色付きペトリネットとそれによる論理回路・ シーケンス制御系の記述[†]

林 慶星*・市川 惇信*

Colored Petri Net and Modeling of Logical Circuits and Sequential Control Systems

Qingxing LIN* and Atsunobu ICHIKAWA*

To introduce colors in Petri nets is believed to be an effective mean to reduce the size of Petri nets when the same type of devices are involved in a system. The notion of colored Petri net (CPN) can be defined in various ways depending upon how the color matchings are specified in the firing conditions. The concepts of the structural color matching and the firing color matching are introduced in this paper in order to define a new type of CPN suitable for representing the system consists of devices which can handle multiple processings. The sequential control system (SCS) is represented by the CPN from its logical element level to the system function level in a single type of model. Equivalence of description power of the CPN and PN is proved, the way of representing SCS by the CPN is described and the properties of the CPN when it represents SCS are discussed.

Key Words: colored Petri net, representation capability, sequence control

1. はじめに

離散的な事象がある条件にしたがって並列・非同期で互いに干渉しあいながら進行する事象駆動型の離散事象システムは、シーケンス制御系、加工組立プロセス、通信システムなど、きわめて普遍的な存在である。このような離散事象システムを解析・設計・運用

するために有効なモデルとしてペトリネットが注目を浴び、幅広く研究が進められつつある^{1)~3)}。最近では、時間ペトリネット、色付きペトリネットなどのように、表現すべき対象がもつ性質に応じて適切な修飾が施されたペトリネットの検討が行われている。

Jensen により提案された色付きペトリネット^{4),5)} (以後、彼の呼び方にしたがって HL ネットという) は、実行すべきプロセスの中に同一の処理シーケンスに属するものが多数存在するような離散事象システムについて、モデルが見かけ上簡潔になるという特徴をもっている。この意味で、通信システムのモデル化などに適している。しかしながら、プレースとトランジションにトークンの色を関数として割り当てる HL ネットでは、一つのシステムが多様なプロセスを実行するような離散事象システム、たとえば FMS などを表現する上で大きな不便がある。本研究においては、このようなシステムの記述に適した色付きペトリネット (CPN) を提案する。主要な点は、構造色対応と発火色対応の導入にある。

構造色対応は、システムを構成する要素 (トランジション) が取り扱うことができる対象の種類 (色) を記述する。発火色対応は、要素が処理を実行する (トランジションが発火する) ときに成立していなければならない対象の種類 (色の組合せ) を記述する。簡単な例を示す。組立工程のあるスタンドが部品 1 に部品 2 を組み付けて製品 3 を組み立てているものとする。部品 1、部品 2 ともに α 型と β 型があり、 α 型の部品 1 に β 型の部品 2 を組み付けられたものを α 型の製品といい、逆にすれば、 β 型の製品という。同じ型の部品を組み付けることは許されないものとする。このスタンドを色付きペトリネットで表現すれば、Fig. 1 となる。HL ネットで表現すれば、

[†] 第 15 回制御理論・第 12 回システム合同シンポジウムで発表 (昭 61・5)

* 東京工業大学大学院総合理工学研究科 横浜市緑区長津田町 4259

* Graduate School at Nagatsuta, Tokyo Institute of Technology, Yokohama
(Received October 17, 1986)
(Revised March 23, 1987)

Fig. 1 Illustrative example of a CPN

p_1, p_2, p_3, t に対応する部品の型は α と β であるので、色対応関数は $C(p_1)=C(p_2)=C(p_3)=C(t)=\{\alpha, \beta\}$ となる。しかし、このすべての場合にトランジション t が発火できるわけではない。 $p_1(p_2)$ の、どの色のトークンが発火に使われるかは、 $p_2(p_1)$ のトークンの色に依存する。また、発火によって、 p_3 にどの色のトークンが投入されるかは p_1 と p_2 のトークンの組合せに依存する。この例では、発火の際の色対応の組合せが $\{\alpha, \beta\} \rightarrow \{\alpha\}$, $\{\beta, \alpha\} \rightarrow \{\beta\}$ の二つ存在する。このように発火に際して色の対応が問題となる場合には、プレースとトランジションに構造的に色を対応させるよりも、構造的にはアークに色を導入し、アークの色とトークンの色を対応させ、また、発火において必要となるトークンとアークの色対応の組合せは発火色対応として別に記述したほうが表現が明確となる。この例においては、たとえば、入力アーク 1 に W 色、入力アーク 2 に B 色、出力アーク 3 に W 色を導入して、アークとトークンとの構造色対応と発火色対応を $\{\alpha, \beta\} \times \{W, B\}$ の行列で表現すれば、

$$\text{構造色対応} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{発火色対応} = \{\text{組合せ 1 (入, 出)}, \text{組合せ 2 (入, 出)}\}$$

$$= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

となる。一般に、構造色対応はアークの能力を表わすことから唯一となり、発火色対応は可能な発火の色の組合せを表わすことから複数となる。

本論文においては、このような構造色対応と発火色対応を導入した色付きペトリネットを定義し、その性質を検討する。ついで、シーケンス制御系をこの色付きペトリネットで記述したときのいくつかの性質を検討する。

2. 色付きペトリネットの定義

色付きペトリネットは、ペトリネットの構成要素であるアーク、トークンへ色の割当、その色の割当のも

とでのトランジションの発火規則を規定すれば定義される。本論文における色付きペトリネットを以下のように定義する。

2.1 色付きペトリネットの構造

〔色付きペトリネット〕 色付きペトリネットはつぎの 8 項組である。

$$\text{CPN} = \langle P, T, B^+, B^-, A, U, C, F, M \rangle$$

ここで、各項はつぎのように定義される。

1) $P = \{p_i | i \in I\}$: プレースの集合

2) $T = \{t_j | j \in J\}$: トランジションの集合

3) $A = \{a_k | k \in K\}$: アークの色の集合

$$U = \{u_q | q \in Q\}: \text{トークンの色の集合}$$

以上において、 I, J, K, Q は、それぞれプレース、トランジション、アーク、トークンの添字集合である。

4) $B^+, B^-: P \times A \times T \rightarrow Z^+$: 接続行列 (Z^+ : 非負整数集合)

すべての $j \in J, i \in I, k \in K$ について

$$B^+ = [B_j^+], B_j^+ = [b_{ijk}^+]: \text{出力アーク接続行列}$$

$$B^- = [B_j^-], B_j^- = [b_{ijk}^-]: \text{入力アーク接続行列}$$

である。ここで、 b_{ijk}^+ はトランジション t_j からプレース p_i への a_k 色の出力アークの本数を、 b_{ijk}^- はプレース p_i からトランジション t_j へ a_k 色の入力アークの本数を、それぞれ表わす。

5) $C \subset T \times A \times U$: 構造色対応

トランジション、アークの色およびトークンの色の組のうち意味をもつ組 (t_j, a_k, u_q) の集合である。ここで、意味をもつとは、 a_k 色のアークがトランジション t_j の入力アークである場合には u_q 色のトークンが発火条件を満たす上で数えられることを、出力アークである場合には a_k 色のアークが u_q 色のトークンを出力できることを意味する。

混同することなく、 $C = [c_{ijk}]$ として行列で表現する。ここで、行列の要素 c_{ijk} は (t_j, a_k, u_q) が C に属するときに 1 を、属しないときに 0 の値をとる。

6) F : 発火色対応

トランジションの発火にあたって許されるアークの色とトークンの色の組合せを表現するために、発火色対応には入力色対応と出力色対応とが必要になる。

〔入力色対応〕 あるトランジションにおいて、入力アークとトークンの色の対について許される組合せを、そのトランジションの入力色対応という。◇

あるトランジションの入力色対応は $A \times U$ の部分集合である。Fig. 1 の例にみられるように、トランジションの入力色対応は唯一ではない。このことから、トランジション t_j の入力色対応の集合 G_j を、 $\|G_j =$

$\{G_j^{(r)}\}$, $G_j^{(r)} \subset U \times A$ と表わす。ここで、 r は入力色対応に付けた番号である。混同のおそれなく、行列を用いて、 $G_j^{(r)} = [g_{jkq}^{(r)}]$ を表わし、行列の要素 $g_{jkq}^{(r)}$ は (a_k, u_q) が $G_j^{(r)}$ に属するときに 1、属さないときに 0 の値をとるものとする。

トランジションが発火したときに生成されるトークンについても、出力アークとトークンの色の対の組合せのうち、許されるものを規定することが必要となる。

〔出力色対応〕 あるトランジションが発火したときに、出力アークと出力されるトークンの色の対について許される組合せを出力色対応という。◇

入力色対応にならって、出力色対応の集合を、 $H_j = \{H_j^{(r')}\}$, $H_j^{(r')} \subset U \times A$ とし、行列を用いて $H_j^{(r')} = [h_{jkq}^{(r')}]$ と表わす。ここで、 r' は出力色対応の番号である。

発火色対応の集合は入力色対応の集合と出力色対応の集合の直積集合の部分集合 $F_j \subset G_j \times H_j$ である。その部分集合に属する元は入力色対応と出力色対応との許される対である。

Fig. 1 の例について、構造色対応と発火色対応を行列で表現すれば、つぎようになる。

$$C = \{c_{jkg}\} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$G = \{G^{(1)}, G^{(2)}\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$H = \{H^{(1')}, H^{(2')}\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$F = \{F^{(1')}, F^{(2')}\}$$

$$= \{(G^{(1)}, H^{(1')}), (G^{(2)}, H^{(2')})\}$$

$$= \left\{ \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right), \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \right\}$$

7) $M = \{m\}$: マーキングの集合

マーキングを $m = [m_{iq}]$ とする。ここで、 m_{iq} はプレース p_i における u_q 色のトークンの数を表わす。

2.2 トランジションの発火とマーキングの推移

色付きペトリネットにおけるトランジションの発火条件は、入力色対応を用いて、つぎのように定義される。

〔発火条件〕 マーキング m をもつ色付きペトリネットにおいて、トランジション t_j は、そのトランジションのすべての入力プレース p_i について

$$m_{iq} \cdot g_{jkq}^{(r)} \geq b_{ikj}$$

を満たす入力色対応 $G_j^{(r)} = [g_{jkq}^{(r)}]$ が G_j に存在するとき、かつそのときに限って発火可能である。◇

このときマーキングはつぎのように推移する。

〔マーキングの推移〕 色付きペトリネットにおいてトランジション t_j が、ある入力色対応および出力色対応のもとで発火したときには、つぎのようにマーキングが推移する。

(1) それぞれの入力アークについて、入力色対応にしたがう色のトークンが、入力アークの本数に等しい個数だけ入力プレースから取り去られる。

(2) それぞれの出力アークについて、出力色対応にしたがう色のトークンが、出力アークの本数に等しい個数だけ出力プレースに投入される。

入力色対応 $G_j^{(r)} = [g_{jkq}^{(r)}]$, 出力色対応 $H_j^{(r')} = [h_{jkq}^{(r')}]$ のもとで、トランジション t_j が発火するとき、プレース p_i におけるトークンの個数 m_{iq} は、つぎのように変化する。

$$m'_{iq} = m_{iq} - b_{ikj} \cdot g_{jkq}^{(r)} + b_{ikj} \cdot h_{jkq}^{(r')}$$

この式を行列で表現すれば、トランジション t_j の発火により、マーキング m は m' に推移する。

$$m' = m + B_j^+ \cdot H_j^{(r')} - B_j^- \cdot G_j^{(r)}$$

3. 色付きペトリネットの諸性質

3.1 表現能力

あるモデルによって表現できる対象のクラスの大きさを、そのモデルの表現能力という。

ペトリネットに色を導入することによって、表現能力が増加することはない。すなわち、つぎの定理が得られる。

《定理》 色付きペトリネットとペトリネットの表現能力は等価である。◇

《証明》 色付きペトリネットとペトリネットは、互いに他を表現できることを示す。

ペトリネットは 1 色の色付きペトリネットであるから、任意のペトリネットを色付きペトリネットで表現できることは自明である。任意の色付きペトリネットを表現するペトリネットが存在することを示す。

いま、ある色付きペトリネット

$$CPN = \langle P, T, B^+, B^-, A, U, C, F, M \rangle$$

が与えられたとする。これからつぎの手順にしたがってペトリネットを構成する。

1) 色付きペトリネットの一つのプレースに対応して、トークンの色の数だけの異なるプレースをおく。すなわち、 $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ に対して $P' = \{p_{11}, \dots, p_{1s}, p_{21}, \dots, p_{2s}, \dots, p_{n1}, \dots, p_{ns}\}$, $(s = |U|)$ とする。このとき、ペトリネットのプレース p_{iq} におけるトークンの数は色付きペトリネットのプレース p_i における u_q 色のトークンの数を表わすものとする。

Fig. 2 An equivalent PN of the CPN of Fig. 1

2) 色付きペトリネットの一つのトランジションに対し発火色対応の数だけペトリネットのトランジションをつぎのように生成する.

- (1) 色付きペトリネットのトランジション t_j に対し一つの発火色対応 $F_j^{(r)}$ を選び, それに対応するペトリネットのトランジションを t_{jr} とする.
- (2) t_{jr} の入力色対応にしたがって, p_{iq} から t_{jr} への入力アークを引く. 同様に出力対応にしたがって, t_{jr} から p_{iq} への出力アークをひく.
- (3) (2)をすべての $F_j^{(r)}$ について繰り返す.
- (4) (1), (3)をすべてのトランジションについて繰り返す.

以上により得られたペトリネットは, その生成の手続きから明らかなように, その挙動が色付きペトリネットの挙動と完全に一致する. すなわち, 色付きペトリネットと等価である. ◇

証明の過程で得られた色付きペトリネットと等価なペトリネットは, 色付きペトリネットの性質を調べる上で有用である. Fig. 1 の色付きペトリネットを変換して得られる通常のペトリネットの上に, (1') の場合に対応するマーキングを与えたものを例 Fig. 2 に示す. ここで p_{11} は Fig. 1 の p_1 に u_1 色のトークン, p_{12} は u_2 色, p_{21} は p_2 に u_1 色, p_{22} は u_2 色のトークンが入る場合にそれぞれ対応している. また, トランジション t_1 は組合せ 1 の発火, t_2 は組合せ 2 の発火をそれぞれ表わしている.

以上により, 色付きペトリネットの表現能力は, ペトリネットと等価であるが, 同じ対象を表現するときの構造がペトリネットに比して著しく簡単になる場合がある. これが, 色付きペトリネットの最大の特徴であり, また最小機能要素からシステムレベルまで一貫して表現しようとするときに有効な手段となるものである.

3.2 その他の性質

色付きペトリネットについても, ペトリネットと同様に, 可達性, 活性, 有界性, 保存性, 競合など各種の性質を定義し解析することができる. これらの性質に関する問題の可解性は, 色付きペトリネットに対して等価なペトリネットが存在することから明らかなよ

うに, ペトリネットにおける問題の可解性に等しい. また, 等価なペトリネットの上で適切な解法を援用することにより, 色付きペトリネットのうえでのこれらの問題を解くことができる.

色付きペトリネットにおいては, 問題を定義するとき, 色について区別するかしないかによって, 問題が多様となる. たとえば, 可達問題において, 到達すべきマーキングをトークンの色ごとに規定するか, それとも色を区別しないでトークンの総数だけで規定するかはこの例である. 後者の問題は等価なペトリネットのうえでは, 複数のプレースにおけるトークンの和について規定することに対応し, これまで解析されたことのない可達問題を形成する. この意味で, 色付きペトリネットのうえの問題をペトリネットのうえの問題に変換して解くことは, 新しい興味ある一群の問題を取り扱うこととなる. これについては, 紙数の都合から続報に譲る.

注意すべき性質に競合がある. 色付きペトリネットにおいては 2 種類の競合が発生する. 一つは, 通常のペトリネットにみられるようなトークンを取り合う競合である. 他は, あるマーキングのもとで二つ以上の発火色対応による発火が可能となきに, そのいずれにしたがって発火するかの競合である. 前者をトークンの競合, 後者を発火色対応の競合と呼ぶこととする. 発火色対応の競合は, ペトリネットには存在せず, 色付きペトリネットにのみ存在するもので, その発生を解析することは興味ある問題である. 色付きペトリネットに発火色対応の競合が存在するとき, それは, 等価なペトリネットにおいては, t_j は分割されてできた $t_{jx}, t_{jy}, \dots$ の間のトークンの競合として表現される.

色付きペトリネットにおいて, 無競合とはトークンの競合と発火色対応の競合の両方がないことを意味するものとする.

4. 論理回路・シーケンス制御系のモデル化

シーケンス制御系は制御方式として順序制御, 時限制御, 条件制御に分けられる. 時限制御は時間のパラメータを含むので, 時間を導入する拡張したペトリネットモデルが考えられる. これはこの論文では議論しない. 順序制御は, 前の動作が終了しなければつぎの動作が行えないので, 条件制御の一種ともいえる.

シーケンス制御系の構造は素子と素子の接続関係であり, 状態は素子の ON と OFF 状態の組である. シーケンス制御系は論理回路であるので, その論理素子は AND, OR, NOT と考えることができる.

このようなシーケンス制御系はつぎに定義される 2

色ペトリネットにより簡潔に表現できる.

$$CPN = \langle P, T, B^+, B^-, A, U, C, F, M \rangle$$

$$P = \{p_i | i \in I\}, \quad T = \{t_j | j \in J\}$$

$$A = \{a_1, a_2\}, \quad U = \{u_1, u_2\}$$

すべての $j \in J, k \in K, q \in Q, r$ に対して,

$$C_j = [c_{jkq}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F = \{(G_j, H_j) | j \in J\}$$

$$= \left\{ \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \middle| j \in J \right\}$$

ここでの G_j, H_j は, それぞれ, 異なる色のアークには異なる色のトークンが対応すること, および, 出力アークはそれと同じ色の入力アークに対応する色のトークンを出力することを意味している. また, $H_j = G_j$ の要請から明らかなように, 一つのトランジションにおいて出力アークと同じ色の入力アークは必ず存在するものとする.

4.1 スイッチの投入と機器の動作⁶⁾

シーケンス制御系を 2 色ペトリネットでは表現するには, Table 1 に示すように, シーケンス制御系の基本素子あるいは素子の接点をプレースで, その OFF と ON の状態をトークンの色で表わす. すなわち, 素子は OFF の状態であるとき, その素子を表わすプレースに u_1 色のトークン $\circ$ で, ON の状態を u_2 色のトークン $\bullet$ で表現する. そのため, プレースにおけるトークンの数は一つに限定される.

シーケンス制御系はある条件に従って, 互いに干渉しあいながら動作するので, モデルでは, その条件と接続関係をプレースの色付きトークンおよび色付きアークとトランジションの接続によって実現する.

外部からの入力, すなわち, スイッチに操作力を加えることは, 入力プレースのトークンを取り除き, 新しいトークンを配置することによって行う. 入力が増えられたのち, 発火条件を満足するトランジションが

逐次発火し, すべてのトランジションが発火できなくなるまで発火が続けられるものとする. すべてのトランジションが発火不能である状態を静止状態という.

スイッチの投入による機器の作動という, シーケンス制御系における最も基本的な動作は Fig. 3 に示すように 2 色ペトリネットによりモデル化される.

ここで p_s, p_L はそれぞれスイッチ S と機器 L を表わし, プレースにおけるトークン $\circ$ は OFF, トークン $\bullet$ は ON の状態を表わす. スイッチ S を ON にすることは, プレース p_s のトークン $\circ$ をトークン $\bullet$ に置き換えることを意味する. そのとき発火条件が満足されるトランジション t_2 が発火して, 2 色ペトリネットの状態は ① から ② に推移する. この状態で, p_s のトークン $\bullet$ をトークン $\circ$ に置き換えれば, t_1 の発火により, 2 色ペトリネットの状態は ② から ① に戻る. このように, トークンの色による状態の表現で, モデルが簡単になるのは色付きペトリネットの特徴である.

シーケンス制御系を表わす 2 色ペトリネットにおいて, 記述の便宜のため, アークを Fig. 4 のように略記するものとする.

シーケンス制御系を表わす 2 色ペトリネットモデルは各素子の状態をトークンの個数ではなく, トークンの色で表わすので, プレースにおけるトークンの数はいつも 1 である. したがって, 一つのトランジションは, 制御条件になるプレースとそれぞれ 1 本入力および出力アークで接続されており, 制御条件に入らないプレースとは接続されていない. 制御条件が満足されると, トランジションが発火し, つぎの素子のプレースのトークンを置き換え, 条件制御を実現する. また, 各素子に対して, トランジションは入力プレースに接続する入力アークと出力アークの色は同じで, 出力プレースに接続する入力アークと出力アークの色は異なるものとする. これにより, 素子は, いつも入力プレ

Table 1 CPN model of the basic elements of sequential control system

Name	Notation	CPN model
Electric element	coil, motor, etc.	operation, ON place
		token $u_2: \bullet$
Restorable contact relay contact b contact a contact		unoperation, OFF place
		token $u_1: \circ$

Fig. 3 CPN model of a sequential circuit

Fig. 4 Abridged notation of arcs of CPN

(a)

(b)

Fig. 5 An example of modeling by CPN

(a) A sequential control system. PBS, push button switch; THR, thermal relay; MC', self hold circuit; RL, running lamp; OL, fault lamp; BZ, warning buzzer; MC, electromagnetic type relay; M, motor. (b) CPN model of the sequential control system

Fig. 6 CPN model of basic logical circuits

ースのトークンを変えないまま出力プレースのトークンを置き換えることとなる。具体的な例を **Fig. 5** (a), (b) に示す。

4.2 論理回路の表現

上記の表現方法により論理回路も 2 色ペトリネット でモデル化できる。 **Fig. 6** に論理素子 AND, OR, NOT の 2 色ペトリネットモデルを示す。

論理素子を接続して論理回路を構成する場合に、その基本的な接続方式は 2 通りある。それを 2 色ペトリネットモデルの接続として表現する方法をつぎに示す。

$$S = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Fig. 7 CPN model of an AND-OR logical circuit

1) ある素子の出力がただ一つの素子の入力に接続する場合には、出力のプレースと入力プレースを共通のプレースとして接続する。 **Fig. 7** の p_3, p_4 にその接続の例を示す。

2) ある素子の出力が二つ以上の素子の入力に接続する場合には、出力プレースと入力プレースの間にトランジションを挿入する。 **Fig. 7** の p_A, p_1, p_2, t_1, t_2 にそのような接続の例を示す。

4.3 他のモデルとの比較

まず、通常ペトリネットによる表現と比較する。ペトリネット で論理回路をモデル化しようとするときには、素子を表わすプレースのトークンの数が 1 か 0 によって ON と OFF の状態を表現することとなる。しかし、素子 e_1 の OFF 状態で素子 e_2 を制御しようとするとき、プレース p_{e_1} のゼロトークンによる e_2 の制御が必要となり、ゼロテストが必要になる。このように定義した論理回路のペトリネットは有界であるので、ゼロテストは可能であるが、それはモデルの表現を著しく複雑にする。

これまで、シーケンス制御系のペトリネットモデル かいくつかが提出されている。ここで、本論文で提案した論理回路を表わす 2 色ペトリネットを文献 3) に提案されたペトリネットモデルと比べるならば、(1) トークンとアークに色を付けることにより、トランジション、プレース、アークの数が少なくなり、モデルが簡単になり、その結果の表現がわかりやすくなる、(2) すべての素子がトランジション、プレース、アークで表現できるので、展開接続図などへの復元が容易である、などの特徴がある。

また、2 色ペトリネットモデルでは、各素子の状態が制御系の状態変化のどの段階にあるかがトークンの色からただちにわかる。これは展開接続図にもない特徴である。

5. シーケンス制御系を表わす 2 色ペトリネットモデルの性質

シーケンス制御系を表わす 2 色ペトリネットは、それがもつ特殊な構造に基づいて、いくつかの性質を

もつ。

《性質1》シーケンス制御系を表わす2色ペトリネットは色を区別しないとき強保存的(注1)である。◇

(証明) 2色ペトリネットは、4.1節に述べたように、すべてのプレース $p_i \in P$ とすべてのトランジション $t_j \in T$ の間には両方向にアークがあるか、アークが存在しないのいずれかである。二つの色を区別しないとき、トークンの総数について、強保存的である。◇

《性質2》シーケンス制御系を表わす2色ペトリネットは、静止状態になったのちに入る入力に対して、挙動的に無競合である。◇

(証明) まず、論理素子モデルについて証明する。Fig. 7のAND素子モデルは、入力 A, B に対して、 $A=0$ と $B=0$ の場合以外は挙動的に無競合であるのは明らかである。 $A=0$ と $B=0$ の場合に、プレース S におけるトークン u_2 はトランジション t_1 と t_3 のどちらが発火しても同じ状態が得られるので、挙動的に無競合といえる。また、OR素子についても、同様に証明できる。NOT素子について、素子の入力プレースに接続する異なる色の入力アークが一つずつあり、また、モデルの発火色対応により、二つのトランジションが同時に発火可能とならないので、挙動的に無競合であることが明らかである。

つぎに、論理素子の接続により構成される論理回路のモデルについて考える。前に述べた二つの接続方法について証明する。

1) 素子 e_0 の出力が素子 e_1 の入力に接続される場合：静止状態になった後に入る入力によって、 e_0 の出力プレースのトークンの色が変わったとする。この出力プレースは e_1 の入力プレースと共通になっているので、共通プレースのトークンを置き換える前は、 e_1 は静止状態で、すべてのトランジションが発火できない。したがって、共通プレースのトークンを置き換えるとき、競合は起こりえない。

2) 素子 e_0 の出力が素子 $e_1, e_2, \dots, e_h$ の入力に接続される場合： e_0 の出力プレースと二つのトランジションによって接続する $e_1, e_2, \dots, e_h$ の入力プレースを部分ネットとする。 e_0 の出力プレースのトークンを置き換える前は、部分ネットは静止状態で、二つのトランジションが発火条件を満足しない。したがって、 e_0 の出力プレースのトークンを置き換えたとき、競合は起こりえない。◇

《性質3》シーケンス制御系を表わす2色ペトリネットは、入力プレース以外の内部のプレースにおける初期マーキングにかかわらず、入力プレースの初期マーキングに従う論理関係を表わすマーキングに推移する。ただし、初期マーキングに論理的矛盾はないものとする。◇

(証明) まず、論理素子モデルについて証明する。論理素子に対して、トランジションは入力プレースに接続する入力と出力アークの色が同じであり、出力プレースに接続する入力と出力アークの色が異なるので、トランジションの発火によって、入力プレースのトークンの色は変わらず、出力プレースのトークンの色だけが変わる。したがって、出力プレースにおけるトークンの色にかかわらず、入力プレースの初期マーキングに従う論理関係のマーキングに推移する。

つぎに、論理素子で構成する論理回路について証明する。素子 e_0 の出力プレースが素子 $e_1, \dots, e_h$ の入力プレースに接続されているとき、論理的に矛盾のない初期マーキングにおいては $e_1, \dots, e_h$ の入力プレースには同じ色のトークンが与えられている。それらのトークンの色は e_0 のトランジションの発火により、 e_0 の出力プレースのトークンの色と同じ色となる。したがって、上に述べたように e_0 のマーキングが、その入力に対する論理関係に従う推移が終わったとき、 $e_1, \dots, e_h$ の入力プレースのマーキングの色は e_0 の入力に対する論理関係にしたがったものとなる。つぎに $e_1, \dots, e_h$ はその入力に対応する論理関係にしたがうマーキングの推移をもつ。以下、これが繰返されて論理関係を満足する静止状態までに達する。◇

《性質4》シーケンス制御系を表わす2色ペトリネットが静止状態にあるものとする。このとき、入力プレースにおける任意の初期マーキングから静止状態に到達するような発火系列 T_f は、その長さが $|T_f| \leq |T|/2$ である。◇

(証明) トランジションは、性質3の証明に述べたように、出力プレースのトークンの色は入力プレースのトークンの色と異なる場合にかぎり、1回しか発火できない。一方、Fig. 6の基本論理素子において、出力プレースの状態を $\text{OFF} \rightarrow \text{ON} \rightarrow \text{OFF}$ の順に変えるために、少なくとも二つのトランジションの発火が必要であるので、基本論理素子で構成したシーケンス制御系のモデルは静止状態に到達するまで、トランジションの発火系列は $|T|/2$ より短い。◇

よって、シーケンス制御系を表わす2色ペトリネットはレベル4で活性ではない。

(注1) 色付きペトリネットにおける強保存性は一般ペトリネットと同じく、「状態推移にかかわらず、トークンの総和が変わらないこと」と定義している。

6. おわりに

本論文では構造色対応および発火色対応という概念をもつ色付きペトリネットを定義し、それとペトリネットとの等価性を示したうえで、論理回路・シーケンス制御系を色付きペトリネットでモデル化した。そしてそのモデルについて、その保存性と挙動的に無競合性を証明し、モデルに特有な性質を調べた。今後は、色付きペトリネットの解析および提案されたシーケンス制御系モデルの計算機設計、モデルの構造について、研究を進める。

本研究の一部は文部省科学研究費課題番号59460121によったものであることを付記する。

参考文献

- 1) J. L. Peterson: Petri Net Theory and the Modeling of System, Prentice-Hall, New Jersey (1981)
- 2) 長谷川健介：シーケンス制御における最近の傾向とその展望，システムと制御，**23**-6，300/307 (1979)
- 3) 辻，熊谷，児玉，黄：シーケンス制御系のペトリネットによるモデルと動作検証，電子通信学会論文誌，**J69-A**-7，840/849 (1986)
- 4) K. Jensen: Coloured Petri Nets and the Invariant-Method, Theoret. Comput. Sci., **14**, 317/336 (1981)
- 5) K. Jensen: An Introduction to High-level Petri Nets, Proceedings of ISCAS 85, **2**-3, 723/726 (1985)
- 6) 日本電設工業協会：シーケンス制御の基本と応用，改訂新版，オーム社 (1984)