-1})\sigma(L) = \sigma(L)/g(L) \end{aligned} \quad (23)$$

となり, $\omega \rightarrow \infty$ では極配置に関係なく L のみによって上限が決まる. ここで $g(-)$ は最小特異値を表わす.

5. 極-零消去からの検討

一般に非干渉系を組むと $\det Q(s) = 0$ の根, つまりシステム(1)の零は極-零消去され, 非干渉系の既約な伝達関数行列には現れない. したがって, 非干渉系には $\det Q(s) = 0$ の根に等しい固定極が生じている. ところが, いま $Q(s)$ の第 i 行のモニクな最大左因子を $q_{ai}(s)$ とすると, ある $\tilde{Q}(s) \in R[s]^{m \times m}$ が存

在し,

$$Q(s) = Q_d(s)\tilde{Q}(s) \quad (24)$$

と書ける. ただし,

$$Q_d(s) = \text{diag}[q_{d1}(s) \ q_{d2}(s) \cdots \ q_{dm}(s)] \quad (25)$$

である. すると, $K(s), L$ を適当に選

$$\tilde{T}(s) = Q_d(s)\tilde{P}_d^{-1}(s) \quad (26)$$

とできる[付録参照]. ただし $\tilde{P}_d(s) \in R[s]^{m \times m}$ は対角, また $\tilde{P}_d(s)$ の ii 要素 $\tilde{p}_{di}(s), i=1 \sim m$ は

$$\partial[\tilde{p}_{di}(s)] = \sigma_i + \partial[q_{ai}(s)], \quad i=1 \sim m \quad (27)$$

の任意のモニクな多項式である. ただし, $\partial[-]$ は多項式 $[-]$ の次数を表わす. したがって, システムの零のうち $\det Q_d(s) = 0$ の根に対応するものは極-零消去を避けることができる.

以下でこの極-零消去を避けると, 非干渉系のロバスト安定性, 感度はどう変化するか検討する. この場合, (15), (18), (22) における $G^{-1}(j\omega)T(j\omega)$ は $G^{-1}(j\omega)\tilde{T}(j\omega)$ に変わる. $G^{-1}(s)\tilde{T}(s)$ は

$$\begin{aligned} &G^{-1}(s)\tilde{T}(s) \\ &= P(s)\tilde{Q}^{-1}(s)Q_d^{-1}(s)Q_d(s)\tilde{P}_d^{-1}(s) \\ &= P(s)\tilde{Q}^{-1}(s)\tilde{P}_d^{-1}(s) \end{aligned} \quad (28)$$

一方, $G^{-1}(s)T(s)$ は

$$\begin{aligned} &G^{-1}(s)T(s) \\ &= P(s)\tilde{Q}^{-1}(s)Q_d^{-1}(s)P_d^{-1}(s) \\ &= P(s)\tilde{Q}^{-1}(s)[P_d(s)Q_d(s)]^{-1} \end{aligned} \quad (29)$$

$P_d(s), Q_d(s)$ と対角多項式行列で, $\partial[p_{di}(s)q_{di}(s)] = \partial[\tilde{p}_{di}(s)], i=1 \sim m$, かつ $Q_d(s)$ がシステム固有であることに注意すれば(29)に比べ(28)のほうが自由に設計できるパラメータが多いことになる. つまり, $\tilde{P}_d(s) = P_d(s)Q_d(s)$ と選ぶことにより, (28)は特殊なケースとして(29)を含むことになり, 極-零消去を避けることのできる零はそのまま非干渉系の零として残すようにしたほうがロバスト安定性, 感度とも調整範囲が広がることわかる. 特に $\det Q_d(s) = 0$ の根がたとえ複素平面の開左半面にあっても原点に近いものがあれば ω の小さい所でロバスト安定性, 感度が極端に悪化する可能性があり(26)のように非干渉化することは意義があろう.

6. 例 題

つぎのシステムを非干渉化した場合のロバスト安定性, 感度を検討してみる.

$$\begin{aligned} Q_d(s) &= \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \tilde{Q}(s) &= \begin{bmatrix} 0 & -1/10 \\ 1/10 & 3(s+2)/10 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$P(s) = \begin{bmatrix} -20(s-1) & -7(s^2+s-3)/10 \\ 30(s-1) & s^2+s-3 \end{bmatrix}$$

このシステムの零は $s=-2$ にあり、非干渉化に際し極-零消去を避けることができる零点である。

$$B^*[G(s)] = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

より

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

である。

低周波域でのロバスト安定性について(18)を用い比較してみる。 $T(s)$ としては(1) $\text{diag}\{1/(s+3) \ 1/(s+3)\}$, (2) $\text{diag}\{1/(s+4) \ 1/(s+4)\}$, (3) $\text{diag}\{1/(s+20) \ 1/(s+20)\}$ の場合を Fig. 1 に示す。この場合、 $s=-2$ で極-零消去が生じている。 $s=-2$ の極-零消去を避け、非干渉系の伝達関数行列の 1-1 要素の分子に $s+2$ をもたせ、分母の次数を 2 とし、 $T(s)$ を(4)

Fig. 1 ω -Stability margin. Transfer function matrices; (1), (2), (3)

Fig. 2 ω -Stability margin. Transfer function matrices; (4), (5), (6)

$\text{diag}\{(s+2)/(s+3)^2 \ 1/(s+3)\}$, (5) $\text{diag}\{(s+2)/(s+4)^2 \ 1/(s+4)\}$, (6) $\text{diag}\{(s+2)/(s+20)^2 \ 1/(s+20)\}$ とした場合を Fig. 2 に示す。Fig. 1 と比較すると低周波域で安定性を保証する領域が広がっている。ただ(6)では(3)より大きく悪化する部分があるが、1-1 要素の一つの極を -20 とせず、たとえば -3 , -4 などに移動し(7) $\text{diag}\{(s+2)/(s+3)(s+20) \ 1/(s+20)\}$, (8) $\text{diag}\{(s+2)/(s+4)(s+20) \ 1/(s+20)\}$ とすればこの領域を Fig. 3 に示すように変化させることができる。このことは、 $s=-2$ の極-零消去を避けた結果設計の自由度がふえ可能となったわけで、この極を -2 に選べば当然(3)に一致する。

感度については非干渉系の伝達関数行列(1)~(6)に対応するものを Fig. 4 に示した。(1)→(2)→(3), また(4)→(5)→(6)と感度が低下しているの

Fig. 3 ω -Stability margin. Transfer function matrices; (3), (6), (7), (8)

Fig. 4 ω -Sensitivity. Transfer function matrices; (1)~(6)

がわかる。極-零消去を許した場合と避けた場合を比較すると感度はそれぞれ(1)→(4), (2)→(5), (3)→(6)と低下している。

7. 出力フィードバックの場合

— $K(s)z(s)$ をオブザーバで推定し非干渉化する場合を考える。オブザーバを

$$Q_0(s)w(s) = H(s)u(s) + F(s)y(s) \quad (30)$$

で表わす。ただし、 $w(s)$ は $-K(s)z(s)$ の推定値で $Q_0(s)$, $H(s)$, $F(s) \in R[s]^{m \times m}$ は $Q_0^{-1}(s)[H(s):F(s)]$ がプロパーであることを満足していなければならない。 $\det Q_0(s) = 0$ の根は安定とする。すると、(30)がオブザーバであるためには

$$Q_0(s)K(s) + H(s)P(s) + F(s)Q(s) = 0 \quad (31)$$

が成立していなければならない^{9), 8)}。オブザーバを用いた場合、まず 3, 4 章の結果はどのように変化するか検討する。(30)により閉ループ系を構成し、やはり $G'(s)$ の入力点での選送差行列 $\bar{R}(s)$ を求めると、

$$\begin{aligned} \bar{R}(s) &= I - \bar{D}(s)[I + \Delta G(s)] \\ &= [I - \bar{D}(s)][I + \bar{J}(s)\Delta G(s)] \end{aligned} \quad (32)$$

ただし、

$$\bar{D}(s) = [I - Q_0^{-1}(s)H(s)]^{-1}Q_0^{-1}(s)F(s)G(s) \quad (33-a)$$

$$\bar{J}(s) = -[I - \bar{D}(s)]^{-1}\bar{D}(s) \quad (33-b)$$

前と同様、 $\omega \geq 0$ で $\sigma(\Delta G(j\omega)) < 1/\sigma(\bar{J}(j\omega))$ なる変動に対し安定性が保たれる。ところで、(8), (31)より

$$\begin{aligned} [I - Q_0^{-1}(s)H(s)]^{-1}Q_0^{-1}(s)F(s)G(s) \\ = -[I - Q_0^{-1}(s)H(s)]^{-1}L T^{-1}(s)G(s) + I \end{aligned} \quad (34)$$

したがって、

$$\bar{J}(s) = I - G^{-1}(s)T(s)L^{-1}[I - Q_0^{-1}(s)H(s)] \quad (35)$$

(14)と(35)を比較することによりオブザーバの関与と状態がよくわかる。つまり、 $Q_0^{-1}(s)H(s) \equiv 0$ なら $\bar{J}(s) \equiv J(s)$ となりロバスト安定性に関する結果は状態フィードバックの場合に一致する。 $Q_0^{-1}(s)H(s) \equiv 0$ はオブザーバが未知入力オブザーバ¹²⁾に近似的に一致することを意味する。ロバスト性回復に関連したオブザーバについては文献 13) を参照されたい。

感度についても同様の議論ができ、オブザーバを用いたとき $G(s)$ の $G(s)(I + \Delta G(s))$ の変動に対し、 $T(s)$ が $T(s)(I + \Delta \bar{T}(s))$ に変動したとすると、(21)と同じく、

$$\begin{aligned} \Delta \bar{T}(s) &\equiv L^{-1}[I - Q_0^{-1}(s)H(s)]\Delta G(s)G^{-1}(s)T(s) \\ &\quad (36) \end{aligned}$$

が導出される。やはり $Q_0^{-1}(s)H(s) \equiv 0$ で $\Delta \bar{T}(s) \equiv \Delta T(s)$ が成立する。

5章で説明した極-零消去を避けれる場合にオブザーバを用いると、やはり同様の解析によりロバスト安

定性について(35)において $T(s)$ を $\hat{T}(s)$ に置きかえたものが導出される。また感度についても同様である。

8. 動的補償器による極-零消去の回避

状態フィードバックにより非干渉化を行えば前に述べたように $\det Q_d(s)$ の零の極-零消去は避けることができるが $\det \tilde{Q}(s)$ の零は必然的に消去され固定極が生じる。これは状態フィードバックパスに動的補償器を付加することにより回避できる⁹⁾。また、 $\det \tilde{Q}(s)$ の零の極-零消去を選択的に回避することも可能である¹⁰⁾。したがって、以下では $\det Q(s)$ の零は必ずしも複素平面の開左半面に存在すると限定しない。

動的補償器を状態フィードバックパスに付加すると入力 $u(s)$ は次式で与えられる。

$$u(s) = -[K(s) + Q_h(s)P_h^{-1}(s)]z(s) + Lv(s) \quad (36)$$

ここで、 $Q_h(s)P_h^{-1}(s)$ は動的補償器の伝達関数行列を表わし、真にプロパーでなければならない。いま、すべての極-零消去を回避すると、 $Q_h(s)$, $P_h(s)$, $K(s)$, L を適当に選ぶことにより(36)を施したシステムの入出力伝達関数行列を

$$\begin{aligned} \hat{T}_d(s) &= Q(s)[P(s) + K(s) + Q_h(s)P_h^{-1}(s)]^{-1}L \\ &\quad (37-a) \end{aligned}$$

$$= \hat{Q}_d(s)\hat{P}_d^{-1}(s) \quad (37-b)$$

とできる。ただし、 $\hat{Q}_d(s)$, $\hat{P}_d(s) \in R[s]^{m \times m}$ はともに対角で、また、この非干渉系には極-零消去がなく、 $\det \hat{Q}_d(s)$ の零は $\det Q(s)$ の零をすべて含み、かつ、 $\det \hat{P}_d(s)$ の零は任意に設定可能である¹⁰⁾。

この設計法による非干渉化をロバスト安定性、感度の面からとらえると5章で検討した結果と同様のことが成立する。つまり、(15), (18), (22)における $G^{-1}(j\omega)T(j\omega)$ の部分はここでは $G^{-1}(j\omega)\hat{T}(j\omega)$ に変わる。その結果、(15), (18), (22)から回定極がすべて消えロバスト安定性、感度を調節できるパラメータがふえる。

Howze, Pearson によって導入された動的補償器の役割は本来、非干渉化に際し複素平面内の右半面に存在する零との極-零消去により生じる不安定固定極を避ける意図の強いものであるが、ロバスト安定性、感度の面からも有用であることが理解できる。

9. あとがき

非干渉化制御法を実システムへの応用面から評価するとまだまだ明らかにされなければならない点が多い。本論文ではその一部に応えるためシステムの特性変動に対する非干渉系の振舞いとしてロバスト安定性、感度を種々のケースについて検討した。今後より

広範な実用化に向け一層解析の進むことが期待される。

参考文献

- 1) 山下, 正田: 入力にむだ時間をもつ系の分離制御について, 室蘭工大研報, **10**-2, 169/179 (1980)
- 2) 赤木, ほか: サイクロコンバータ・誘導機系の非干渉最適電流制御法, 電気学会論文誌B, **103**-4, 298/304 (1983)
- 3) 多田隈, ほか: 非干渉制御理論を適用した循環電流制御法の検討, 電気学会論文誌B, **104**-2, 77/84 (1984)
- 4) 河野, ほか: 可変ピッチプロペラ船の非干渉制御, 計測自動制御学会論文集, **20**-3, 254/259 (1984)
- 5) 福谷, 川口: 大形仕上圧延機自動厚み制御の開発, 計測と制御, **23**-10, 872/879 (1984)
- 6) W. A. Wolovich: Linear Multivariable Systems, Springer (1984)
- 7) J. C. Doyle and G. Stein: Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-26**-1, 4/16 (1981)
- 8) W. A. Wolovich, et al.: On the Stability of Solutions to Minimal and Nonminimal Design Problem, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-22**-1, 88/94 (1977)
- 9) J. W. Howze and J. B. Pearson: Decoupling and Arbitrary Pole Placement in Linear Systems Using Output Feedback, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-15**-6 660/663 (1970)
- 10) 正田弘光: 非干渉化問題におけるHowze-Pearson Compensator について, 第14回制御理論シンポジウム資料, 29/32 (1985)
- 11) A. I. G. Vardoulakis and P. N. R. Stoye: An Algorithm for Decoupling and Maximal Pole Assignment in Multivariable Systems by the Use of State

Feedback, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-24**-2, 362/365 (1979)

- 12) T. Mita: On the Synthesis of an Unknown Input Observer for a Class of Multi-input/output Systems, International J. of Control, **26**-6, 841/851 (1977)
- 13) J. C. Doyle and G. Stein: Robustness with Observer, IEEE Trans. on Automatic Control, **AC-24**-4, 607/611 (1977)

《付 録》

詳細は文献11)を参照されたい。以下ではこれを簡単に説明する。

ある $\Psi(s) = \text{diag}(s^{\sigma_1} s^{\sigma_2} \dots s^{\sigma_m})$ に対し(4)で定義される $B^*[G(s)]$ が有限, 正則なら明らかに $\tilde{\Psi}(s) = \text{diag}(s^{\tilde{\sigma}_1} s^{\tilde{\sigma}_2} \dots s^{\tilde{\sigma}_m})$ に対し

$$\begin{aligned} B^*[\tilde{Q}(s)P^{-1}(s)] &= \lim_{s \rightarrow \infty} [\tilde{\Psi}(s)\tilde{Q}(s)P^{-1}(s)] \\ &= B^*[G(s)] \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

は有限, 正則である。ただし, $\tilde{\sigma}_i = \sigma_i + \partial[q_{di}(s)]$, $i = 1 \sim m$ 。したがって, $\tilde{Q}(s)P^{-1}(s)$ なる伝達関数行列をもつシステムは(3)によって非干渉化可能で

$$\tilde{Q}(s)[P(s) + K(s)]^{-1}L = \tilde{P}_d^{-1}(s) \quad (\text{A-2})$$

とできる。ここで, $\tilde{P}_d(s) \in R[s]^{m \times m}$ の各要素の次数は(27)で定義される。結局,

$$Q_d(s)\tilde{Q}(s)[P(s) + K(s)]^{-1}L = Q_d(s)\tilde{P}_d^{-1}(s) \quad (\text{A-3})$$

が成立するのでシステム $G(s) = Q_d(s)\tilde{Q}(s)P^{-1}(s)$ に同じ制御を施せば非干渉系(A-3)つまり(26)が得られる。