可制御性と可観測性に着目したロボットアームの性能評価[†]

岩 月 正 見*・川 又 政 征*・樋 口 龍 雄*

Performance Evaluation of Robot Arms from the Viewpoint of Controllability and Observability

Masami IWATSUKI*, Masayuki KAWAMATA* and Tatsuo HIGUCHI*

This paper proposes performance indices of robot arms from a new viewpoint of the degrees of controllability and observability. The definitions of the controllability, observability and output-controllability Gramians of linear systems are given to show these degrees, and the physical meanings of these Gramians are explained. Using the products of the eigenvalues of these Gramians, the controllability, observability and output-controllability gains are proposed as the measures of performance evaluation of robot arms. Furthermore, it is shown that manipulability and dynamic manipulability can be obtained as the degrees of observability and output-controllability. As a numerical example, a two link arm is evaluated using the controllability, observability and output-controllability measures.

Key Words: robot arm, performance evaluation, controllability, observability, output-controllability

1. ま え が き

線形システム理論において、内部状態と入出力との結びつきを示す可制御性と可観測性の概念は、状態空間法によるシステム解析の出発点といえる本質的かつ基礎的なものである。従来、可制御性と可観測性という概念は、対象となるシステムが可制御あるいは可観測であるか否かを判別することによって、そのシステムの特徴を調べようとするものであった。しかし、システムの構造的性質をより綿密に把握するためには、

このような二者択一的な判別だけでは不十分である。そこで、状態空間の可制御性と可観測性の“強さ”と呼ばれる量を新しく導入する必要がある。

ディジタル信号処理の分野において、可制御性と可観測性の強さという概念は、有限語長に起因する問題を統一的に取り扱うために重要なものとなっていることが知られている¹⁾。また、B.C. Moore は、線形システム理論の分野において、このような可制御性と可観測性の強さに着目して平衡形実現と呼ばれる標準構造の一つを提案し、モデル低次元化の手法に応用した²⁾。さらに、著者らは、可制御性と可観測性の強さが、システムの感度と密接に関連していることを明らかにした³⁾。

一方、ロボットアームの性能評価を目的として、最近、いくつかの評価基準が提案されている^{4)~9)}。その中の代表的なものに、アームの機構的な操作のしやすさを表わす可操作性^{6)~8)}と、さらにアームの動特性を考慮した動的可操作性⁹⁾がある。これらの評価基準は、関節の変化あるいは駆動トルクのエネルギーが一定のとき、アームの手先をいかに自由に動かせるかを示す尺度である。また、このほかにロボットアームの線形近似モデルに基づいて、機構的・動特性的な評価手法が提案されている⁹⁾。しかし、そこでの評価基準は、ロボットアームに固有な観点から導出されており、システム理論的な観点から厳密にみると不めいりような点がある。

本論文では、システム理論的に厳密かつ統一的な観点から、ロボットアームの性能評価を行うことを提案する。まず、ロボットアームの性能評価の尺度となる可制御性、可観測性および出力可制御性グラミアン¹⁰⁾の定義とその物理的意味について述べる。つぎに、駆動トルク、手先の位置姿勢および関節変数を、それぞれ入力、出力および状態変数とみなして、ロボットアーム

[†] 第 8 回 Dynamical System Theory シンポジウムで発表 (昭 60・12)

* 東北大学工学部 仙台市荒巻字青葉

* Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai

(Received May 10, 1986)

(Revised September 3, 1986)

ムの線形近似モデルを導く。この線形近似モデルから、それぞれ三つのグラミアンを求め、その固有値の積をロボットアームの評価基準として提案する。さらに、従来提案されている可操作性と動的操作性が、それぞれ可観測性と出力可制御性から導出されることを明らかにする。最後に、これらの評価基準に基づいて、2自由度アームの具体的な性能評価を行う。

2. 可制御性、可観測性および出力可制御性 グラミアンの定義とその物理的意味

まず、可制御性、可観測性および出力可制御性の強さを定量的に表現するために重要な可制御性、可観測性および出力可制御性グラミアンの定義とその物理的意味について説明する。

n 次 m 入力 r 出力線形システムは、つぎの状態方程式で表わされる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (1.b)$$

ここで、 $x(t)$ は、 n 次状態変数ベクトルであり、 $u(t)$ と $y(t)$ は、それぞれ m 次、 r 次ベクトルである。上式で表わされるシステムの可制御性、可観測性および出力可制御性グラミアンの定義とその物理的意味を以下に列挙する。

i) 可制御性グラミアン

(1) 式で表わされるシステムが可制御であるための必要十分条件は、次式で定義される可制御性グラミアンが正則となることである。

$$K(T) = \int_0^T e^{At} B B' e^{A't} dt \quad (2)$$

ただし、行列の肩のプライム記号は転置を表わす。したがって、上式の正則性を調べることにより、システムの可制御性の判別ができる。さらに、可制御性グラミアンの固有値の大きさは、入力が状態へ及ぼす影響の度合を表わしている。すなわち、その固有値の大きさを調べることにより、システムの可制御性の強さを知ることができる。

入力エネルギーが有限、すなわち

$$\left[\int_0^T \|u(t)\|^2 dt \right]^{1/2} \leq 1 \quad (3)$$

と仮定すると、原点 $x(0)=0$ から時間 $[0, T]$ で到達可能な状態空間の領域 x_e は、次式で表わされるような楕円体に制限されることが知られている²⁾。

$$x_e' K^{-1}(T) x_e \leq 1 \quad (4)$$

したがって、有限の入力エネルギーで到達可能な状態空間の領域は、楕円体の体積が大きいほど広がる。また、可制御性グラミアンの固有値の平方根が、楕円

体の主軸の長さを表わしていることから、大きい固有値に対応する固有ベクトルの主軸方向には、状態を制御しやすいといえる。

ii) 可観測性グラミアン

同様に、システムが可観測であるための必要十分条件は、次式で定義される可観測性グラミアンが正則となることである。

$$W(T) = \int_0^T e^{A't} C' C e^{At} dt \quad (5)$$

したがって、上式の正則性を調べることにより、システムの可観測性を判別できる。さらに、可観測性グラミアンの固有値の大きさは、状態が出力へ及ぼす影響の度合を表わしている。すなわち、その固有値の大きさを調べることにより、システムの可観測性の強さを知ることができる。

$u(t)=0$ のとき、時間 $[0, T]$ において出力エネルギーとして、

$$\left[\int_0^T \|y(t)\|^2 dt \right]^{1/2} \geq 1 \quad (6)$$

を生じさせるような初期状態の占めるべき領域 x_e は、次式で表わされるような楕円体の外側に制限されることが知られている²⁾。

$$x_e' W(T) x_e \geq 1 \quad (7)$$

したがって、ある程度以上の出力エネルギーを生じさせるために必要な状態空間の領域は、楕円体の体積が小さいほど広がる。また、可観測性グラミアンの固有値の逆数の平方根が、楕円体の主軸の長さを表わしていることから、大きい固有値に対応する固有ベクトルの方向の状態は、観測しやすいといえる。

iii) 出力可制御性グラミアン

システムが出力可制御であるための必要十分条件は、次式で定義される出力可制御性グラミアンが正則になることである。

$$Q(T) = \int_0^T C e^{At} B B' e^{A't} C' dt \quad (8)$$

したがって、上式の正則性を調べることにより、システムの出力可制御性を判別できる。さらに、出力可制御性グラミアンの固有値の大きさは、入力が出力へ及ぼす影響の度合を表わしている。すなわち、その固有値の大きさを調べることにより、システムの出力可制御性の強さを知ることができる。

i) と同様に、入力エネルギーが有限であるとして、(3) 式と $x(0)=0$ を仮定すると、初期出力 $y(0)=0$ から時間 $[0, T]$ で到達可能な出力空間の領域 y_e は、次式で表わされるような楕円体に制限される。

$$y_e' Q(T) y_e \leq 1 \quad (9)$$

したがって、有限の入力エネルギーで到達可能な出力空間の領域は、楕円体の体積が大きいほど広がる。また、出力可制御性グラミアン固有値の平方根は、楕円体の主軸の長さを表わしていることから、大きい固有値に対応する固有ベクトルの方向には、出力を制御しやすいといえる。

3. ロボットアームの性能評価基準

3.1 ロボットアームの線形近似状態方程式

一般に、 n 自由度アームの運動方程式は、つぎのように表わされる。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + \Gamma\dot{\theta} + g(\theta) = \tau \quad (10)$$

ここで、 $\theta \in \mathbf{R}^n$ は関節変数ベクトル、 $\tau \in \mathbf{R}^n$ は駆動力ベクトル、 $M(\theta) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ は慣性行列、 $h(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbf{R}^n$ は遠心力およびコリオリ力を表わすベクトル、 $\Gamma \in \mathbf{R}^{n \times n}$ は粘性摩擦行列、 $g(\theta) \in \mathbf{R}^n$ は重力を表わすベクトルである。

(10)式から、ロボットアームの非線形状態方程式として次式を得る。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ -M^{-1}(\theta)h(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(\theta)\tau \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここで、

$$\hat{h}(\theta, \dot{\theta}) = h(\theta, \dot{\theta}) + \Gamma\dot{\theta} + g(\theta) \quad (12)$$

とおいた。また、出力として、アームの手先の位置姿勢を表わすベクトル $p \in \mathbf{R}^r$ をとると、 p は関節変数ベクトル θ の関数として表わされ、次式のような出力方程式を得る。

$$p = f(\theta) \quad (13)$$

(11)式と(13)式は、非線形方程式であるから、前章で定義した三つのグラミアンを求めることはできない。そこで、線形近似モデルを導く。ある平衡点 $(\theta_0, \dot{\theta}_0, \tau_0, p_0)$ 近傍で(11)式と(13)式を線形化すると、

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta\theta \\ \delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -\frac{\partial M\hat{h}}{\partial\theta} \Big|_{\theta=\theta_0, \dot{\theta}=\dot{\theta}_0} & -\frac{\partial M\hat{h}}{\partial\dot{\theta}} \Big|_{\theta=\theta_0, \dot{\theta}=\dot{\theta}_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\theta \\ \delta\dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M(\theta_0) \end{bmatrix} \delta\tau \quad (14.a)$$

$$\delta p = [J(\theta_0) \ 0] \begin{bmatrix} \delta\theta \\ \delta\dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (14.b)$$

という $2n$ 次の n 入力 r 出力線形状態方程式を得る。ここで、 $\delta\theta = \theta - \theta_0$ 、 $\delta\dot{\theta} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_0$ 、 $\delta\tau = \tau - \tau_0$ 、 $\delta p = p - p_0$ である。また、 $J(\theta)$ は、次式で定義される。

$$J(\theta) = \partial f(\theta) / \partial \theta \quad (15)$$

上式は、ヤコビ行列と呼ばれ、ロボットアームの機構評価の基準として、重要な役割を果たしている。

(14)式で表わされる線形近似モデルの可制御性、可観測性および出力可制御性グラミアンの固有値の大き

さが、駆動トルクと関節、関節と手先の位置姿勢、および駆動トルクと手先の位置姿勢の間の結びつきの強さをそれぞれ表わしている。したがって、これらグラミアンの固有値を用いることにより、ロボットアームの性能評価が可能となる。

ここでは、ロボットアームの運動を解析するうえで、最も基本的な場合である、無重力で、摩擦力はなし、すなわち

$$g(\theta) = 0, \Gamma = 0 \quad (16)$$

とする。また、初期状態において、ロボットアームは静止している、すなわち

$$\dot{\theta}_0 = 0 \quad (17)$$

として評価基準を求める。このとき、(12)式より、

$$\hat{h}(\theta, \dot{\theta}) = h(\theta, \dot{\theta}) + \Gamma\dot{\theta} + g(\theta) = 0 \quad (18)$$

となる。したがって、(14)式で表わされる線形近似モデルは、次式のように簡単になる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta\theta \\ \delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & I_n \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \delta\theta \\ \delta\dot{\theta} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(\theta_0) \end{bmatrix}}_B \delta\tau \quad (19.a)$$

$$\delta p = \underbrace{[J(\theta_0) \ 0]}_C \begin{bmatrix} \delta\theta \\ \delta\dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (19.b)$$

このとき、状態遷移行列 e^{At} は、

$$\begin{aligned} e^{At} &= I_{2n} + At + \frac{A^2}{2!}t^2 + \cdots + \frac{A^k}{k!}t^k + \cdots \\ &= I_{2n} + At \quad (\because A^k = 0, k \geq 2) \end{aligned} \quad (20)$$

となる。

3.2 可制御性、可観測性および出力可制御性ゲイン

(19)式と(20)式で表わされる状態方程式から、可制御性、可観測性および出力可制御性グラミアンは、以下のように導かれる。

i) 可制御性グラミアン $K(T)$

(2)式、(19)と(20)式から、

$$\begin{aligned} K(T) &= \int_0^T e^{A't} B B' e^{A't} dt \\ &= \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} \otimes M^{-1}(\theta_0) M^{-1'}(\theta_0) \end{aligned} \quad (21)$$

を得る。ここで、 $\otimes$ はクロネッカ積を表わす。

ii) 可観測性グラミアン $W(T)$

同様に、(5)式、(19)と(20)式から、

$$\begin{aligned} W(T) &= \int_0^T e^{A't} C' C e^{A't} dt \\ &= \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} \otimes J(\theta_0) J'(\theta_0) \end{aligned} \quad (22)$$

を得る。

iii) 出力可制御性グラミアン $Q(T)$

(8)式, (19)と(20)式から,

$$Q(T) = \int_0^T C e^{A_t} B B' e^{A^{*t}} C' dt \\ = (T^3/3) \cdot J(\theta) M^{-1}(\theta) M^{-1'}(\theta) J'(\theta) \quad (23)$$

を得る.

以上, 三つのグラミアンに基づいて, ロボットアームの性能評価を行う. ロボットアームの操作性の良さを評価するためには, 関節あるいは手先の動作範囲の広さを知ることが重要となる. したがって, ここではロボットアームを定量的に評価する尺度として, 前章で述べた楕円体の体積すなわちグラミアンの行列式(固有値の積)を用いる.

以下で, それぞれ三つの行グラミアンから, 可制御性, 可観測性および出力可制御性ゲインを定義する. 可制御性と出力可制御性ゲインは, 楕円体の体積に比例し((4)式および(9)式参照), 可観測性ゲインは, 逆比例する((7)式参照).

i) 可制御性ゲイン $q_k(\theta)$

(21)式で表わされる可制御性グラミアン $K(T)$ の行列式は,

$$\det[K(T)] = (T^4/12) \cdot \{\det[M^{-1}(\theta)M^{-1'}(\theta)]\}^2 \quad (24)$$

となる. したがって, 上式は, 時刻 T で表わされる項と慣性行列 M の逆行列で表わされる項との積で与えられる. ここで, 時刻 T の項は, ロボットアームの性能とは本質的に無関係であるから, 比例定数として分離する. すなわち, 可制御性の強さの度合を表わす評価基準として, 可制御性ゲイン q_k を次式で定義する.

$$q_k(\theta) = \det[M^{-1}(\theta)M^{-1'}(\theta)] \quad (25)$$

上式の値が大きいくほど, 駆動トルク(入力)から関節変数(状態)へ及ぼす影響が大きく, 小さな駆動トルクのエネルギーで, 相対的に大きく関節を動かせるといえる.

ii) 可観測性ゲイン $q_w(\theta)$

(23)式で表わされる可観測性グラミアン $W(T)$ の行列式は,

$$\det[W(T)] = (T^4/12) \cdot \{\det[J'(\theta)J(\theta)]\}^2 \quad (26)$$

となる. 上式は, 時刻 T で表わされる項とヤコビ行列で表わされる項との積で与えられる. i)と同様に, 可観測性の強さの度合を表わす評価基準として, 可観測性ゲイン q_w を次式で定義する.

$$q_w(\theta) = \det[J'(\theta)J(\theta)] \quad (27)$$

上式の値が大きいくほど, 関節変数(状態)から手先の位置姿勢(出力)へ及ぼす影響が大きく, 小さな関節の変化で, 相対的に大きく手先を動かせるといえる.

iii) 出力可制御性ゲイン $q_q(\theta)$

(23)式で表わされる出力可制御性グラミアン $Q(T)$ の行列式は,

$$\det[Q(T)] = (T^3/3) \cdot \det[J(\theta)M^{-1}(\theta)M^{-1'}(\theta)J'(\theta)] \quad (28)$$

となる. i), ii)と同様に, 出力可制御性の強さを表わす評価基準として, 出力可制御性ゲイン q_q を次式で定義する.

$$q_q(\theta) = \det[J(\theta)M^{-1}(\theta)M^{-1'}(\theta)J'(\theta)] \quad (29)$$

上式の値が大きいくほど, 駆動トルク(入力)から手先の位置姿勢へ及ぼす影響が大きく, 小さな駆動トルクのエネルギーで, 相対的に大きく手先を動かせるといえる.

以上, 三つのゲインは, 関節あるいは手先の動作範囲の広さを定量的に示す尺度であり, 楕円体の体積を表現している. しかし, 楕円体の形状がある極端な方向に伸びているような場合, その等方性を考慮する必要がある⁶⁾. したがって, このような場合は行列式だけでなく, 条件数なども調べることが望ましい.

3.3 可操作性と動的可操作性

ロボットアームの性能評価の基準として, 従来提案されている可操作性^{6),7)}と動的可操作性⁸⁾は, 関節の変化あるいは駆動トルクのエネルギーを一定としたときの手先の操作のしやすさを表わしている. このような概念は, 入出力と内部状態の結びつきの強さを表わす可制御性, 可観測性および出力可制御性の強さから説明できると考えられる. 実際, 可操作性は可観測性の強さから, 動的可操作性は出力可制御性の強さから説明できることが明らかとなる.

可操作性を表わす尺度として, 次式で定義される可操作度⁶⁾がある.

$$w = \sqrt{\det[JJ']} \quad (30)$$

(27)式と比較してわかるように, 上式は, 可観測性ゲイン q_k の平方根に等しい. 可操作性とは, 関節の変化によって, いかに自由に手先を動かせるかという尺度である. したがって, 関節(状態)の少しの変位で, いかに大きく手先(出力)を動かせるかという可観測性の概念から, 可操作性は明確に説明できる.

また, 動的可操作性は, ロボットアームの動力学的要素を考慮に入れた評価基準であり, その尺度として, 次式で定義される動的可操作度⁸⁾がある.

$$w_d = \sqrt{\det[J(M'M)^{-1}J']} \quad (31)$$

(29)式と比較してわかるように, 上式は, 出力可制御性ゲイン q_q の平方根に等しい. 動的可操作性とは, 各関節を駆動するアクチュエータが一定の力で手先の位置姿勢を変えようとするときの動かしやすさを表わしている. したがって, 駆動トルク(入力)から手先

の位置姿勢（出力）へ及ぼす影響の度合を表わす出力可制御性の概念から、動的可操作性は説明できる。

4. 2自由度アームの性能評価

前章で提案した三つの評価基準をもとに、Fig. 1 に示すような2自由度アームについて、具体的な評価を行う。ここで、 m_i はリンク i の質量、 l_i はリンク i の長さ、 l_{g_i} はリンク i の質量中心の位置、 I_i はリンク i の慣性モーメントとした。

慣性行列 M は次式で表わされる。

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (32)$$

ここで、

$$M_{11} = I_1 + I_2 + m_1 l_{g1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{g2}^2 + 2l_1 l_{g2} c_2) \quad (33. a)$$

$$M_{12} = M_{21} = I_2 + m_2 (l_{g1}^2 + l_1 l_{g2} c_2) \quad (33. b)$$

$$M_{22} = I_2 + m_2 l_{g2}^2 \quad (33. c)$$

である。また、手先の位置 $p = [p_1, p_2]'$ を出力すると、ヤコビ行列 J は次式のようになる。

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix} \quad (34)$$

ただし、 $c_i = \cos \theta_i$, $s_i = \sin \theta_i$, $c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$, $s_{12} =$

Fig. 1 Two degrees of freedom arm

Fig. 2 Controllability gain g_k as a function of θ_{12}

$\sin(\theta_1 + \theta_2)$ とする。

Fig. 2 に、リンク 1 とリンク 2 の相対的な関節角 θ_{12} をパラメータとしたときの 2 自由度アームの可制御性ゲイン g_k の変化を示す。この図からわかるように、相対角 θ_{12} が 90° のとき、 g_k は最小となり、可制御性すなわち駆動トルクの関節に及ぼす影響が最小となっている。

つぎに、可観測性ゲイン g_w の変化の様子を Fig. 3 に示す。可制御性ゲインとは逆に、相対角 θ_{12} が 90° のとき、 g_w は最大となり、可観測性すなわち関節から手先に及ぼす影響が最大となっていることがわかる。

最後に、出力可制御性ゲイン g_q の変化の様子を Fig. 4 に示す。可観測性ゲインと同様に、相対角 θ_{12} が 90° のとき、 g_q は最大となり、出力可制御性すなわち駆動トルクから手先に及ぼす影響が最大となる。

可制御性と可観測性は双対な概念であるから、Fig. 2, 3 からわかるように、可制御性ゲインと可観測性ゲインの変化の様子は、逆の傾向を示している。また、出力可制御性ゲインは、可制御性ゲインと可観測性ゲインの積としても得られ、二つを総合した評価基準である。したがって、Fig. 1 に示されるような 2 自由度アームを用いる場合、Fig. 4 からアームの相対角がほぼ $60^\circ \sim 120^\circ$ の範囲で作業させることが望ましい

Fig. 3 Observability gain g_w as a function of θ_{12}

Fig. 4 Output-controllability gain g_q as a function of θ_{12}

といえる。

5. あとがき

システムの解析を行ううえで重要な基準となる状態空間の可制御性と可観測性の強さを測度として、ロボットアームの性能評価が可能となることを明らかにした。

まず、可制御性、可観測性および出力可制御性ゲインを、ロボットアームの三つの評価基準として提案した。さらに、可操作性と動的操作性が、それぞれ可観測性と出力可制御性の強さの概念と一致していることを見出した。最後に、具体的な例として、2自由度アームの評価を行った。

著者らは先に、状態空間の可制御性と可観測性が、パラメータ変動に対するシステムの感度と密接に結びついており、雑音や誤差に対して低感度なシステムを合成する際にも重要な評価基準となっていることを示した³⁾。したがって、この考えをロボットアームの設計に応用すれば、ここで提案した評価基準を用いることにより、雑音や誤差による作業軌道の変動の問題などにも対処できるであろう。

参考文献

- 1) 樋口, 川又: 状態空間デジタルフィルタの有限語長実現問題, 計測と制御, **22-12**, 991/1004 (1985)
- 2) B. C. Moore: Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability and Model Reduction, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-26-1**, 17/32 (1981)
- 3) 川又, 岩月, 樋口: 線形システムにおける感度最小構造としての平衡形実現, 計測自動制御学会論文集, **21-9**, 900/906 (1985)
- 4) J. K. Salisbury and J. J. Craig: Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues, Int. J. of Robotics Research, **1-1**, 4/17 (1982)
- 5) 浅田: ロボットアーム動特性の幾何学的解法, 計測自動制御学会論文集, **19-6**, 500/505 (1983)
- 6) 吉川: ロボットアームの可操作度, 日本ロボット学会誌, **2-1**, 63/67 (1984)
- 7) 内山, 清水, 箱守: ヤコビ行列式によるロボットアームの機構評価, 計測自動制御学会論文集, **21-2**, 190/196 (1985)
- 8) 吉川: ロボットアームの動的操作性, 計測自動制御学会論文集, **20-9**, 970/974 (1985)
- 9) 小菅, 古田: マニピュレータの特性評価, 第13回制御理論シンポジウム資料, 11/14 (1984)
- 10) 岩月, 川又, 樋口: 可制御性と可観測性に着目したロボットアームの統一的性能評価, 第8回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 47/52 (1985)