多指ハンドの操り力と握力[†]

吉 川 恒 夫*・永 井 清**

Manipulating and Grasping Forces of Multi-Fingered Hands

Tsuneo YOSHIKAWA* and Kiyoshi NAGAI**

In this paper, the manipulating force and grasping force are defined explicitly, and the relation between fingertip force and these two forces for articulated multi-fingered hands is made clear. Firstly the definitions of manipulating and grasping forces for two fingered hands are given such that they agree with our intuitive image of these forces. Then a new representation of the internal force among the fingers is given for three fingered hands. Based on this representation, the grasping force is defined as a fingertip force which produces no resultant force and satisfies the static friction constraint. The grasp mode is also introduced. The manipulating force is then defined as a fingertip force which produces the specified resultant force, is not in the inverse direction of the grasping force, and does not contain any grasping force component. Finally an algorithm for decomposing a given fingertip force into manipulating and grasping forces is presented, and validity of this decomposition are shown by a numerical example.

Key Words: robot hand, manipulation, manipulating force, grasping force, force control

1. 緒 言

マニピュレータは元来、その手先効果器を作業空間内で望みの位置に移動させる機構として開発されてきたものである。そして手先効果器のひとつであるハンドは、当初単なる掴みの機能しかもたないものとして

設計され、ハンド自身による対象物の操りについてはあまり行われていない。しかし近年では、ロボットに対して組立作業のような高度な作業が要求されるようになり、対象物を細密に操る関節型の多指ハンドが研究、開発されてきている^{1)~5)}。また、多指ハンドによる把握に関しては、安定把握位置²⁾、最適な把握姿勢^{4), 6), 7)}などの問題が考察されている。

一方、操りおよび把握における力の解析や決定に関しても、いくつかの研究がある。Salisbury ら⁴⁾は、ハンドの指先力と、その合力および対象物内部で打消し合う力との関係を明らかにしている。内力、握力の問題に対して、Hanafusa ら⁸⁾は、3本指ハンドの指先力が内力となるとき、この指先力ベクトルがつくる力の三角形の大きさの平方根を握力の大きさと定義している。Kerr と Roth⁹⁾は、静止摩擦と指の発生トルクの制限を線形近似し、これらの制限を満たすノルム最小の力として最適内力を決定している。Kobayashi⁵⁾は、指の関節トルクに対して仮想仕事の原理を用いて操り力と握力を定めている。しかし、これらの研究にもかかわらず、操り力と握力の概念は、まだ十分に明らかにされていないと思われる。

本論文では、関節指ハンドの操り力と握力の概念、および指先力とこれらの力の関係を明らかにする。ここで述べる指先力とは、複数の指から対象物に作用する力を一括した多次元ベクトルであり、内力、握力、操り力はこの指先力に対して用いられる。初めに、2本指ハンドについて通常概念と一致するような操り力と握力の定義を示す。ついで3本指ハンドの内力となる指先力に対して、その幾何学的な意味の明確な、新しい表現方法を与える。そしてこの表現方法に基づき、静止摩擦の制限を満足する内力である指先力として握力を定義する。この握力は、操りの最中に対象物をすべり落とさない力となる。つぎに、望みの合力を発生し、握力と逆方向を向かず、かつ握力要素を含まない指先力として操り力を定義する。ここで発生する

† 第26回計測自動制御学会学術講演会で一部発表(昭和62・7)

* 京都大学工学部 宇治市五ヶ庄

** 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町 56-1

* Faculty of Engineering, Kyoto University, Uji

** Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Kyoto

(Received April 13, 1987)

(Revised August 14, 1987)

合力は、対象物に作用する重力や外力に対抗しながら対象物に加速度を生じさせる。最後に、与えられた指先力を操り力と握力に分解する方法を示し、数値例を用いて分解された操り力と握力が妥当なものであることを示す。

2. 2本指ハンド

まず Fig. 1 に示すような、2本指ハンドによる1次元操りについて述べよう。2本の指先は対象物と摩擦のある接触を行い、対象物に x 軸方向の力 $f_1 \in R^1$, $f_2 \in R^1$ (R^1 は1次元ユークリッド空間)を加えているとする。また、ここでは重力の影響は無視する。このとき指先力 $[f_1 \ f_2]^T$ と対象物に発生する合力 $t \in R^1$ に対して次式が成り立つ。

$$t = f_1 + f_2 = A \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

合力 t を発生する指先力を求めるために(1)式を $[f_1 \ f_2]^T$ について解き、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = A^+ t + (E_2 - A^+ A) \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで $A^+ \triangleq A^T(AA^T)^{-1}$ は A の擬似逆行列であり、 $[y_1 \ y_2]^T \in R^2$ は任意ベクトルである。また、 $E_n \in R^{n \times n}$ は単位行列を表す。(3)式第1項は、合力 t を発生する指先力 $[f_1 \ f_2]^T$ の中で、ノルムが最小となるものを表わしている。また、第2項は、任意の $[y_1 \ y_2]^T$ に対して合力を発生しない指先力となり、内力を表わすものである。さらに(1)式を(3)式に代入して

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = A^+ A \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + (E_2 - A^+ A) \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

と変形し、与えられた指先力を、右辺第1項の操り力 $[f_{1m} \ f_{2m}]^T$ と第2項の握む力 $[f_{1g} \ f_{2g}]^T$ に分解することが考えられる。(2),(4)式より次式を得る。

$$\begin{bmatrix} f_{1m} \\ f_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_1 + f_2)/2 \\ (f_1 + f_2)/2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} f_{1g} \\ f_{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_1 - f_2)/2 \\ -(f_1 - f_2)/2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

いま $f_1 = f_0 > 0$, $f_2 = 0$ の場合を考え、これらを

Fig. 1 Two fingered hand and object

Fig. 2 Decomposition of fingertip force

(5), (6)式に代入すると, Fig. 2(a)に示すように

$$\begin{bmatrix} f_{1m} \\ f_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0/2 \\ f_0/2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} f_{1g} \\ f_{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0/2 \\ -f_0/2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

となり、0でない握む力が発生していることになる。ところがこの場合の把握状態は、 $f_2 = 0$ より x 軸方向以外の方向の外力に対して対象物を簡単に落としてしまう把握状態であり、通常概念によると握力は0であると考えられる。そこでこの点を考慮して、2本指ハンドの操り力 $[f_{1m} \ f_{2m}]^T$ と握力 $[f_{1g} \ f_{2g}]^T$ を次式により定義することを提案する。

$$\begin{bmatrix} f_{1m} \\ f_{2m} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} l \\ -(1-l) \end{bmatrix} |f_1 + f_2| \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} f_{1g} \\ f_{2g} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \min(|f_1|, |f_2|) \quad (9)$$

ただし l は、 $f_1 + f_2 \geq 0$ のとき1, $f_1 + f_2 < 0$ のとき0の値をとる補助変数である。この定義によると、この場合はFig. 2(b)に示すように

$$\begin{bmatrix} f_{1m} \\ f_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} f_{1g} \\ f_{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

と分解され、通常概念と一致する操り力、握力を得る。以下では、この議論を拡張して3本指ハンドによる対象物の操りについて論ずる。

3. 3本指ハンド

3.1 指先力と合力

まず、この問題を議論しやすくするためにつぎの四つの仮定をおく。

- 1) 各指先は対象物と摩擦のある点接触を行う。
- 2) 指先と対象物の間に滑りが生じない限り、対象物上の接触点の位置は移動しない。
- 3) 三つの接触点は一直線上に並ばない。
- 4) 各指先は、対象物に対して任意の方向の力を加えることができる。

仮定1)により、各指は力だけを加え、モーメントを加えることはできないとしている。仮定2)は、指先の広がりが無視できることを示している。これが無視できないときには、操りの最中に転がりによる接触点の移動が生じ、非ホロノミックな拘束を受ける運動となり解析が難しくなる⁹⁾。また、仮定3)と4)は対象物を任意に操るための必要条件となる。

これらの仮定のもとに本論文で議論する3本指ハン

ドと対象物を **Fig. 3** に示す. 図において, Σ_0 は対象物の適当な位置に固定された対象物座標系, C_i は第 i 指 ($i=1, 2, 3$) の接点, $r_i \in R^3$ は対象物座標系 Σ_0 の原点から各接点 C_i までの位置ベクトル, $f_i \in R^3$ は第 i 指の指先から対象物に加えられる指先力を表わす.

対象物に加えられる指先力 f_i の合力 $f \in R^3$, および合モーメント $n \in R^3$ は次式で表わされる.

$$f = \sum_{i=1}^3 f_i \quad (11)$$

$$n = \sum_{i=1}^3 (r_i \times f_i) \quad (12)$$

(11), (12) 式より, 指先力 $F \triangleq [f_1^T \ f_2^T \ f_3^T]^T$ と対象物に発生する合力 $T \triangleq [f^T \ n^T]^T$ の関係は次式にまとめられる.

$$T = AF \quad (13)$$

ただし,

$$A \triangleq \begin{bmatrix} E_3 & E_3 & E_3 \\ R_1 & R_2 & R_3 \end{bmatrix} \in R^{6 \times 9} \quad (14)$$

$$R_i \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -r_{iz} & r_{iy} \\ r_{ix} & 0 & -r_{ix} \\ -r_{iy} & r_{ix} & 0 \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3} \quad (15)$$

$$r_i \triangleq [r_{ix} \ r_{iy} \ r_{iz}]^T \quad (16)$$

である. この合力 T により対象物を操ることができる.

3.2 内 力

(13) 式的一般解は, 2 章と同様に次式で与えられる¹⁰⁾.

$$F = A^+ T + (E_9 - A^+ A) y \quad (17)$$

ここで $y \in R^9$ は任意ベクトルである. しかし, (17) 式の表現では, 以下に示すように, 内力を扱いにくい.

仮定 3) のもとでは, 行列 A の階数は 6 であり,

$$\text{rank}(E_9 - A^+ A) = 3 \quad (18)$$

となる. ここで $\text{rank}(\cdot)$ は行列の階数を表わす. (18) 式は内力の次元が 3 であることを示している. それゆえ, y により内力を決定することは, 9 次元の量を操作して 3 次元の量を決定することになる. また, y と内力の対応関係が不明瞭である.

Fig. 3 Three fingered hand and object

上で述べた問題を解消するために, 内力に対して新しい表現を与える.

まず, ベクトル e_i を次式により定める.

$$e_i \triangleq (r_{i+2} - r_{i+1}) / \|r_{i+2} - r_{i+1}\|, \quad i=1, 2, 3 \quad (19)$$

ここで, $\|\cdot\|$ は, ベクトルのユークリッドノルムを表わし, 添字 i が $i \geq 4$ のときは, i を $(i-3)$ と解釈する. e_i は, 接触点 C_{i+1} から C_{i+2} へ向かう単位ベクトルであり, 三つの接触点を含む把握平面 Q 内に存在する. **Fig. 4** に, この単位ベクトルを示す. 図において把握されている対象物の上半分は取り除いてある. そしてこの e_i を用いるとつぎの命題が成立する.

[命題 1] 指先力 $\hat{F}$ は, 次式を成立させる $z \triangleq [z_1 \ z_2 \ z_3]^T \in R^3$ が存在するとき, そしてそのときのみ, 内力となる.

$$\hat{F} = \hat{G} z \quad (20)$$

ただし,

$$\hat{G} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -e_2 & e_3 \\ e_1 & 0 & -e_3 \\ -e_1 & e_2 & 0 \end{bmatrix} \in R^{9 \times 3} \quad (21)$$

(証明) すべての内力の組 S_I は次式で与えられる.

$$S_I \triangleq \mathcal{R}(E_9 - A^+ A) = \mathcal{N}(A) \quad (22)$$

ここで, $\mathcal{R}(\cdot)$ と $\mathcal{N}(\cdot)$ はそれぞれ, 行列の値域空間と零空間を表わす. それゆえ,

$$S_I = \mathcal{R}(\hat{G}) \quad (23)$$

を示せばよい. まず, (14), (15), (19), (21) 式より,

$$A \hat{G} = 0 \quad (24)$$

が成り立つ. したがって

$$\mathcal{R}(\hat{G}) \subset \mathcal{N}(A) = S_I \quad (25)$$

を得る. 一方, 仮定 3) のもとでは

$$\text{rank}(\hat{G}) = 3 \quad (26)$$

である. (18), (25), (26) 式より,

$$S_I = \mathcal{R}(\hat{G}) \quad (27)$$

が成立する. $\square$

さらに内力 $[f_1^T \ f_2^T \ f_3^T]^T$ は, 力とモーメントのつり合いより **Fig. 5** に示す幾何学的な性格を有している. すなわち, 三つの f_i の作用線は把握平面 Q 上の一点 P で交差し, また三つの f_i が閉じた三角

Fig. 4 Unit vector e_i directing from C_{i+1} to C_{i+2}

Fig. 5 Internal force

形を構成することである。このとき内力の3自由度の任意性は、交点 P の位置の2自由度と、 $\hat{\mathbf{f}}_i$ で構成する力の三角形の大きさの1自由度として解釈できる。それゆえ、点 P の位置と力の三角形の大きさを決定することと内力を決定することは1対1に対応する。

4. 握 力

操りの最中に対象物を落とさないためには操り力の他に握力が必要であることを、われわれは日常経験から知っている。この章では、関節指ハンドの握力を定義し、把握モードの概念を導入する。

【定義1】 つぎの二つの条件を満足する指先力 $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1^T \mathbf{f}_2^T \mathbf{f}_3^T]^T$ を握力という。

$$1) \mathbf{0} = \mathbf{A}\mathbf{F} \quad (28)$$

$$2) \frac{\mathbf{f}_i^T \mathbf{a}_i}{\|\mathbf{f}_i\|} \geq \frac{1}{\sqrt{1+\mu_i^2}}, \quad i=1,2,3 \quad (29)$$

ただし、 $\mathbf{a}_i$ と μ_i はそれぞれ、接触点 C_i における対象物表面の内向き単位法線ベクトルと静止摩擦係数である。

条件 1) は、この指先力が内力であることを示している。条件 2) は、各指の指先力が静止摩擦の制限を満足していることを意味している。

指先力が握力であるときには、Fig. 5 に示す点 P の位置は把握平面 Q の中でさらに制限される。この制限を詳しく調べよう。

いま、点 P の位置ベクトルを $\mathbf{r}_p$ とし、各接触点 C_i から点 P に向かう単位ベクトル $\mathbf{e}_{pi}$ を次式により定める。

$$\mathbf{e}_{pi} \triangleq \frac{\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_i\|}, \quad i=1,2,3 \quad (30)$$

各指の指先力 $\mathbf{f}_i$ とこの $\mathbf{e}_{pi}$ は常に同じ方向を向くとは限らず、Fig. 6 に示すように逆方向を向く場合もある。この点を考慮すると、各指の指先力 $\mathbf{f}_i$ が握力となるときには、つぎの2式が成立することがわかる。

$$\mathbf{f}_i = \text{sgn}(\mathbf{e}_{pi}^T \mathbf{a}_i) \|\mathbf{f}_i\| \mathbf{e}_{pi}, \quad i=1,2,3 \quad (31)$$

$$|\mathbf{e}_{pi}^T \mathbf{a}_i| \geq \frac{1}{\sqrt{1+\mu_i^2}}, \quad i=1,2,3 \quad (32)$$

Fig. 6 Relation between $\mathbf{f}_i$ and $\mathbf{e}_{pi}$

さて、いま (20) 式で記述される内力の状態を表わすために次式を導入する。

$$\alpha \triangleq [\text{sgn}(z_1) \text{sgn}(z_2) \text{sgn}(z_3)] \quad (33)$$

ここで $\text{sgn}(\cdot)$ は、 $(\cdot)$ の符号を表わす。 $\text{sgn}(z_i)$ は、第 $(i+1)$ 指と第 $(i+2)$ 指の間に作用する内力が圧縮方向であるか引っ張り方向であることを示すものである。この α を用いて内力を分類することができる。たとえば、Fig. 5 の内力は、モード $[++ +]$ の内力となる。そして α はまた、握力を分類するものとなるので、この α を把握モードと呼ぶことにする。また、 β を

$$\beta \triangleq [\text{sgn}(\mathbf{e}_{p1}^T \mathbf{a}_1) \text{sgn}(\mathbf{e}_{p2}^T \mathbf{a}_2) \text{sgn}(\mathbf{e}_{p3}^T \mathbf{a}_3)] \quad (34)$$

と定義し、さらに平面 Q を二つの接触点を通る直線により Fig. 7 に示す七つの領域に分ける。すると内力が握力となるとき、 α 、 β 、および点 P が属する領域の間に Table 1 に示す関係が成立することが示せる。

以上の議論をまとめてつぎの命題を得る。

【命題2】 接触点 C_i の位置ベクトル $\mathbf{r}_i$ 、 C_i における対象物表面の内向き単位法線ベクトル $\mathbf{a}_i$ 、および静止摩擦係数 μ_i が与えられているとする。このときつぎの二つの条件を満足する点 P が存在するとき、握力が存在する。

1) $\mathbf{a}_i$ 、 $\mathbf{e}_{pi}$ 、および μ_i が (32) 式を満足する。

2) β と点 P の所属する領域の組が Table 1 内に存在する。

(20) 式の内力の表現方法と z_i の符号を用いて、握力 $\mathbf{F}_g \triangleq [\mathbf{f}_1^T \mathbf{f}_2^T \mathbf{f}_3^T]^T$ の表現を次式で与える。

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{G}\mathbf{h}_g \quad (35)$$

Fig. 7 Seven regions on the grasp plane Q

Table 1 Relation among α , β and region I-VII

α	Region	β
[+ + +]	I	[+ + +]
[- + +]	II	[- + +]
	III	[+ - -]
[+ - +]	IV	[+ - +]
	V	[- + -]
[+ + -]	VI	[+ + -]
	VII	[- - +]
[+ - -]	II	[+ - -]
	III	[- + +]
[- + -]	IV	[- + -]
	V	[+ - +]
[- - +]	VI	[- - +]
	VII	[+ + -]
[- - -]	I	[- - -]

ここで

$$G \triangleq \begin{bmatrix} 0 & e_{12} & e_{11} \\ e_{21} & 0 & e_{22} \\ e_{32} & e_{31} & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$e_{i1} \triangleq \text{sgn}(z_{i+2}) \cdot e_{i+2}, \quad i=1, 2, 3 \quad (37a)$$

$$e_{i2} \triangleq -e_{(i+2)1}, \quad i=1, 2, 3 \quad (37b)$$

$$h_i \triangleq [h_{i1} \ h_{i2} \ h_{i3}]^T \in \mathbb{R}^3, \quad h_{i1} \geq 0 \quad (38)$$

(37)式における e_{ij} の第 1 添字 i は, e_{ij} が第 i 指の握力 f_{i1} を構成する単位ベクトルであることを示している。

与えられた対象物の形状と実現できる把握のモードの間には密接な関係があるが, 同時に二つ以上の把握モードが存在可能な場合もある。Fig. 8 は, 与えられた柱状の対象物に対して実現できる把握モードを示している。図において, 把握平面 Q は対象物の軸に垂直になるようにし, a_i が把握平面 Q 内に存在するようにしている。また, $\mu_i = 0.4$ と仮定する。Fig. 8 (a), (b) はそれぞれ, たゞひとつの把握モード $\alpha = [+ + +]$, $\alpha = [- + +]$ のみが実現できる場合である。一方, Fig. 8 (c) は, 同時に二つのモード $\alpha = [+ + +]$ および $\alpha = [- + +]$ が実現できる場合である。同時に複数の把握モードが実現できる場合には, その中から適当な把握モードを選択するためにさらに考察を重ねる必要がある。

5. 操り力

ここでは操り力に対する定義を行い, 前章で定義した握力との関係を議論する。

【定義 2】 対象物に発生させる合力 T が与えられ

(a) Only $\alpha = [+ + +]$ is realizable

(b) Only $\alpha = [- + +]$ in region II is realizable

(c) $\alpha = [+ + +]$ and $\alpha = [- + +]$ in region II and III are realizable

Fig. 8 Examples of realizable mode of grasping force

たとき, つぎの三つの条件を満足する指先力 $F = [f_1^T \ f_2^T \ f_3^T]^T$ を把握モード α の操り力と呼ぶ。

$$1) \quad T = AF \quad (39)$$

$$2) \quad f_j^T e_{ij} \geq 0, \quad i=1, 2, 3, \quad j=1, 2 \quad (40)$$

$$3) \quad (f_i^T e_{i1})(f_{i+1}^T e_{(i+1)2}) = 0, \quad i=1, 2, 3 \quad (41)$$

定義 2 における e_{ij} は, (37)式で定義されるものであり, 適当な把握モード α によるものであることに注意されたい。条件 1) は, 操り力が合力 T を発生することを示している。条件 2) は, 各指において, 操り力が握力と逆方向を向かないことを意味している。また条件 3) の (41)式は, 操り力が各接点間 C_1C_2 , C_2C_3 , C_3C_1 に作用する握力要素をもたないことを意味している。

上で定義した操り力を表現するために, つぎの行列を導入する。

$$M \triangleq \begin{bmatrix} l\bar{e}_{11} & 0 & (1-n)\bar{e}_{12} & \bar{e}_{13} & 0 & 0 \\ (1-l)\bar{e}_{22} & m\bar{e}_{21} & 0 & 0 & \bar{e}_{23} & 0 \\ 0 & (1-m)\bar{e}_{32} & n\bar{e}_{31} & 0 & 0 & \bar{e}_{33} \end{bmatrix} \quad (42)$$

ここで

$$\bar{e}_{i3} \triangleq \frac{\mathbf{e}_{i1} \times \mathbf{e}_{i2}}{\|\mathbf{e}_{i1} \times \mathbf{e}_{i2}\|}, \quad i=1, 2, 3 \quad (43a)$$

$$\bar{e}_{i1} \triangleq \mathbf{e}_{i2} \times \bar{e}_{i3}, \quad i=1, 2, 3 \quad (43b)$$

$$\bar{e}_{i2} \triangleq \bar{e}_{i3} \times \bar{e}_{i1}, \quad i=1, 2, 3 \quad (43c)$$

であり, l, m, n は, 1 または 0 の値をとる補助変数である. (43)式より定義される $\bar{e}_{ij}$ は, 把握モードを定めたときに決定される $\mathbf{e}_{ij}$ を用いて求められ, 各指の操り力 $\mathbf{f}_{im}$ を構成する単位ベクトルとなる. Fig. 9 に $\mathbf{e}_{ij}$ と $\bar{e}_{ij}$ の関係を示す. $\bar{e}_{i3}$ は把握平面 Q に対して垂直であり, $\bar{e}_{i1}, \bar{e}_{i2}$ に対しては,

$$\bar{e}_{ij}^T \mathbf{e}_{ij} \geq 0, \quad i=1, 2, 3, \quad j=1, 2 \quad (44)$$

が成り立つ. 行列 M は, α と $[l, m, n]$ の関数であり, 補助変数 $l(m, n)$ は, 二つのベクトル $\{\bar{e}_{11}, \bar{e}_{22}\}$ ($\{\bar{e}_{21}, \bar{e}_{32}\}, \{\bar{e}_{31}, \bar{e}_{12}\}$) のうち, どちらのベクトルを選択するかを決定する. これらの準備のもとにの命題が成り立つ.

[命題 3] 与えられた合力 $\mathbf{T}$ を発生する指先力 $\mathbf{F}$ が, 適当な把握モード α と $[l, m, n]$ の組により定まる行列 M , および $h_{im} \geq 0$ ($i=1, 2, 3$) である $\mathbf{h}_m = [h_{1m} \ h_{2m} \ h_{3m} \cdots h_{6m}]^T$ に対して次式を満足するとき, この指先力は把握モード α の操り力である.

(a) $\text{sgn}(z_{i+2}) = +, \text{sgn}(z_{i+1}) = +$
 $\mathbf{e}_{i3}$: upward and normal to the plane Q

(b) $\text{sgn}(z_{i+2}) = -, \text{sgn}(z_{i+1}) = +$
 $\mathbf{e}_{i3}$: downward and normal to the plane Q

(c) $\text{sgn}(z_{i+2}) = -, \text{sgn}(z_{i+1}) = -$
 $\mathbf{e}_{i3}$: upward and normal to the plane Q

Fig. 9 Relation between $\mathbf{e}_{ij}$ and $\bar{\mathbf{e}}_{ij}$

$$\mathbf{F} = M \mathbf{h}_m \quad (45)$$

(証明) (45)式を満足する指先力を $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1^T \ \mathbf{f}_2^T \ \mathbf{f}_3^T]^T$ とする. すなわち,

$$\mathbf{f}_1 = l h_{1m} \bar{e}_{11} + (1-n) h_{3m} \bar{e}_{12} + h_{4m} \bar{e}_{13} \quad (46a)$$

$$\mathbf{f}_2 = m h_{2m} \bar{e}_{21} + (1-l) h_{1m} \bar{e}_{22} + h_{5m} \bar{e}_{23} \quad (46b)$$

$$\mathbf{f}_3 = n h_{3m} \bar{e}_{31} + (1-m) h_{2m} \bar{e}_{32} + h_{6m} \bar{e}_{33} \quad (46c)$$

このとき, この $\mathbf{f}_i$ ($i=1, 2, 3$) が(40), (41)式を成立させることを示せばよい.

(43)式より, 次式が成り立つ.

$$\bar{e}_{i2}^T \mathbf{e}_{i1} = \bar{e}_{i3}^T \mathbf{e}_{i1} = 0, \quad i=1, 2, 3 \quad (47a)$$

$$\bar{e}_{i1}^T \mathbf{e}_{i2} = \bar{e}_{i3}^T \mathbf{e}_{i2} = 0, \quad i=1, 2, 3 \quad (47b)$$

よって, (46)式と(44), (47)式より,

$$\mathbf{f}_1^T \mathbf{e}_{11} = l h_{1m} \bar{e}_{11}^T \mathbf{e}_{11} \geq 0 \quad (48a)$$

$$\mathbf{f}_1^T \mathbf{e}_{12} = (1-n) h_{3m} \bar{e}_{12}^T \mathbf{e}_{12} \geq 0 \quad (48b)$$

を得る. (48)式は, $\mathbf{F}$ が(40)式の $i=1$ の場合を成立させることを示している. また, 補助変数の性質より

$$\begin{aligned} & (\mathbf{f}_1^T \mathbf{e}_{11})(\mathbf{f}_2^T \mathbf{e}_{22}) \\ &= l(1-l) h_{1m}^2 (\bar{e}_{11}^T \mathbf{e}_{11})(\bar{e}_{22}^T \mathbf{e}_{22}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (49)$$

となり, $\mathbf{F}$ が(41)式の $i=1$ の場合を成立させることがわかる.

同様に $\mathbf{F}$ は, (40), (41)式の $i=2, 3$ の場合を成立させる. $\square$

以下では, 操り力を $\mathbf{F}_m \triangleq [\mathbf{f}_1^T \ \mathbf{f}_2^T \ \mathbf{f}_3^T]^T$ により表す.

操り力と握力の性質として, つぎの命題が成り立つ.

[命題 4] ある把握モードの操り力 $\mathbf{F}_m$ は, 同じ把握モードの任意の握力 $\mathbf{F}_g$ に対して次式を満足する.

$$\|\mathbf{F}_m\| \leq \|\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_g\| \quad (50)$$

(証明) (35), (40)式より, 次式を得る.

$$\mathbf{F}_m^T \mathbf{F}_g = \sum_{i=1}^3 (\mathbf{f}_i^T \mathbf{f}_{ig}) \geq 0 \quad (51)$$

それゆえ,

$$\begin{aligned} \|\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_g\|^2 &= \|\mathbf{F}_m\|^2 + 2\mathbf{F}_m^T \mathbf{F}_g + \|\mathbf{F}_g\|^2 \\ &\geq \|\mathbf{F}_m\|^2 \end{aligned} \quad (52)$$

が成り立つ. $\square$

つぎに, 合力 $\mathbf{T}$ が与えられるときの操り力 $\mathbf{F}_m$ の求め方を示す. 操り力は合力を発生するので, 適当な把握モード α により定まる M に対して次式が成り立つ.

$$\mathbf{T} = A \mathbf{F}_m = A M \mathbf{h}_m \quad (53)$$

ただし, 定義より $\mathbf{h}_m$ は, $h_{mi} \geq 0$ ($i=1, 2, 3$) を満足しなければならない. それゆえまず, 8通りの $[l, m, n]$ ($l, m, n=1$ or 0) に対して,

$$\hat{\mathbf{h}}_m = (A M)^{-1} \mathbf{T} \quad (54)$$

により $\hat{\mathbf{h}}_m = [\hat{h}_{1m} \ \hat{h}_{2m} \ \cdots \ \hat{h}_{6m}]^T$ を求める。そして $\hat{\mathbf{h}}_m$ の中から, $\hat{h}_{im} \geq 0$ ($i=1, 2, 3$) を満足する $[l, m, n]$ をひとつ選び出し, このときの $\hat{\mathbf{h}}_m$ を $\mathbf{h}_m$ とする。この $[l, m, n]$ と $\mathbf{h}_m$ を用いて,

$$\mathbf{F}_m = M\mathbf{h}_m \quad (55)$$

により操り力を求めることができる。 $\hat{h}_{im} \geq 0$ ($i=1, 2, 3$) を満足させる $[l, m, n]$ の組は, 少なくとも一つの $\hat{h}_{im}$ が 0 になる場合を除いて, ただ一つ存在する。

6. 指先力の操り力と握力への分解

この章では, 与えられた指先力を操り力と握力に分解する方法を示す。

いま, $\mathbf{r}_i, \mathbf{a}_i, \mu_i$ ($i=1, 2, 3$), および指先力 $\mathbf{F}$ が与えられ, この $\mathbf{F}$ が適当な把握モード α の操り力 $\mathbf{F}_m$ と握力 $\mathbf{F}_g$ の和として表わされるとする。このとき次式が成り立つ。

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_m = \mathbf{B}\mathbf{H} \quad (56)$$

ここで

$$\mathbf{B} \triangleq [\mathbf{G}\mathbf{M}] \quad (57)$$

$$\mathbf{H} \triangleq [\mathbf{h}_g^T \ \mathbf{h}_m^T]^T \quad (58)$$

さて, $\mathbf{F}$ を分解するアルゴリズムを以下に示す。

1) 与えられた $\mathbf{r}_i, \mathbf{a}_i, \mu_i$ ($i=1, 2, 3$) の組に対して, すべての実現可能な把握モードを見つけ出す。

2) 1) で得られた把握モードの中から一つを選択する。そして 8通りの $[l, m, n]$ ($l, m, n=1$ or 0) に対して, 次式により $\hat{\mathbf{H}} = [\hat{\mathbf{h}}_g^T \ \hat{\mathbf{h}}_m^T]^T$ を計算する。

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{F} \quad (59)$$

3) $\hat{\mathbf{H}}$ の中から $\hat{h}_{ig} \geq 0$ ($i=1, 2, 3$), かつ $\hat{h}_{im} \geq 0$ ($i=1, 2, 3$) であるような $[l, m, n]$ の組を見つける。そしてこのときの $\hat{\mathbf{H}}$ を $\mathbf{H}$ とする。この $[l, m, n]$ の組と $\mathbf{H}$ を用いて得られる, $\mathbf{F}_m = M\mathbf{h}_m$, $\mathbf{F}_g = \mathbf{G}\mathbf{h}_g$ が, 指先力を分解するときの操り力および握力である。

4) ステップ 2), およびステップ 3) をすべての実現可能な把握モードに対して繰返す。

指先力の分解は, 必ずしも一意に定まるとは限らないことに注意されたい。また逆に, 指先力を分解できない場合もある。指先力の分解の簡単な例を以下に示す。対象物を直径 7.5 の円柱とし, その軸が対象物座標系 Σ_0 の z 軸に一致しているとする。また, 三つの接触点 C_i の位置ベクトル $\mathbf{r}_i$ と指先力 $\mathbf{f}_i$ が次式で与えられているとする。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= [0.0 \ -7.5 \ 0.0]^T, \quad \mathbf{f}_1 = [0.0 \ 5.0 \ 0.0]^T \\ \mathbf{r}_2 &= [6.0 \ 4.5 \ 0.0]^T, \quad \mathbf{f}_2 = [-1.5 \ -1.0 \ 0.0]^T \\ \mathbf{r}_3 &= [-6.0 \ 4.5 \ 0.0]^T, \quad \mathbf{f}_3 = [6.0 \ -4.0 \ 0.0]^T \end{aligned} \quad (60)$$

このとき把握平面 Q は Σ_0 の xy 平面と一致し,

$\mathbf{a}_i$ は

$$\mathbf{a}_1 = [0.0 \ 1.0 \ 0.0]^T$$

$$\mathbf{a}_2 = [-0.8 \ -0.6 \ 0.0]^T$$

$$\mathbf{a}_3 = [0.8 \ -0.6 \ 0.0]^T \quad (61)$$

となる。そして $\mu_i = 0.4$ と仮定する。このとき, 上述のアルゴリズムを用いると, 把握モード $[++ +]$ の操り力, および握力が得られ, 次式で表わされる。

$$\mathbf{f}_{1m} = [1.2 \ 0.6 \ 0.0]^T, \quad \mathbf{f}_{1g} = [-1.2 \ 4.4 \ 0.0]^T$$

$$\mathbf{f}_{2m} = [0.0 \ 0.0 \ 0.0]^T, \quad \mathbf{f}_{2g} = [-1.5 \ -1.0 \ 0.0]^T$$

$$\mathbf{f}_{3m} = [3.3 \ -0.6 \ 0.0]^T, \quad \mathbf{f}_{3g} = [2.7 \ -3.4 \ 0.0]^T \quad (62)$$

これを Fig. 10 に示す。この分解と比較するために,

(4) 式に基づく $\tilde{\mathbf{F}}_m \triangleq [\tilde{\mathbf{f}}_{1m}^T \ \tilde{\mathbf{f}}_{2m}^T \ \tilde{\mathbf{f}}_{3m}^T]^T$ と $\tilde{\mathbf{F}}_g \triangleq [\tilde{\mathbf{f}}_{1g}^T \ \tilde{\mathbf{f}}_{2g}^T \ \tilde{\mathbf{f}}_{3g}^T]^T$ への分解, すなわち,

$$\tilde{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{F}}_m + \tilde{\mathbf{F}}_g \quad (63)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_m \triangleq \mathbf{A}^+ \mathbf{A}\mathbf{F} \quad (64)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_g \triangleq (\mathbf{E}_9 - \mathbf{A}^+ \mathbf{A})\mathbf{F} \quad (65)$$

を行い, Fig. 11 に示す。図において, $\tilde{\mathbf{f}}_{2g}$ の大きさが第 2 指の指先力 $\mathbf{f}_2$ 自身の大きさよりも大きいことに注意されたい。このため, $\tilde{\mathbf{F}}_g$ を握力と呼ぶことは不合理である。一方, Fig. 10 に示す分解結果はわれわれの直感と合うものであり, 本論文における操り力と握力の定義の妥当性を示している。

Fig. 10 An example of decomposition of fingertip force $\mathbf{F}$ into manipulating and grasping forces

Fig. 11 An example of decomposition of fingertip force $\mathbf{F}$ into $\tilde{\mathbf{F}}_m \triangleq \mathbf{A}^+ \mathbf{A}\mathbf{F}$ and $\tilde{\mathbf{F}}_g \triangleq \mathbf{F} - \tilde{\mathbf{F}}_m$

なお、3本指ハンドの操り力、握力を表わす(45)，(35)式と、2本指ハンドの場合の(8)，(9)式との対応関係を確認しておく。(45)，(35)式と同様に

$$\begin{bmatrix} f_{1m} \\ f_{2m} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} l \\ -(1-l) \end{bmatrix} h_m, \quad \begin{bmatrix} f_{1g} \\ f_{2g} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} h_g \quad (66)$$

とおき、与えられた f_1, f_2 に対して6章と同様の方法で $h_m (\in R^1) \geq 0, h_g (\in R^1) \geq 0$ を満足する l 、および h_m, h_g を求め、 h_m, h_g を(66)式に代入すると(8)，(9)式を得る。

7. 結 言

人間の手による対象物の操りの際の操り力と握力の概念を、3本指のロボットハンドによる対象物の操りに対して明らかにした。本論文で得られた主な結果を以下に示す。

1) 内力となる指先力に対して、幾何学的な意味の明確な、新しい表現方法を与えている。

2) 操り力と握力の定義を行い、それらの表現方法を与えている。また、把握モードの概念を導入している。

3) 与えられた指先力を操り力と握力に分解する方法を示し、数値例を用いて本論文の操り力と握力の定義の妥当性を示している。

本論文の結果は、多指ロボットハンドの制御方策の開発に用いることができる。また、複数のロボットアームによる対象物の協調的操り問題の解析にも有効であると思われる。特に、握力、および把握モードの概念は、さまざまな形状の対象物の確実な把握を考える際に必要な概念となるであろう。

最後に、本研究に対してご助言をいただいた、京都大学花房秀郎名誉教授、ならびに種々ご討論していただいた、京都大学工学部中村仁彦助手に深謝致します。

参 考 文 献

- 1) T. Okada: Object-Handling System for Manual Industry, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, SMC-9-2, 79/89 (1979)
- 2) H. Hanafusa and H. Asada: Stable Prehension by a Robot Hand with Elastic Fingers, Proc. 7th International Symposium on Industrial Robots, 361/368 (1977)
- 3) S.C. Jacobsen, et al.: The Version I UTA/MIT Dextrous Hand, Robotics Research, The Second International Symposium, MIT Press, 301/308 (1985)
- 4) J.K. Salisbury and J.J. Craig: Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues, International Journal of Robotics Research, 1-1, 4/17 (1982)
- 5) H. Kobayashi: Control and Geometrical Consideration for an Articulated Robot Hand, International Journal of Robotics Research, 4-1, 3/12 (1985)
- 6) T. Yoshikawa: Manipulability of Robotic Mechanisms, International Journal of Robotics Research, 4-1, 3/9 (1985)
- 7) H. Kobayashi: On the Articulated Hands, Robotics Research, The Second International Symposium MIT Press, 293/300 (1985)
- 8) H. Hanafusa, T. Yoshikawa, Y. Nakamura and K. Nagai: Structural Analysis and Robust Prehension of Robotic Hand-Arm System, Proc. '85 International Conference on Advanced Robotics, 311/318 (1985)
- 9) J. Kerr and B. Roth: Analysis of Multifingered Hands, International Journal of Robotics Research, 4-4, 3/17 (1986)
- 10) 児玉，須田：システム制御のためのマトリクス理論，計測自動制御学会，325/347 (1978)