周期時変系に対する離散時間モデル規範形適応制御

石 飛 光 章*・岩 井 善 太*・廣 本 恵 一*・村 崎 英 次*

Discrete-Time MRAC for Periodically Time-Varying Systems

Mitsuaki ISHITOBI*, Zenta IWAI*, Keiichi HIROMOTO* and Eiji MURASAKI*

This paper proposes a design method of a discrete-time model reference adaptive control system for periodically time-varying plants. The idea is based on the discrete-time Fourier transform theory that a periodic signal with period NT , where T is a sampling time, has only N distinct values of angular frequency.

Key Words: discrete-time model reference adaptive control, periodically time-varying system, Fourier transform theory

1. 緒 言

時不変系に対する MRACS の設計理論はほぼ確立され、最近では時変系に対する研究もみられる^{1)~3)}。

本論文では、時変系のなかでも特に重要な周期時変系に対して、離散時間 MRACS を設計する方法を提案する。その設計方法は離散フーリエ変換理論に基づいている。

本研究は従来の研究に比べ、つぎの特徴を有する。まず、文献1)では未知パラメータが定数と既知正弦波1成分の和として表わされていることを仮定し、また文献2)も未知パラメータが時間の関数となっていることを仮定しているが、これらの仮定が満たされる場合は少ないと考えられるのに対し、本論文で扱う、パラメータが周期変動する例は、工学の諸分野にしばしば現れることが指摘されている⁴⁾。一方、文献3)は本論文と同じ問題を扱っている。しかし時変パラメータを $a(t)$ (t : 時間) とすれば、その方法ではおのおの異なる N 個の値 $a(i), a(i+1), \dots, a(i+N-1)$, ($i=0, 1, \dots$) をそれぞれ同定するため、定係数系に比べ、収束に N 倍の時間がかかる。これに対し、本論文の方法では定係数系の場合と同様の収束速度を達成することができる。また、周期誤認による影響も少ない。

2. 問題の記述

制御対象は、入力、出力をそれぞれ u, y とする次の1入出力離散時間線形時変系であるとする。

$$A(t, z^{-1})y(t) = B(t, z^{-1})(z^{-1})^d u(t), \quad d \geq 1 \quad (2.1)$$

A, B は時間遅れ演算子 z^{-1} を用いた

$$A(t, z^{-1}) = 1 + a_1(t)z^{-1} + \dots + a_n(t)(z^{-1})^n,$$

$$|a_i(t)| < \infty, a_i(t+N) = a_i(t) \quad (2.2a)$$

$$B(t, z^{-1}) = b_0(t) + \dots + b_m(t)(z^{-1})^m,$$

$$|b_i(t)| < \infty, b_i(t+N) = b_i(t) \quad (2.2b)$$

なる、未知時変パラメータ a_i, b_i を有する既約多項式である。ここに N はパラメータの変動周期で既知と仮定する。また、次数 n, m およびむだ時間 d も既知と仮定する。さらに系(2.1)式の逆系は安定であり、かつ常に $b_0(t) \neq 0$ となっているものとする。

問題は、出力 y が有界な規範出力 y_r に追従するように適応制御系を構成することである。規範出力 $y_r(t+d)$ は時刻 t で入手可能であるとする。

3. 適応制御系

周期を N ステップとする未知時変パラメータ $\theta(t)$ は、離散フーリエ変換理論により、

$$\theta(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \{\alpha_k \cos(k\omega t) + \beta_k \sin(k\omega t)\},$$

$$\omega = 2\pi/N \quad (3.1)$$

$$\alpha_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \theta(j) \cos(k\omega j) \quad (3.2a)$$

$$\beta_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \theta(j) \sin(k\omega j) \quad (3.2b)$$

と有限なる N 個の周波数成分, $0, \omega, \dots, (N-1)\omega$ によって表わすことができる⁵⁾。ここで α_k, β_k は時刻 t によらない未知定数であるから、これを推定する同定機構を構成すればよいことになる。

上述の考えにより MRACS が構成される。

つぎの方程式を満たす多項式 R, S は一意に定まる。

$$R(t, z^{-1}) \cdot A(t, z^{-1}) + S(t, z^{-1})(z^{-1})^d = 1 \quad (3.3)$$

$$R(t, z^{-1}) = 1 + r_1(t)z^{-1} + \dots + r_{d-1}(t)(z^{-1})^{d-1}$$

* 熊本大学工学部 熊本市黒髪 2-39-1

* Faculty of Engineering, Kumamoto University, Kumamoto

(Received May 18, 1987)

(Revised August 3, 1987)

$$(3.4a)$$

$$S(t, z^{-1}) = s_0(t) + \dots + s_{n-1}(t)(z^{-1})^{n-1} \quad (3.4b)$$

(3.3) 式を $y(t+d)$ に作用させ (2.1) 式を用い, $R \cdot B$ ($= \sum r_i(t) b_j(t-i) z^{-(i+j)}$), S の各係数が周期 N の時変係数となることを考慮すれば

$$y(t+d) = R(t-l, z^{-1}) \cdot B(t-l, z^{-1}) u(t) + S(t-l, z^{-1}) y(t) \quad (3.5)$$

となる。ただし, $d' = \text{mod}(d, N)$, $l = N - d'$ 。そこで,

$$\theta_0(t) = b_0(t), \theta^T(t) = [\theta_1(t), \dots, \theta_{m+d-1}(t), \theta_{m+d}(t), \dots, \theta_{n+m+d-1}(t)], \zeta^T(t) = [u(t-1), \dots, u(t-m-d+1), y(t), \dots, y(t-n+1)]$$

($\theta_1, \dots, \theta_{m+d-1} : R \cdot B - \theta_0$ の係数, $\theta_{m+d}, \dots, \theta_{n+m+d-1} : S$ の係数) を定義すると

$$y(t+d) = \theta_0(t-l) u(t) + \theta^T(t-l) \zeta(t) \quad (3.6)$$

と (3.5) 式を書き直せる。本章の初めの記述から

$$\theta_i(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \{\alpha_{ik} \cos(k\omega t) + \beta_{ik} \sin(k\omega t)\},$$

$$i=0, \dots, n+m+d-1 \quad (3.7)$$

と表わされる。ここで α_{ik}, β_{ik} は定数である。そこで

$$\xi_{ik}(t) = \cos\{k\omega(t-l)\} \zeta_i(t), \zeta_0(t) = u(t)$$

$$\eta_{ik}(t) = \sin\{k\omega(t-l)\} \zeta_i(t),$$

$$k=0, \dots, N-1; i=0, \dots, n+m+d-1 \quad (3.8)$$

とおくと (ただし, 0 となる三角関数は除いておく),

$$y(t+d) = \sum_{i=0}^{n+m+d-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{\alpha_{ik} \xi_{ik}(t) + \beta_{ik} \eta_{ik}(t)\} \quad (3.9)$$

と表わされる。

さて, 各係数 α_{ik}, β_{ik} は未知であるから, 後述の調整則による同定値 $\hat{\alpha}_{ik}, \hat{\beta}_{ik}$ を用いて, 制御入力を

$$u(t) = - \left[\sum_{k=0}^{N-1} \{\hat{\alpha}_{0k}(t-l) \cos\{k\omega(t-l)\} + \hat{\beta}_{0k}(t-l) \sin\{k\omega(t-l)\}\} \right]^{-1} \\ \times \left[\sum_{i=1}^{n+m+d-1} \sum_{k=0}^{N-1} \{\hat{\alpha}_{ik}(t-l) \xi_{ik}(t) + \hat{\beta}_{ik}(t-l) \eta_{ik}(t)\} - y_r(t+d) \right] \quad (3.10)$$

と構成する。パラメータ調整則はここでは

$$R^{-1}(t) = \lambda R^{-1}(t-1) + \phi(t-d) \phi^T(t-d),$$

$$0 < \lambda \leq 1, R(0) > 0 \quad (3.11)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t-1) - R(t) \phi(t-d) \{\mathbf{r}^T(t-1) \phi(t-d) - y(t)\} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{r}^T(t) = [\hat{\alpha}_{00}(t), \dots, \hat{\alpha}_{0,N-1}(t), \hat{\beta}_{00}(t), \dots, \hat{\beta}_{0,N-1}(t),$$

$$\dots, \hat{\beta}_{n+m+d-1,N-1}(t)]$$

$$\phi^T(t) = [\xi_{00}(t), \dots, \xi_{0,N-1}(t), \eta_{00}(t), \dots, \eta_{0,N-1}(t),$$

$$\dots, \eta_{n+m+d-1,N-1}(t)]$$

とする。

このとき, 持続的励振 (PE) 条件の成立を仮定すれば全信号が有界で目的が達成される。証明は文献 3) と同様にしてできる。構成からわかるように収束速度は定係数系の場合と同じである。

4. 周期の誤認による影響

周期の誤認がある場合の制御性能への影響を, 同じ問題を扱った文献 3) の方法と比較する。文献 3) とはパラメータ同定方法が大きく異なるため, その差によって制御性能差が生じると考えられる。そこで以下では, パラメータ同定性能を比較する。

まず, プラントパラメータ周期を $N=2\pi/\omega$ と推測し,

$$\bar{a}(t) = a_0 \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

とそのパラメータをみなしたとき, 実際には

$$a(t) = a_0 \sin\{(1-\Delta)\omega t\}, |\Delta|: \text{微小正数} \quad (4.2)$$

であった場合を考える。時刻 t_0 における真値と推測値との差は

$$a(t_0) - \bar{a}(t_0) = a_0 [\sin\{(1-\Delta)\omega t_0\} - \sin(\omega t_0)] \quad (4.3)$$

となるが, このときの同定パラメータの真値と推測値との差が, つぎの同定時にどうかわるかを調べ, その変動が小さければ誤認の影響が小さいといえよう。

提案の方法で, つぎにこのパラメータの同定を行うのは t_0+1 のときでありそのときの真値推測値差は

$$a(t_0+1) - \bar{a}(t_0+1) = a_0 [\sin\{(1-\Delta)\omega(t_0+1)\} - \sin\{\omega(t_0+1)\}] \quad (4.4)$$

である。 $\sin(\omega t)$ に関する同定パラメータの, 真値からの誤差の変動を $\delta a_s(t_0)$ とおくと, これは (4.4) 式の $\sin\{\omega(t_0+1)\}$ の係数と (4.3) 式の $\sin(\omega t_0)$ の係数との差になる。すなわち $\cos(\Delta\omega) \doteq 1$, $\sin(\Delta\omega) \doteq \Delta\omega$ を考慮し

$$\delta a_s(t_0) = a_0 [\cos\{\Delta\omega(t_0+1)\} - 1 - \{\cos(\Delta\omega t_0) - 1\}] \\ \doteq -a_0 \Delta\omega \sin(\Delta\omega t_0) \quad (4.5)$$

となる。 $\cos(\omega t)$ に関する同定パラメータの誤差の変動 $\delta a_c(t_0)$ についても同様にして次式を得る。

$$\delta a_c(t_0) \doteq -a_0 \Delta\omega \cos(\Delta\omega t_0) \quad (4.6)$$

一方, 文献 3) の方法でつぎにこのパラメータの同定を行うのは t_0+N のときであり, 真値推測値差は

$$a(t_0+N) - \bar{a}(t_0+N) = a_0 [\sin\{(1-\Delta)\omega(t_0+N)\} - \sin\{\omega(t_0+N)\}] \quad (4.7)$$

である。同定パラメータの真値からの誤差の変動を $\delta a(t_0)$ とおくと, これは (4.7) 式と (4.3) 式との差になる。すなわち, $\cos(\Delta\omega N) \doteq 1$, $\sin(\Delta\omega N) \doteq \Delta\omega N$ を考慮し

$$\delta a(t_0) = a_0 [\sin(\omega t_0) \{\cos(\Delta\omega t_0) \cos(\Delta\omega N) - 1\} - \sin(\Delta\omega t_0) \sin(\Delta\omega N)]$$

$$\begin{aligned}
 & -\cos(\omega t_0) \{ \sin(\Delta\omega t_0)(\cos(\Delta\omega N) - 1) \\
 & + \cos(\Delta\omega t_0) \sin(\Delta\omega N) \}] \\
 & \doteq -a_0 \Delta\omega N \cos\{(1-\Delta)\omega t_0\} \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

となる。

以上より、(4.5)、(4.6)式の振幅に対し、(4.8)式の振幅は N 倍になり、提案の方法が変動が小さく、周期誤認による影響が小さいといえる。上述の議論は $k\omega(k=2, \dots, N-1)$ でも、また余弦関数でも同様である。

5. シミュレーション例

制御対象は、(2.1)式において $n=2$, $m=0$, $d=1$, $N=3$, $\omega=2\pi/3$ であり、つぎの未知パラメータを有しているとする。

$$a_1(t) = -1 + 0.2a_{10}(t), \quad a_{10}: \{0, 1, -1\} \text{ の繰返し}$$

$$a_2(t) = 0.25 + 0.05a_{20}(t), \quad a_{20}: \{1, -1, -1\} \text{ の繰返し}$$

$$b_0(t) = 0.5 + 0.1b_{00}(t), \quad b_{00}: \{0, -1, 1\} \text{ の繰返し}$$

規範出力は、振幅 0.1、周期 20 の矩形波入力 r が印加される次式の出力とする。

$$y_r(t+1) = 0.5y_r(t) + r(t) \quad (5.1)$$

設計パラメータとして $\lambda=0.9$, $R(0)=I$, $\hat{a}_{00}(0)=0.5$, $\hat{a}_{10}(0)=1.0$, $\hat{a}_{20}(0)=-0.25$, 他 $=0$ としたときの出力を Fig. 1(a) に示す。比較のため、調整則を本論文と同じとし、 $\lambda=0.9$, $R(0)=I$, 同定パラメータ初期

(a) Proposed method

(b) Shinnaka and Suzuki's method

Fig. 1 Output

(a) Proposed method

(b) Shinnaka and Suzuki's method

Fig. 2 Output error

値も同等となるように与えた文献3)の方法の出力を Fig. 1(b) に示す。図より文献3)の方法に比べ収束速度がよいことがわかる。つぎにパラメータ周期が実際には 3.006 であるときの出力誤差を Fig. 2 に示す。 $\lambda=0.9$, $R(0)=1000I$ としている。周期誤認による影響も提案の方法が小さいことがわかる。

6. 結 言

本論文では、周期変動係数系に対する離散時間 MRACS の設計方法を提案した。従来の研究に比べ、収束速度がすぐれる、周期誤認による影響が小さいなどの特徴を有している。周期誤認などを考慮した設計方法の確立は、今後に残された重要な課題である。

参 考 文 献

- 1) 大川不二夫：周期変動係数を有する線形時変系に対する MRACS の一設計，計測自動制御学会論文集，**21-1**, 90/92 (1985)
- 2) X. Xianya and R. J. Evans: Discrete-Time Adaptive Control for Deterministic Time-Varying Systems, Automatica, **20-3**, 309/319 (1984)
- 3) 新中，鈴木：周期時変系に対する離散時間適応制御，計測自動制御学会論文集，**22-7**, 733/738 (1986)
- 4) 吉井，箱守：線形周期係数系の特性乗数配置，計測自動制御学会論文集，**21-12**, 1255/1260 (1985)
- 5) 森下，小畑：信号処理，計測自動制御学会 (1982)