ロボットマニピュレータの障害物回避動作に対する 多目的計画法からの接近

馬場 則夫*・三宅 隆浩*・引田 仁*

A Multiobjective Programming Approach for a Collision Free Movement of a Robot Manipulator

Norio BABA*, Takahiro MIYAKE* and Hitoshi HIKETA*

Collision avoidance problem of a robot manipulator has been studied quite extensively by many researchers. In this paper, a new approach for this problem is proposed:

"Some of the collision avoidance problem can be formulated as a multiobjective programming problem which has the following two kinds of the objective functions (A) & (B)."

(A) The objective function which forces the end effector of the manipulator trace the ideal path.

(B) The objective function which keeps each link of the manipulator at a distance from obstacles in the workspace in order to avoid collisions.

The satisficing trade-off method is utilized in order to solve the multiobjective problem with the two kinds of objective functions (A) & (B). Several computer simulation results confirm our new approach.

Key Word: robot manipulator, collision avoidance, interactive multiobjective programming method

1. はじめに

ロボットマニピュレータの障害物回避問題は、いままでいろいろな角度から精力的に研究されてきた。

Udupa¹⁾ は 2 リンクをもつマニピュレータの障害物回避計画を提案した。Lozano-Pérez^{2),3)} は Vgraph-algorithm と称せられる最短経路を見いだす方法と

えた。Brooks^{4),5)} は, Freeway と呼ばれる錐形の通行可能な通路を求める方法を提案した。また, 尾崎ら⁶⁾ は, マニピュレータの各リンクおよび障害物が直方体またはその組合せで表現できると仮定した場合の実用的な接触検出法を示した。以上述べた研究のほかにも, マニピュレータのもつ冗長な自由度を障害物回避に利用する方法⁹⁾⁻¹¹⁾ やポテンシャルを用いる方法^{12),13)} など, 興味深い研究が種々提案されている。しかしながら, 上述の方法にもそれぞれ問題点があり(注 1), 障害物回避に関する研究は, 現在のところ, 手さぐりの状態(または, 発展段階)にあるといえる。

本論文では, マニピュレータの障害物回避問題に対して(数理計画法の重要な一分野である)多目的計画法を適用する試みがなされている。

いま, マニピュレータの手先効果器を与えられた理想軌道に沿ってスタート点からゴール点まで動かせたいとする(注 2)。ただし, このとき動作空間に置かれた障害物もうまく回避しなければならないものとする。本論文では, この問題をつぎの(A), (B)という 2 種

(注 1) たとえば, Udupa¹⁾ の方法は, リンク数が増加したときに利用しにくく, 複雑な作業域では適用しにくいという難点がある。また, Lozano-Pérez^{2),3)} の方法では, 3 次元問題に対して Vgraph-algorithm は必ずしも最適経路を見いださないということや, 回転自由度をもつマニピュレータに対しては適用が困難であるという欠点がある。

(注 2) 現実の作業現場を考えたとき, ロボットマニピュレータは障害物を単に回避するだけでなく, 頻繁に人が動き回る可能性のあるところや他のロボットが作業する予定のある領域はできるだけ避けて動作することが望ましい。それゆえ, 本論文では, 理想軌道なるものがあらかじめ設計者によって与えられていると仮定したうえでの障害物回避問題を考察している。

* 徳島大学工学部 徳島市南常三島町 2-1

* Faculty of Engineering, Tokushima University, Tokushima

(Received October 20, 1986)

(Revised April 15, 1987)

類の目的関数をもつ多目的計画問題として定式化することを試みている。

(A) 理想軌道にできるだけ追従する動きをさせる目的関数

(B) 各リンクが障害物からできるだけ離れるための目的関数

上述の2種類の目的関数はお互いに独立であるとはいえず、片方を最適化した場合、他方は最適解からはほど遠い値となってしまうことが起こりうる(注3)。本論文では、(A)、(B)の二つの目的関数の妥当な解を見出すために満足化手法(satisficing approach, reference point approach)と称される多目的計画法の一手法を適用する^{17), 18)}。

本論文の第2章では、障害物とリンクの関係が数学的に表現されている。第3章では、2章の数学的表現を利用して二種類の目的関数(A)、(B)が構成されている。第4章では、マニピュレータの障害物回避問題を解くための対話型満足化手法¹⁷⁾が紹介されている。第5章では、2次元および3次元運動をするマニピュレータの障害物回避問題に対して、4章で提案された満足化法を用いた場合のシミュレーション結果が与えられている。

2. 障害物とリンクの数学的表現

ロボットマニピュレータは m 個のリンク $L_1, L_2, \dots, L_m$ (L_m は手先効果器) をもち、作業域内には n 個の障害物 $B_1, B_2, \dots, B_n$ が存在しているとする。

さて、ロボットマニピュレータの運動を数学的に記述するために、以下では Denavit ら¹⁹⁾ の表記法を用いることにしよう。基準座標系(ベース座標系)を ${}^0C_{sy_s}$ とし、リンク L_l に固定された座標系を ${}^lC_{sy_s}$ ($l=1, \dots, m$) とする。また、リンク L_{l-1} に固定された座標系 ${}^{l-1}C_{sy_s}$ からリンク L_l に固定された座標系 ${}^lC_{sy_s}$ への座標変換を示す行列を ${}^{l-1}A_l$ で表わす。そして、 i をリンク L_l のある固定された点とし、 ${}^lC_{sy_s}$ の原点からこの点 i を見たベクトルを ${}^l\mathbf{r}_i$ で、 ${}^{l-1}C_{sy_s}$ の原点から i を見たベクトルを ${}^{l-1}\mathbf{r}_i$ で表わす。すると、 ${}^l\mathbf{r}_i$ と ${}^{l-1}\mathbf{r}_i$ はつぎの関係で結ばれる。

$$\begin{bmatrix} {}^{l-1}\mathbf{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{l-1}A_l \begin{bmatrix} {}^l\mathbf{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (l=1, \dots, m) \quad (1)$$

基準座標系の原点から点 i を見たベクトルを、 $\mathbf{r}_i$ と表わそう。すると、(1)式を繰返し用いることにより、 $\mathbf{r}_i$ はつぎの(2)式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{l-1}A_l \begin{bmatrix} {}^l\mathbf{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0A_l \begin{bmatrix} {}^l\mathbf{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし、

$${}^0A_l = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{l-1}A_l \quad (3)$$

さて、障害物 B_j の重心を原点とする座標系を ${}^jCB_{sy_s}$ とし、基準座標系から ${}^jCB_{sy_s}$ への座標変換行列を 0B_j と表わすことにしよう($j=1, \dots, n$)。

さらに、 ${}^jCB_{sy_s}$ の原点から見たリンク L_l の点 i の位置ベクトルを ${}^j\mathbf{r}_{li}$ で表わすと、 ${}^j\mathbf{r}_{li}$ と ${}^l\mathbf{r}_i$ はつぎの関係式を満たすことがわかる^{6), 15)}。

$${}^0B_j \begin{bmatrix} {}^j\mathbf{r}_{li} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0A_l \begin{bmatrix} {}^l\mathbf{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

したがって、

$$\begin{bmatrix} {}^j\mathbf{r}_{li} \\ 1 \end{bmatrix} = ({}^0B_j)^{-1} {}^0A_l \begin{bmatrix} {}^l\mathbf{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

が成立する。

3. 目的関数の作成

本章では、前の章で得られた知識をもとにして、2種類の目的関数(A)、(B)(注4)を作成する。

まず、目的関数(A)をつぎのように決定する。マニピュレータが初期状態から最終状態へ至るまでの段階を K 段階(注5)に分けることにし、 k ($1 \leq k \leq K$) ステップにおける目的関数を、

$$f_a = \|\mathbf{r}^{kw} - \mathbf{r}_w\| \quad (6)$$

ただし、

$\mathbf{r}^{kw}$: k ステップ目における手先効果器の目標位置
 $\mathbf{r}_w$: 実際の手先効果器の位置

$\|\cdot\|$ は、 $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_d^2}$ なる l_2 -norm を表わすものとする($\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)$ とする)。

K を十分大きくとっておき、(6)式を0に近づけるようにすれば、手先効果器は理想軌道(目標軌道)に近づけることができる。

つぎに、(B)に関する目的関数を考えよう。以下では、マニピュレータの各リンクと障害物はすべて直方体で近似できると仮定する(注6)。そして、Fig. 1で示されるようにリンク L_l を近似した直方体を更にくつつかの球で近似する(注7)。同様に、障害物 B_j を近似した直方体に対しても、更にくつつかの球で近似する(Fig. 1は障害物をただ一つの球で近似している例を示している)。

(注4) 第1章を参照されたい。

(注5) K は十分大きくとすることにする。

(注6) 障害物・リンクを内包する直方体を考える。

(注7) 近似する球が多くなればなるほど、精度は上がるが、各ステップにおける計算量は急激に増加する。

Fig. 1 Relationship among $j r_{lg^{1,1}}$, S_{1i} , and S_{2j}

リンク L_i が障害物 B_j と衝突しないためには、

$$\|j r_{lg^{1,1}}\| \geq S_{1i} + S_{2j} \quad (t=1, \dots, v; p=1, \dots, w) \quad (7)$$

が成立すればよい。

ただし、

$j r_{lg^{1,1}}$: t 番目の球で近似された障害物 B_j の部分を ${}^t B_j$ とする ($t=1, \dots, v$). 更に、 p 番目の球で近似されたリンク L_i の部分を ${}^p L_i$ とする ($p=1, \dots, w$). このとき、 $j r_{lg^{1,1}}$ は ${}^t B_j$ の中心から ${}^p L_i$ の中心へのベクトルである。

S_{1i} (注8): リンク L_i を近似した w 個の球の半径。

S_{2j} (注8): 障害物 B_j を近似した v 個の球の半径。

不等式(7)を考慮に入れ、(B)に関する目的関数を

$$f_b = (S_{1i} + S_{2j}) - \|j r_{lg^{1,1}}\| \quad (8)$$

と定める。目的関数 f_b を小さくすればするほど、リンク L_i は障害物 B_j から離れることになる(リンク L_i と障害物 B_j に対して目的関数は $v \times w$ 個できる。したがってマニピュレータと障害物全体を考えるとかなりの数の目的関数ができあがることに注意されたい)。

4. 障害物回避問題に対する対話型満足化手法

一般に複数個ある目的関数を最適化する問題は多目的計画問題と呼ばれ、現在までに数多くの人達によって熱心な研究がなされてきた^{16)~18), 22)~26)}。

本論文で考えている目的関数は(6)式で示される f_a と(8)式で与えられる f_b の2種類であり(注9)。

(注8) S_{1i} , S_{2j} は p および t を含んだ形で表現したほうがより一般的である。しかしながら、ここではリンクおよび障害物が直方体で近似されると仮定しているので、近似した球の半径は、各リンクおよび障害物について同じである。それゆえ、 p , t の記号を含めていない。

(注9) ただし、全体としては非常に多くの目的関数をもつ。

マニピュレータの障害物回避を首尾よく行いかつ与えられた理想軌道になるべく沿わせるためには、この2種類の目的関数の最適化を行わねばならない。つまり、この問題は上に述べた多目的計画問題の範疇に属する。

以下では、いままでに開発された多目的計画問題に対する最適化手法の中で、対話型満足化法¹⁷⁾を用いて各ステップごとの関節角を求める。そこで、紙面を少々さいて、まず満足弱 Pareto 解^{17), 22), 26)}の定義を与える。そして、その後、(実際に障害物回避を行うために)より具体的な形で対話型満足化法を記述する。

4.1 満足弱 Pareto 解

一般に、われわれが多目的計画問題を扱うとき、少なくとも各目的関数についてこれだけの値が保障されていれば“よしとしよう”という水準が存在するものである。この水準を特に希求水準(注10) (satisficing level) または参考水準 (reference level) と呼ぶ。希求水準を満たす解のことを満足解と呼び、これと弱 Pareto 解の概念を結びつけることによって以下に示される満足弱 Pareto 解に関する定義を得る¹⁷⁾。

【定義(注11)】 $\bar{f}$ を希求水準とする。もし、 $\hat{x}$ が以下の二つの条件式(9)および(10)を満たすなら、満足弱 Pareto 解である (X は代替案の集合とする)。

$$f(\hat{x}) \succ f(x), \quad \forall x \in X \quad (9)$$

$$\bar{f} \geq f(\hat{x}) \quad (10)$$

4.2 障害物回避計画のための対話型満足化法

最近、意志決定者との対話を通じて満足弱 Pareto 解の中で意志決定者にとって妥当と思われるものを見いだそうとする方法が提案されている^{17), 21)}。これらの方法を総称して対話型満足化法と呼ぶが、本論文では中山¹⁷⁾によって提案された方法を利用してロボットマニピュレータの障害物回避を行う。そこで、以下ではこの手法により具体的な形で記述することにしよう(文献17)では、最大化問題を扱っているが、ここでは最小化問題を考えていることに注意されたい)。

Step 1: (6)式および(8)式に従って2種類の目的関数を作成する。この場合(6)式によって作られる目的関数は一つで、これを $f_1 (= f_a)$ とする。(8)式によって作られる目的関数の数は、リンクおよび障害物の数とこれらをいくつかの球によって近似するかに依存する(リンクの数が m 、障害物の数が n で、各リンクを3個の球また各障害物を一つの球で近似した場合

(注10) 目的関数の数が全部で r 個とすれば、希求水準は r -ベクトルで与えられる。

(注11) ここでは、各目的関数 $f_i(x)$ を最小化しようとする多目的計画問題に対する満足弱 Pareto 解の定義を与える ($f = (f_1, \dots, f_r)$)。

には、(8)式によって作られる目的関数の数は、 $r-1=3 \times m \times n$ となる。(8)式によって作られた目的関数を、 $f_2, f_3, \dots, f_r$ とする。 $k=1$ とする。

Step 2: 理想点 ($f_1^*, \dots, f_r^*$) を設定する。ただし、 f_i^* は $f_i^* \leq \min_{x \in X} f_i(x)$ ($i=1, \dots, r$) を満たすものとする (ここで理想点とは、最も理想的な各目的関数の値のことであり、一例として $f_1^*=0$ (現実の軌道が理想軌道に、 k ステップ目で一致することを意味する)、他の f_i^* ($i=2, \dots, r$) は十分小さい負の値 ((8)式より、リンクが障害物から十分離れる) とすることが考えられる)。

Step 3: 設計者に、各目的関数に対する希求水準 $f_i^\dagger$ をたずねる (注12) ($f_i^\dagger > f_i^*$ ($i=1, \dots, r$) とする)。この場合、希求水準とは、各目的関数に対して少なくともこれだけの値が保障されれば満足できるという水準を意味する ($f_i^\dagger$ は正ではあるが、非常に小さい値を設計者が与えた場合、第 k ステップ目において現実の軌道が理想軌道に十分接近してほしいという要求を意味することになる)。(注13) $(f_1^\dagger, \dots, f_r^\dagger)$ は、 $(0, 0, \dots, 0)$ とすることもできるが (注13)、その場合には、障害物やリンクの情報が完全に正確でなければならない。必ずしも正確といえない場合には、その程度に応じて負の値 (注14) を選ばねばならない。

Step 4: $w_i^\dagger = \frac{1}{f_i^\dagger - f_i^*}$ ($i=1, \dots, r$) とし、

$$\min_{x \in X} \max_{1 \leq i \leq r} w_i^\dagger |f_i^k - f_i(x)| \quad (11)$$

の解を求め、これを x^k とする (注15) (Fig. 2 に x^k

Fig. 2 Interactive satisficing trade-off method

(注12) 計算機が、設計者にたずねてくる (画面上で希求水準に関する質問がなされる)。

(注13) この場合、リンクと障害物の接触は許すことになる。

(注14) 負の値が、絶対値の意味で大きければ大きいほど、リンクは障害物から離れることになる (Fig. 1)。

(注15) Step 4 で求められた x^k は、満足弱 Pareto 解であることが証明されている¹³⁾。

に対応する f の値 $f(x^k)$ が示されている)。

Step 5: $f(x^k)$ を設計者に見せて、その値に満足するかどうかたずねる。設計者が、すべての目的関数の値について満足した場合には、 $k=k+1$ とし、 $k \leq K$ なら Step 2 へ行き、 $k > K$ なら計算を終了する。

設計者が $f(x^k)$ に満足しない場合には、つぎの (イ) または (ロ) のどちらかを選択させる。

(イ) 他に軌道の候補があるかどうか調べ (注16)、ある場合にはそれを理想軌道とし、Step 1 へ行く。ない場合には、解が存在しないと判断し、計算を打ち切る (注17)。

(ロ) 改良したいと思う目的関数、少々値が悪くなってもよいと考える目的関数、そのままよいと考える目的関数は何かを決め、新しい希求水準を定める。

Step 6 へ行く。

Step 6: 実行可能性チェックを行い、Step 4 へ戻るかあるいは希求水準をさらにゆるめるかのどちらかを選択する。

5. 計算機シミュレーション

以下では、対話型満足化手法を用いたマニピュレータの障害物回避に関する二つの計算機シミュレーションを紹介する。最初は、2次元運動をする4自由度4リンクおよび3自由度3リンクのマニピュレータの障害物回避であり、つぎは3次元運動をする4自由度2リンクマニピュレータの障害物回避である。

両方のシミュレーションにおいて (11) 式の計算には Matyas 型ランダム探索法^{27), 31)} を用いた。この方法は、目的関数が微分不可能である場合や多峰性の場合にも大域的な最小値へ収束することを保障するものである (注18) (収束証明については、文献 29), 31) を参照されたい)。

シミュレーション 1: 理想軌道 (目標軌道) が障害物と交わっていない場合のシミュレーションを Fig. 3 で、理想軌道が障害物と交わっている場合のシミュレーションを Fig. 4 に与えた。理想軌道上に 20 点を取り ($K=20$ とした。つまり、ステップ数の合計を 20 とした)、おのおのを理想点 (目標点) とした。各ステップで手先効果器がなるべく理想点に近づき、

(注16) 設計者が計算機に質問する。

(注17) 理想軌道がうまく選ばれていない場合や障害物があまりに多い場合には、解が存在しないことがある。そのような場合、(イ) の選択枝がなければ、いつまでも計算がストップしないことになるであろう。

(注18) ただし、目的関数が滑らかな凸関数の場合は収束スピードが極端に落ちるという欠点をもっている ((11) 式の場合は、必ずしも滑らかな凸関数とは限らない)。

Fig. 3 Collision avoidance of a manipulator with 4 links (Case 1: 2 dimensional problem, the ideal path does not intersect with obstacles in the workspace)

Fig. 4 Collision avoidance of a manipulator with 3 links (Case 2: 2 dimensional problem, the ideal path intersects with obstacles in the workspace)

(a)

(d)

(b)

(e)

(c)

Fig. 5 Collision avoidance of a manipulator with 2 links (Case 3: 3dimensional case)

かつ、マニピュレータのどの部分も障害物と衝突しないように、4章で述べた対話型満足化法を用いてマニピュレータの関節角を求めた。

使用した計算機、計算時間、理想点、希求水準について簡単に述べておこう。

Fig. 3 の例では、FACOM M-360 で1ステップあたり、約1.49秒かかった ($f_1^* = -100$, $f_2^* \sim f_{27}^* = -1,000$ ($k=1, \dots, 20$), $f_1^* = 1.5$, $f_2^* \sim f_{27}^* = -5$ ($k=1, \dots, 20$) とし、希求水準の変更は行っていない)。

Fig. 4 の例では、同じ大型計算機で1ステップあたり、約0.312秒かかった ($f_1^* = -100$, $f_2^* \sim f_{27}^* = -1,000$ ($k=1, \dots, 20$) を理想点に選び、希求水準は $f_1^* = 1.5$, $f_2^* \sim f_{27}^* = -5$ ($k=1, \dots, 20$) とし、変更は行わなかった)。

シミュレーション 2: Fig. 5 では、3次元運動をするマニピュレータの障害物回避のシミュレーションが与えられている。ここでは、理想軌道を図の中に挿入すると見にくくなるので、スタート点とゴール点のみが描かれている。首尾よくマニピュレータの手先効果器がゴール点に到達する様子が一連の図によって示されている。

このシミュレーションでは、FACOM M-360 で1ステップあたり約1.50秒の計算時間を必要とした(理想点は、 $f_1^* = -10$, $f_2^* \sim f_{27}^* = -1,000$ ($k=1, \dots, 20$) とし、希求水準は、 $f_1^* = 7$, $f_2^* \sim f_{27}^* = 0.1$ ($k=1, \dots, 20$) とし、変更は行わなかった)。

以上、2種類の計算機シミュレーションを紹介したが、いずれも所期の目的(なるべく理想軌道に手先効果器が沿い、かつどのリンクも障害物と衝突しないということ)を果たしていることが理解される。

6. あとがき

本論文では、ロボットマニピュレータの障害物回避問題に多目的計画法を適用した新しい手法を提案した。2次元および3次元の障害物回避問題について計算機シミュレーションを行ったが、いずれも良好な結果が得られた。

障害物回避は譲歩できない重要な条件であると考えてこれを制約条件とし、制約条件付最小化問題として定式化することもできるが、その場合には制約条件式の数が多いに多くなりすぎ最適解を求めるのは容易ではない(たとえば、Fig. 3 の場合、各ステップごとに36個の制約条件式を扱わねばならない)。一方、本論文で用いられた方法によれば、設計者が理想点ならびに各目的関数について少なくともこれだけ以上であれば満足できるという希求水準を与えることによ

り、比較的簡単に制約条件なしの最小化問題が解かれ、一つの満足弱 Pareto 解が得られる。そして、設計者がその値に満足しない場合には、希求水準を変更することにより、別の満足弱 Pareto 解を得ることができる。このようにして設計者にとって満足のゆく解を計算機との対話により求めていくことができるという点で、本手法はより実用的であるものと考えられる。

今後の課題として、以下の点について更に研究を進めていく必要がある。

(1) 計算時間の短縮: a) ステップ数を多くとることによって近似の精度は良くなるが、計算量は増大する。b) パソコンを用いて解を見いだす場合、現在のところ、大型計算機と比較してかなり計算時間がかかる。バイアスを利用した Matyas 型ランダム探索法³¹⁾を用いることによって、(11)式の計算 (Min Max の計算) が、単なる Matyas 型にくらべて約半分以上の時間で終了するという実験結果を最近得た。したがって、この方法を4章のアルゴリズムに取り入れて改良を行うことも可能であろう。参考までに、パソコン (PC-9801 Vm 2) による計算時間を記しておこう。Fig. 4 の例で、元々の Matyas 型ランダム探索法を用いた場合には、各ステップあたり約2分、バイアスを利用したランダム探索法では約1分の計算時間となっている。今後は、今までに提案された各種探索法を比較検討し、優れた最小化法を導入することによってパソコンを用いてもごく短時間で障害物回避の問題が解かれるようにしたいものである。

(2) 障害物およびマニピュレータの近似: 本論文では、障害物およびマニピュレータのリンクをいくつかの球の和で内包できると仮定し、目的関数(8)を構成した。つまり、この仮定のもとで障害物回避問題が非常に扱いやすい形に定式化されたわけである。しかしながら、そのためにマニピュレータが自由に動きうる空間 (free space) をせばめてしまうという危険性もはらんでいる。尾崎⁶⁾などの研究も考慮して、今後この問題をさらに深く考察していく必要がある。

(3) 障害物に関する情報: 本論文では、障害物の位置や形状に関する情報が完全に与えられているという条件のもとで障害物回避を行う方法を提案した。しかしながら、実際問題の中には、このような情報が不完全にしか与えられていない場合も多々見うけられる。各種センサを本手法に適用することも一つの案として考えられるが、今後この点についても検討しなければならないであろう。

日頃ご指導いただく京都大学名誉教授榎木義一先

生, 徳島大学学長添田喬先生, 徳島大学教授正満敏雄先生, ならびに有益な助言をいただいた査読者の方々に深く感謝する。

参 考 文 献

- 1) S. M. Udupa: Collision Detection and Avoidance in Computer Controlled Manipulators, 5th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence, 737/748 (1977)
- 2) T. Lozano-Pérez and M. A. Wesley: An Algorithm for Planning Collision-Free Paths among Polyhedral Obstacles, Commun. ACM, **22**-10 (1979)
- 3) T. Lozano-Pérez: Automatic Planning of Manipulator Transfer Movements, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, **SMC-11**-10, 681/698 (1981)
- 4) R. A. Brooks: Solving the Find-Path Problem by Good Representation of Free Space, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, **SMC-13**-3, 190/197 (1983)
- 5) R. A. Brooks: Planning Collision Free Motions for Pick and Place Operations, in M. Brady and R. Paul (eds.), Robotics Research, MIT Press, 5/38 (1984)
- 6) 尾崎, 毛利, 高田: マニピュレータの占有空間を考慮した障害物回避動作の決定法, 計測自動制御学会論文集, **18**-9, 942/949 (1982)
- 7) 尾崎弘明: マニピュレータの障害物回避, 日本ロボット学会誌, **2**-6, 76/82 (1984)
- 8) 工藤, 高田, 佐々木: 人工の手の経路決定のためのアルゴリズム, 計測自動制御学会論文集, **11**-4, 405/410 (1975)
- 9) A. Liégeois: Automatic Supervisory Control of the Configuration and Behavior of Multibody Mechanisms, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, **7**-12, 868/871 (1977)
- 10) 花房, 吉川, 中村: 関節形ロボットアームの冗長性の解析とその優先順位を有する作業への応用, 計測自動制御学会論文集, **19**-5, 421/426 (1983)
- 11) 花房, 吉川, 中村: 冗長性を有する多関節形ロボットの制御Ⅱ—障害物回避問題への応用—, 第22回自動制御連合講演会前刷, 321/322 (1979)
- 12) L. A. Loeff and A. H. Soni: An Algorithm for Computer Guidance of a Manipulator in between Obstacles, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, **97**-3, 836/842 (1975)
- 13) O. Khatib and J. F. Le Maitre: Dynamic Control of Manipulators Operating in a Complex Environment, On Theory and Practice of Robots and Manipulators, 3rd CISM-IF ToMM Symp., 267/282 (1982)
- 14) 比留川, 北村, 角谷: ポテンシャルと安全第一グラフを用いたマニピュレータの障害物回避法, 第30回システムと制御予稿集, 87/88 (1986)
- 15) R. P. Paul: Robot Manipulators, The MIT Press (1981) (吉川訳, ロボットマニピュレータ, コロナ社 (1984))
- 16) A. M. Geoffrion, J. S. Dyer and A. Feinberg: An Interactive Approach for Multi-Criterion Optimization with an Application to the Operation of Academic Department, Management Science, **19**-4, 357/368 (1972)
- 17) 中山弘隆: 多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案, 計測自動制御学会論文集, **20**-1, 29/35 (1984)
- 18) A. P. Wierzbicki: A Mathematical Basis for Satisficing Decision Making, WP-80-90, IIASA (1980)
- 19) J. Denavit and R. S. Hartenberg: A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices, Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, 215/221 (1955)
- 20) A. P. Wierzbicki: The Use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization. Theoretical Implications and Practical Experiences, WP-79-66, IIASA (1979)
- 21) A. Lewandowski and M. Grauer: The Reference Point Optimization Approach—Methods of Efficient Implementation, in Multiobjective and Stochastic Optimization (A. P. Wierzbicki, et al., Editors) IIASA, 353/376 (1982)
- 22) 志水清孝: 多目的と競争の理論, 共立出版 (1982)
- 23) Y. Y. Haimes, W. A. Hall and H. T. Friedmann: Multiobjective Optimization in Water Resources Systems, The Surrogate Worth Trade-Off Method, Elsevier Scientific (1975)
- 24) H. Simon: 人間行動のモデル, 同文館 (宮沢他訳) (1957)
- 25) 高松, 清水: 多目的線形計画法の対話型解法 (RESTEM), システムと制御, **25**-5, 307/315 (1981)
- 26) 市川淳信編: 多目的決定の理論と方法, 計測自動制御学会 (1980)
- 27) J. Matyas: Random Optimization, Automation & Remote Control, **28**, 246/253 (1965)
- 28) J. Matyas: Das Zufällig Optimierungs Verfahren and Seine Konvergenz, Proceedings of the 5th Analogue Computation Meeting, 540/544 (1968)
- 29) N. Baba, T. Shoman and Y. Sawaragi: A Modified Convergence Theorem for a Random Optimization Method, Information Sciences, **13**-2, 159/166 (1977)
- 30) N. Baba: Convergence of a Random Optimization Method for Constrained Optimization Problems, JOTA, **33**, 451/461 (1981)
- 31) F. J. Solis and R. J. Wets: Minimization by Random Search Techniques, Mathematics of Operations Research, **6**, 19/30 (1981)
- 32) 中山, 織茂, 井上: 非線形最適化に対する新しい数値解法の提案, 第7回システムシンポジウム講演論文集, 35/40 (1981)
- 33) N. Baba and F. Delebecque: An Improvement of the Adaptive Transformation Network Method by a New Global Minimization Algorithm and Its Application to Forecasts of Air Pollution, Technical Report of INRIA, 368, 1/22 (1979)
- 34) N. Baba: A Hybrid Algorithm for Finding a Global Minimum, Int. J. Control, **37**-5, 929/942 (1983)
- 35) D. G. Luenburger: Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley Publishing Company (1973)
- 36) V. F. Dem'yanov and V. N. Malozemov: Introduction to MINIMAX, John Wiley & Sons (1974)
- 37) D. P. Bertsekas: Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods, Academic Press (1982)