コンプリメントなプレースと許可枝からなる ペトリネットの到達可能性†

中 村 泰 明*・阿 部 茂*・武 田 捷 一*

The Reachability of Complementary-Places Petri Nets

Yasuaki NAKAMURA*, Shigeru ABE* and Shoichi TAKEDA*

Complementary-places Petri Nets (CPNs) are proposed as modeling and analysis tools for discrete event systems. A CPN is composed of complementary pairs of places, transitions which have an incoming arc from one side of a pair and an outgoing arc to the other, and permissive arcs.

In CPNs, deadlocks and traps are found as specific sub-structures of a net. A new method (FIMS-tree) for the reachability problem is developed for CPNs. The FIMS-tree can be created by repeating the process to detect these sub-structures. The FIMS-tree represents the backward reachability set, which is the set of markings reachable to a given goal marking.

The advantages of the method over the reachability tree algorithm are:

- (1) The backward reachability set can be obtained as a logical expression;
- (2) A firing sequence from any initial marking to the goal marking can be found without a backtracking process;
- (3) And the firing count is, at most, the number of the levels of the FIMS-tree for any initial marking.

The necessary and sufficient condition for the reachability to any goal marking from any initial marking is derived from the property of the FIMS-tree.

As a practical example, a part of a power plant is modeled by CPNs. Then, using the FIMS-tree, it is proved that dangerous states are not reachable from an initial state, and that the initial state is reachable from any state.

Key Words: Petri net, reachability, discrete event system, modeling, sequential control system

1. はじめに

生産システムやシーケンス制御システムなどのディスクリー・イベント・システムのモデリング、解析にペトリネット¹⁾やその拡張クラス、サブクラスを適用した多くの発表がある^{2)~11)}。これらのうち、ペトリネットやタイムペトリネット⁵⁾、MFG⁷⁾など⁸⁾は高い表現能力をもつ。しかし、タイムペトリネットにおいては、到達可能性や有界性判定問題は決定不能であり⁵⁾、またペトリネットにおいてはこれらの問題は可解であるが、その計算には非常に多くの時間とメモリーが必要である^{11), 6)}。そのため、解析能力の向上を目的としたサブクラスが提案^{2)~4)}されており、マークグラフ²⁾、無競合ネット³⁾に対しては、到達可能性、可制御性、活性などの決定問題が可解であることが示されている^{2), 3)}。

本論文では、シーケンス制御システムのモデリング、解析にいくつかの制約を付加した特殊なクラスのペトリネットを用いる。このペトリネットは、プレース p_i に対しコンプリメントなプレース $\bar{p}_i$ を必ずもつ(ペア・プレースと呼ぶ)。トランジションは、ペア・プレースの一方を入力とし、他方を出力とする。また、他の複数のプレースからの許可枝をもつことができる。以下、このペトリネットを CPN (Complementary-places Petri Nets) と呼ぶ。ここでは、CPN をシーケンス制御システムの解析、検証に適用するが、順序回路などへの応用¹¹⁾も可能である。

角ら⁴⁾は、電力系統の母線切り換え手順を CPN で表現し、到達可能木¹⁾の手法により解析を行っている。しかし、CPN の構造的特徴、動的な性質に関しては、あまり述べられていない。

本論文では、CPN の構造的な性質であるトラップ、

† 第28回自動制御連合講演会で発表(昭60・11)

* 三菱電機(株)中央研究所 尼崎市塚口本町 8-1-1

* Central Research Laboratory, Mitsubishi Electric Corp., Amagasaki

(Received April 30, 1986)

(Revised September 24, 1986)

デッドロックと到達可能性の関係を解析する。また、CPN の構造的特徴を利用した到達可能性判定手法である FIMS 木について述べる。本手法により、ある目標マーキングに到達可能なすべての初期マーキングが論理式の形で得られること、初期マーキングから目標マーキングに到達するための発火手順がバックトラックなしに求まることを示す。

2. コンプリメントなプレースと許可枝からなるペトリネット (CPN)

2.1 CPN の定義

CPN C は、ペトリネットのサブクラスとしてつぎのような四つ組により定義される有向グラフである。

$$C = \langle P, T, A, M \rangle$$

ただし、

$$P = \{p_i, \sim p_i \mid 1 \leq i \leq n\} \quad (2 \cdot n \text{ はプレースの個数})$$

$$T = \{t_i \mid 1 \leq i \leq m\} \quad (m \text{ はトランジションの個数})$$

A : 有限個の有向枝の集合 (トランジション t_i は、一組のペア・プレース $(p_i, \sim p_i)$ の一方への出力枝と他方からの入力枝を必ずもつ。また、 t_i は $p_j, \sim p_j$ 以外の複数個のプレースからの許可枝をもつことができる。ただし、許可枝とはトランジションとプレース間の往復枝である)

$M = \{\mu(p_i), \mu(\sim p_i) \in (1, 0) \mid 1 \leq i \leq n\}$ (マーキングと呼ばれる $2 \cdot n$ 要素のベクトル。ただし、 $\mu(p_i)$ はプレース p_i のトークン数を示し、 $\mu(p_i) + \mu(\sim p_i) = 1$ が常に成り立つ)

<発火> 一般に、ペトリネットを用いてシステムをモデル化する場合、トランジションの発火に関しつぎの制限が導入される。トランジションの発火は、時間ゼロ、すなわち瞬間的に行われ、二つ以上のトランジションが同時に発火することはない¹⁾。

CPN も、この規則に従う。

定義より、CPN はつぎの性質をもつ。ただし、プレースの総数を $2 \cdot n$ とする。

Fig. 1 A complementary-places Petri net (CPN)

$a, \sim a, b, \sim b, c, \sim c$

Marking $M = (0, 1, 1, 0, 0, 1)$

〔性質 1〕 各プレース中のトークン数はたかだか 1 個である (セーフネット²⁾ という)。

〔性質 2〕 CPN 中のトークン数は常に n 個である。

〔性質 3〕 CPN で許されるマーキングは 2^n 個ある。

Fig. 1 に CPN の例を示す。プレース $p(p)$ からの入力枝をもち、プレース $\sim p(p)$ への出力枝をもつトランジションが複数存在する場合、これらのトランジションを“OR トランジション”と呼ぶ (たとえば、Fig. 1 の t_4 と t_5)。

2.2 構造的性質—トラップとデッドロック^{1),2)}

CPN におけるトラップ、デッドロックは、つぎのように定義することができる。

<トラップ> トラップはつぎのようなプレースの集合である。トラップ中のプレースから入力枝をもつトランジションは、トラップ中の一つ以上のプレースからの許可枝をもつ。もしトラップ中のプレースのいずれかにトークンが 1 個でも存在すれば、それ以降、トラップ中には 1 個以上のトークンが常に存在する。

<デッドロック> デッドロックはつぎのようなプレースの集合である。デッドロック中のプレースへの出力枝をもつトランジションは、デッドロック中の一つ以上のプレースからの許可枝をもつ。もしデッドロック中のプレースのいずれにもトークンが存在しなければ、それ以降デッドロック中にトークンは存在しない。

ただし、トラップ、デッドロック中にペア・プレース $(p_i, \sim p_i)$ の両方が含まれているとき、トラップ、デッドロック中には、常にトークンが 1 個以上存在する。したがって、ここでは、ペア・プレースの両方を含むトラップ、デッドロックは考慮の対象としない。

3. CPN における到達可能性

一般に、ディスクリート・イベント・システムにおける制御問題は、システムを『ある状態から別の状態に遷移させることが可能か否か』を判定する到達可能性問題と『到達可能ならば、発火手順を求める』制御問題となる³⁾。ここでは、与えられた目標状態に到達可能な初期状態を求める問題、ある初期状態から目標状態が到達可能ならばその手順を求める問題を扱う。

3.1 CPN における到達可能性問題

CPN ではペア・プレース中に 1 個のトークンが常に存在することから、マーキング M は、トークンをもつプレースの論理積により、つぎの形式で表わせる。

$$M = \{\bullet p_i \mid \mu(p_i) = 1, 1 \leq i \leq 2n\} \quad (1)$$

ただし、 $\bullet$ は論理積、 $2n$ はプレースの総数。

定義より, ペア・プレース $(p_i, \sim p_i)$ を同時に含むマーキング M は許されない. このようなマーキング M は実現不可能と呼ぶ.

〈サブマーキング〉 要素数が n 未満であるようなマーキング M をサブマーキングという (ただし, プレースの総数を $2 \cdot n$ とする). また, 要素数が0のとき, $M=1$ と表わす.

以下, サブマーキングも含め, 単にマーキングと呼ぶ. M にペア・プレースの両方もが指定されない場合, トークンはどちらのプレースに存在してもよい.

〈被覆〉 マーキング M_x, M_y につきの関係が成立するとき, M_x は M_y を被覆するという.

$$M_x + M_y = M_z \quad (+ \text{は論理和}) \quad (2)$$

目標マーキングを M_t とし, M_t へ到達可能な初期マーキングの集合を FIMS (M_t) (Feasible Initial Marking Set of M_t) と表わす. 以下, M_t に対して, FIMS (M_t) を求める問題 (初期値問題) を考える. すなわち, FIMS (M_t) を求めることにより, 危険な状態への到達可能性, 初期状態への復帰問題, 初期状態から目標状態への到達可能性が判定できる.

3.2 目標へ到達可能な初期マーキングの集合

目標マーキング M_t が与えられたとき, M_t へ到達可能なすべての初期マーキング (FIMS (M_t)) を求める手法について述べる.

簡単のために, OR トランジションをもたない CPN について考える. プレース p_i への出力枝をもつトランジションを t_i , t_i へ許可枝を供給するプレースの集合を論理積 $S(t_i)$ で表わす. ただし, $S(t_i)$ に t_i の入力プレース $\sim p_i$ は含まれない. プレース p_i と $S(t_i)$ の関係をつぎの形式で表わす.

$$p_i \leftarrow S(t_i) \quad (3)$$

$S(t_i)$ に属すすべてのプレースがトークンをもつとき, プレース p_i へトークンが移動できる. (3)の形式の表現を L 表現 (Logical-expression) と呼ぶ. Fig. 2 に CPN のグラフ表現と L 表現を示す. 両者は一意に変換可能であることから等価な表現である.

〈置換〉 あるマーキング M にプレース p_i が属すとき, p_i に p_i の L 表現の右辺を代入する処理を,

(a) A CPN graph (b) L-expressions

Fig. 2 A CPN and its L-expressions

『プレース p_i の置換』と呼ぶ.

(1) FIMS 木の作成

CPN の L 表現と目標マーキング $M_t = (p_1 \cdot p_2 \cdots p_k)$ ($k \leq n$) が与えられたとする. 1回の発火により, M_t に到達可能なマーキング M_p を考える. 二つ以上のトランジションは同時に発火できないことから, M_p には, プレース $\sim p_i$ ($1 \leq i \leq k$) が1個存在する. M_p は, M_t に属すプレースの一つを置換することにより求まる (注1). あるプレース p_i を置換し, M_{i1} を得たとする. もし M_{i1} にコンプリメントなプレースのペア $(p_j, \sim p_j)$ ($j \neq i$) が出現すれば, その M_{i1} は実現不可能であるため, 別のプレースを置換する. 実現可能な M_{i1} が得られたならば, その M_{i1} を M_t の下に置き, M_t から M_{i1} に枝を付ける. この M_{i1} から M_t は, 1回の発火で到達可能である. つぎに, M_{i1} に対し同様に置換を適用し, M_{i2} を求める. この処理をつぎの条件のいずれかが成立するまで繰返す.

(条件1) マーキング M_{ki} ($k \geq 1$) が“1”となる.

(条件2) マーキング M_{ki} ($k \geq 1$) から実現可能なマーキングが得られない (どのプレースを置換してもコンプリメントなペア・プレースが出現する).

(条件3) マーキング M_{ki} ($k \geq 1$) が, 上位のマーキング $M_{(k-j)i}$ ($1 \leq j \leq k$) により被覆される ($M_{ki} + M_{(k-j)i} = M_{(k-j)i}$ となる).

(条件1)が成立したならば, 終了. (条件2), あるいは (条件3) の場合は, $(k-1)$ レベルのマーキング $M_{(k-1)i}$ に属し, かつ置換を適用していないプレースに置換を適用する. (条件2), (条件3)が成立するとにこの処理を再帰的に適用しルートに到達した時点で終了する. 以上の手順により木が構成される. この木を FIMS 木と呼ぶ.

Fig. 3(a)は, Fig. 2のCPNにおいて目標マーキング $M = (a \cdot b)$ を指定した場合の FIMS 木を示す. 第5レベルで“1”となり終了している.

(条件2), (条件3)は, つぎの定理より, それぞれトラップ, デッドロックの存在を意味する.

《定理1》 マーキング M から実現可能なマーキングが得られないならば, M に属すプレースのコンプリメントのプレースの集合はトラップを構成している.

(証明)

$M = (p_1 \cdot p_2 \cdots p_m)$, プレース p_j ($j = 1 \cdots m$) の L 表現を L_j とする. p_j の置換結果のマーキングを M_{1j}

(注1) プレース p_i を置換したマーキング M_p には, p_i のコンプリメントのプレース $\sim p_i$ は含まれない. これは, M_p が実現可能ならばマーキング $(M_p \cdot p_i)$, および $(M_p \cdot \sim p_i)$ から M_t は到達可能であるため, M_p に $\sim p_i$ を陽に含める必要がないからである.

(a) A FIMS-tree (b) A firing sequence

Fig. 3 A FIMS-tree for the CPN in Fig. 2 and a firing sequence

とすると

$$M_{ij} = (p_1 \cdots p_{j-1} \cdot p_{j+1} \cdots p_m \cdot L_j)$$

となる。すべての M_{ij} ($j=1 \cdots m$) にはコンプリメントなペア・プレースが存在する。ここで、 $\sim M = (\sim p_1, \sim p_2, \dots, \sim p_m)$ とすると、すべての L_j には、 $\sim M$ に属すプレースが少なくとも1個存在する。したがって、 p_j への出力枝をもつトランジションは $\sim M$ に属すプレースから一つ以上の許可枝をもち、しかも、このトランジションは、 $\sim M$ に属すプレースからの入力枝をもつ。これはトラップの定義にほかならない。(証明終)

《定理2》 FIMS 木中のマーキング M_k が上位のマーキング M により被覆されるならば、 M から M_k に至る過程で置換を適用したプレースの集合中にデッドロックが存在する。

定理2を証明する前に“経路”を定義し、経路とデッドロックの関係を与える。

＜経路＞ あるプレース p_i から p_e のL表現中のプレース p_{i1} 、さらに、 p_{i1} のL表現中のプレースとつぎつぎに辿ることにより、プレース p_e に到達できるとき、 p_i から p_e への経路が存在するという。また、始点と終点が一致する経路を閉路といい、その間に経由したプレースを閉路中のプレースという。

〔補題1〕 CPN に閉路が存在するならば、その閉路中のプレースはデッドロックを形成している。

(証明) 閉路中の任意のプレース p_x への出力枝をもつすべてのトランジションは、閉路中のプレースから少なくとも1個の許可枝をもつ。これは、デッドロックの定義にほかならない。(証明終)

(定理2の証明)

$M = (x_1 \cdot x_2 \cdots x_i \cdot x_{i+1} \cdots x_m)$, プレース x_j ($j=1 \cdots m$) のL表現を L_j , k 回の置換により得られたマ

ーキング M_k を

$$M_k = (x_1 \cdots x_i \cdot x_{i+1} \cdots x_m \cdot y_1 \cdots y_l)$$

(ただし、 $x_1, \dots, x_i$ は M から M_k までの間に1回以上置換を適用したプレース、 $x_{i+1}, \dots, x_m$ は置換を適用していないプレース、 y_q ($q=1 \cdots l$) は M に属さないプレース) とし、最初にプレース x_1 が置換された場合を考える。 x_1 の置換結果のマーキング M_1 は、

$$M_1 = (x_2 \cdots x_m \cdot L_1)$$

であり、 x_1 は M_1 に属さない。しかし、 M_k には x_1 が存在することから、 M_1 から M_k の間の置換により再び x_1 が出現することになる。今、あるプレース P_1 の置換により再び x_1 が出現したとすると、 P_1 から x_1 への経路が存在し、かつ、 M に属すプレースの一つ (x_{v1} ($1 \leq v1 \leq i$)) とする) は、 P_1 への経路をもつ。したがって、 x_{v1} から x_1 への経路も存在する。

(1) もし $x_{v1} = x_1$ であれば、閉路が存在し、補題1よりデッドロックが存在する。

(2) $x_{v1} \neq x_1$ であれば、 x_{v1} に対しても同様の議論が成立する (Fig. 4(a)). 今、 $x_1, \dots, x_i$ をノード、経路を枝と考えると、Fig. 4(b)のような有向グラフが構成できる。各ノードは、そのノードを終点とする枝を少なくとも1本もつ。グラフ理論¹³⁾よりノード数を N 、枝の数を B とすると連結グラフ中に存在する閉路数 L はつぎの式で与えられる。

$$L = B - N + 1 \quad (3)$$

ここでは、 $B \geq i$, $N = i$ であることから $L \geq 1$ となり閉路が存在することになる。したがって、補題1よりデッドロックが存在する。(証明終)

(2) 到達可能性の判定と発火手順の生成

Fig. 3(a) の FIMS 木を例とし、ある初期マーキングから目標マーキング M への到達可能性の判定手法とトランジションの発火系列を求める手法を述べる。

(a) Paths

(b) A loop of paths

Fig. 4 The relation between paths and a deadlock

初期マーキング $M_i = (\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c})$ から目標 M への到達手順を求める。FIMS 木をルート (M) から下段のマーキングへ順に辿り、 M_i を被覆するマーキングを探す。Fig. 3(a) では、第 4 レベルのマーキング $M_4 = (\bar{a})$ が M_i を被覆する。 M_4 の一つ上の (第 3 レベルの) マーキング $M_3 = (\bar{a} \cdot \bar{c})$ には、 M_i に属すプレースのコンプリメントのプレースがただか 1 個存在する (プレース c)。これは、 M_3 に属すプレース c の置換により M_4 が得られたことを意味し、 M_4 が成立しているならば、プレース $\bar{c}$ のトークンは c へ移動 (トランジションが発火) できる。この移動により $M'_i = (\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c})$ を得る (Fig. 3(b) 参照)。第 k レベルのマーキングからただか 1 回の発火により、第 $k-1$ レベルのマーキングに到達可能である。したがって、この手順をルートまで繰返すことにより、Fig. 3(b) のように目標マーキングへの到達系列 (トランジションの発火系列に対応する) が求まる。Fig. 3(a) の FIMS 木の最終レベルは “1” であり、任意のマーキングを被覆する。したがって、任意の初期マーキングから目標 $M_i = (a \cdot b)$ は到達可能である。もし FIMS 木中に M_i を被覆するマーキングがなければ、 M_i からは目標 M へ到達できない。

FIMS 木の各レベルのマーキングから、目標マーキングは到達可能であることから、つぎの性質は明らかである。

〔性質 4〕 目標マーキング M に到達可能な初期マーキングの集合は、FIMS 木中のすべてのノード (マーキング) の論理和結合により論理式で表現できる。

CPN のマーキング数は有限であることから、FIMS 木は有限レベルで終端するが、性質 4 よりつぎのバックトラックのためにルールを付加することができ、これにより、無駄なノード作成を省略できる。

(バックトラックルール) FIMS 木中のマーキング M_k が別のマーキング M_j に被覆されるならば、 M_k 中の置換を適用していないプレースに置換を適用する必要はない (M_k にバックトラックする必要はない)。

(3) FIMS 木の構造と到達可能性

CPN にトラップもデッドロックも存在しなければ、任意の目標マーキングに対する FIMS 木の最終レベルのマーキングは “1” となることから、つぎの定理は明らかである。

《定理 3》 CPN にトラップもデッドロックも存在しなければ、任意の初期マーキングから任意の目標マーキングに到達可能であり、かつこの場合に限る。

(4) OR トランジションをもつ CPN への拡張

OR トランジションをもつ場合には、L 表現におい

$$\begin{aligned} a &\leftarrow b \cdot c, & \bar{a} &\leftarrow 1, \\ b &\leftarrow \bar{a}, & \bar{b} &\leftarrow \bar{a} + \bar{c}, \\ c &\leftarrow 1, & \bar{c} &\leftarrow 1. \end{aligned}$$

(a) L-expressions of the CPN in Fig. 1

(b) A FIMS-tree

Fig. 5 A FIMS-tree for the CPN with OR-transitions

て論理和項を導入すればよい。また、FIMS 木の作成手順においては、置換結果を積和展開し各論理積項に対応してノード (マーキング) を複数個作成することにより同様の手順が適用できる。Fig. 5 に Fig. 1 の CPN の L 表現と FIMS 木の例を示す。

4. 到達可能木と FIMS 木の比較

到達可能性問題に対しては、従来から到達可能木 (Reachability Tree: RT¹⁾) の手法、あるいは接続行列を用いた状態方程式法 (Matrix Equation: ME¹⁾) が用いられている。しかし、ME 法の場合得られる結果は、各トランジションの発火回数のみである。これは、到達可能であるための必要条件であり、十分条件ではない¹⁾。したがって、得られた結果が可能か否かは、別の手法 (たとえば、RT の手法) により判定する必要がある。また、接続行列では許可枝が表現できないという欠陥をもつ¹⁾。

ここでは RT の手法と FIMS 木の比較を行う。ただし、RT は、前方サーチのアルゴリズムであるため、これを後方サーチに変更したとする。FIMS 木は RT と比較してつぎのような特長をもつ。

(1) FIMS 木では、目標マーキング M へ到達可能なすべての初期マーキングが論理式として求まることから、与えられた初期マーキングからの到達可能性の判定が論理演算により容易に行える。

(2) FIMS 木では、初期マーキング M_i から目

標マーキング M への到達するための発火系列がバックトラックなしに得られる。また、 M_i から M に到達可能であれば、 M へ到達するために必要な発火回数は、どんな初期マーキング M_i に対しても木のレベル数以下である。RT では、得られる結果は有限オートマトンとなり、目標への到達手順を得るためには、状態遷移図の探索（ネットワークサーチ）が必要である。

(3) RT にくらべノード数が少ない。これは、L 表現の右辺には入力プレースが含まれないことから、置換結果（FIMS 木中の各ノード）はサブマーキングとなり、必ず複数のマーキングを被覆するからである。

また、RT と FIMS 木作成に要する時間計算量（トランジションの発火可能性判定とノードの被覆判定に要する時間計算量）は同程度である（注 2）。

Fig. 6 に Fig. 3(a) に対応する到達可能木を示す。FIMS 木では、ノード数は 5 個、レベル数は 5 に対し、RT では、ノード数は 21 個、レベル数は 9 である。

このように FIMS 木は、到達可能性判定が容易であり、得られる情報においても RT より優る。

Fig. 6 A reachability tree

(注 2) RT の場合 n 番目のノードを生成するには、発火可能性判定に $O(T)$ (T はトランジション数)、被覆判定に $O(n)$ の時間計算量が必要。FIMS 木では発火可能性判定に $O(T)$ 、被覆判定は論理演算で行えるが、論理積項の数が最悪ケース n となるため、 $O(n)$ の時間計算量が必要。いずれも $O(T) + O(n)$ となる。

5. 応用例

Fig. 7(a) は、発電プラントの一部分（四つの装置から構成される）の起動、停止の操作仕様を CPN で示したものである。これは、“操作”をトランジション、各装置の“状態”をプレース、その操作が可能であるための前提条件を許可枝で表現したものである。

Fig. 7(b) は、この CPN の L 表現である。シーケンス制御系の検証項目として、(1) 正常時動作、(2) 安全性、(3) 異常事態の処理がある。(1) は、シミュレーションなどにより検証は容易である。ここでは、(2) について誤操作による異常状態への到達可能性、(3) については、異常事態から正常な初期状態への復帰可能性を検証する。まず、誤操作により異常状態、

System-running, かつ A-set, かつ B-closed へ到達可能か否かの判定問題を考える。これは、目標マーキング

$$M_{i1} = (S \cdot A \cdot B)$$

として FIMS 木を作成することにより判定できる (Fig. 7(c))。Fig. 7(c) より、 M_{i1} へ到達可能な初期マーキングの集合は、

$$\text{FIMS}(M_{i1}) = (S \cdot A) + (C \cdot A)$$

である。マーキング $(S \cdot A)$ 、 $(C \cdot A)$ は、初期状態として許されないことから、いかなる操作によっても M_{i1} へは到達することはない。

Fig. 7(d) は、異常状態から正しい初期状態 M_i 、

$$\begin{aligned} M_i &= (C\text{-closed}, D\text{-closed}, \text{System-stopped}) \\ &= (\neg C \cdot \neg D \cdot S) \end{aligned}$$

への復帰可能性の検証を行ったものである。その結果、FIMS 木は最終レベルで“1”となり、システムのいかなる状態からでも、適当な操作 (3.2 節 (2) の手法により求めることができる) により正しい初期状態に遷移させることが可能である。

6. おわりに

ペトリネットのサブクラスである CPN の構造的特徴とトラップ、デッドロックの性質、および到達可能性判定のための手法である FIMS 木について述べた。この手法は、

(1) 目標に到達可能なすべての初期マーキングが論理式で得られ、到達可能性の判定が容易に行える。

(2) 目標へ到達可能な初期マーキングから目標へ到達するための発火系列がバックトラックなしに求まる。

(3) アルゴリズムが簡潔であり、プログラム化が容易である。

A: A-released, $\sim A$: A-set
 B: B-opened, $\sim B$: B-closed
 C: C-opened, $\sim C$: C-closed
 D: D-opened, $\sim D$: D-closed
 S: system running, $\sim S$: system-stopped

(a) A CPN

$A \leftarrow I,$ $\sim A \leftarrow \sim S \cdot \sim C,$
 $B \leftarrow A \cdot \sim S,$ $\sim B \leftarrow \sim C,$
 $C \leftarrow A \cdot B \cdot \sim D,$ $\sim C \leftarrow \sim D,$
 $D \leftarrow C,$ $\sim D \leftarrow I,$
 $S \leftarrow C \cdot D,$ $\sim S \leftarrow \sim C.$

(b) L-expressions

Fig. 7 An application of CPNs and FIMS-trees

(A: Brake, B: Bypass-valve, C: Main-valve, D: Guide-vane, S: System-status)

(c) A FIMS-tree for marking $M_{t1} = (S \cdot \sim A \cdot \sim B)$
 $(FIMS(M_{t1}) = S \cdot \sim A + C \cdot \sim A)$

(d) A FIMS-tree for marking $M_i = (\sim C \cdot \sim D \cdot \sim S)$
 $(FIMS(M_i) = 1)$

などの特長をもつ。また、ある CPN において、任意の初期マーキングから任意の目標マーキングに到達可能であるための必要十分条件を示した。さらに、CPN および FIMS 木を簡単なシーケンス制御システムの解析に適用し、その有効性を示した。

参 考 文 献

- 1) J. L. Peterson: Petri Net Theory and the Modeling of Systems, Prentice-hall (1981)
- 2) S. Kumagai, S. Kodama and M. Kitagawa: Submarking Reachability of Marked Graph, IEEE trans. Circuits and Systems, **CAS-31-2**, 159/164 (1984)
- 3) 市川, 横山, 黒木: 事象駆動型システムの解析—無競合ペトリネットの可達性と制御—, 計測自動制御学会論文集, **21-4**, 324/330 (1985)
- 4) 角, 児玉, 松本, 武田: 電力系統における開閉シーケンスのペトリネットによる解析, システムと制御, **26-3**, 605/612 (1982)
- 5) 森, 荒木, 谷口, 都倉, 嵩: タイムペトリネットに関する判定問題—通信制御手順の検証への一考察—, 信学論(D), **J 60-D-10**, 822/829 (1977)
- 6) 松浦, 杉山, 谷口, 嵩: セーフペトリネットに関する等価性ならびに簡単な判定問題の計算複雑さ, 信学論(D), **J 63-D-6**, 501/508 (1980)
- 7) 長谷川, 高橋: 非連続生産システムの機能モジュールの MFG (マーク流れ線図) による表現, 第 11 回システムシンポジウム予稿集, 273/278 (1985)
- 8) 関口, 島村, 須見, 加藤: パソコン応用シーケンスソフトウェアの開発, 電気学会システム・制御研究会資料, SC-83-8, 71/79 (1983)
- 9) Y. Nakamura, S. Abe and S. Takeda: Design and Verification of Sequence Control System with Timed Petri Net, Proc. of 3rd IFAC Symp. on CADCE, 281/286 (1985)
- 10) P. Azema, R. Valette and M. Diaz: Petri Nets as a Common Tool for Design Verification and Hardware Simulation, Proc. 13th DA Conf., 109/116 (1976)
- 11) 中村, 阿部, 武田: シーケンス制御系の設計修正に伴う機能変化の検証, 計測自動制御学会論文集, **21-10**, 30/36 (1985)
- 12) 武田, 中村: あるクラスの制御対象の reachability について, 第 28 回自動制御連合講演会前刷, 1045, 89/90 (1985)
- 13) 小野寺: グラフ理論の基礎, 38/55, 森北出版 (1986)