量子化出力誤差が小さい DDC アルゴリズム[†]

榮 坂 俊 雄*・田 川 遼三郎*

DDC Algorithm with Small Quantization Output Error

Toshio EISAKA* and Ryoaburo TAGAWA*

When a digital computer is used as a controller of the control system, the error of the control variable due to finite wordlength implementation of the controller can not be avoided. This error is named 'Quantization Output error of the Controller (Q. O. C. for short)' in the present paper. The Q. O. C. causes an error of the controlled variable named 'Quantization Output error of the Over all system (Q. O. O. for short)', and this makes it difficult to complete precise control.

In this paper we point out that the magnitude of Q. O. O. depends on the algorithm of the controller. Then we indicate that the design of the DDC algorithm with small Q. O. O. is important in order to complete precise control. Furthermore, we propose a procedure for the DDC algorithm which may raise small Q. O. O..

We confirm the effect of the proposed procedure by simulation with two design examples.

Key Words: DDC algorithm, quantization output error, finite wordlength, robust design

1. ま え が き

近年、半導体技術などの発達に伴い、ディジタル計算機の性能が急速に向上し、有効に利用されている。しかし、システムが有限語長で実現されると、A/D変換による入力信号の量子化、内部係数の量子化、演算結果の丸め、などが原因となり出力に誤差を含むという問題を生ずる。この誤差は、一般に量子化誤差と呼ばれている。

本論文では、連続系の制御対象に対し、制御器としてディジタル計算機を用いる、ディジタル制御系にお

ける誤差を扱う。特に制御器の有限語長実現に起因する操作入力および制御量の誤差に着目し、それぞれ制御器の量子化出力誤差、制御系の量子化出力誤差と名付けた。

着目するシステムのフィードバックループ内の一部が有限語長で実現される場合、誤差が、フィードバックにより循環して複雑化、増大化する傾向がある。したがって、ディジタル制御系では、制御系の量子化出力誤差のため、所期の精度が得られない場合がある。一般に、制御系の量子化出力誤差は、計算機の語長の増加とともに減少する性質がある。しかし、高精度の制御が要求される場合や、処理速度、規模、コストなどの制御器に対する要望から、語長の短い計算機を使用する必要がある場合には、特にその影響は無視できないものとなる。

これまで、ディジタルフィルタにおける量子化誤差の解析に関する研究は、数多く行われている^{1),2)}。また樋口、Hwangらは量子化誤差が最小となる構造をもつディジタルフィルタの合成法を提案している^{3),4)}。橋本、Moroneyらは制御器の量子化出力誤差について論じ、制御則や誤差の種類を限定して、その解析を行っている^{5),6)}。しかし、制御系の量子化出力誤差に着目し、これが大きく現れない制御アルゴリズムの導出を行った研究はほとんどないと思われる。

量子化誤差および量子化出力誤差の大きさは、ともに、有限語長で実現したシステムのアルゴリズムに依存する性質がある。特に量子化出力誤差は、フィードバックにより循環するので、入力が出力に無関係に与えられるシステムの誤差である量子化誤差より、アルゴリズムに依存する性質が強いと思われる。一般に制御アルゴリズムは、目標値入力-制御量間のパルス伝達関数を指定しても一意には定まらず、無数の自由度がある。

本研究の目的は、この自由度を利用して、適切な制御アルゴリズムを選択することにより、制御系の量子

[†] 第24回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭60・7)

* 北海道大学工学部 札幌市北区北13条西8

* Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo

(Received June 23, 1986)

(Revised February 23, 1987)

化出力誤差が小さい制御アルゴリズムを導出できる可能性があることを指摘し、さらに、その制御アルゴリズムの、試行錯誤的設計の指針を与えることである。

最近、制御対象のパラメータ変動や非線形要素を等価的に外乱とみなし、この外乱から制御量までの伝達関数が 0 に近い制御器を設計することによって、ロバストな制御系が構成できることが、田川、高浜、白らによって示され、航空機やサーボモータを用いてその有効性が実証されている^{7)~9)}。これに対し本論文で扱う問題は、制御器の語長の短縮という特殊なパラメータ変動、および非線形要素に対し、不感制御アルゴリズムの導出を目指すものであるから、制御器に関するロバスト制御系構成問題として位置付けることができる。

本論文では制御器の量子化出力誤差が、目標値入力-制御量間の波形伝送の観点からは、操作入力に加わる外乱として扱えることに着目した。このとき制御系の量子化出力誤差は制御器の量子化出力誤差と、これと等価な外乱から制御量までのパルス伝達関数の積で記述できる。そこで、制御系の量子化出力誤差が小さい制御アルゴリズム設計の指針としてつぎの 2 段階からなる設計を提案する。

(1) 目標値入力-制御量間のパルス伝達関数が希望する値をもち、制御器の量子化出力誤差と等価な外乱から、制御量までのパルス伝達関数になるべく 0 に近い特性をもつ制御器を補償限界型制御器^{10), 11)}で実現する。

(2) (1) で得た制御器を、樋口らの方法^{9), 4)}を用いて、パルス伝達関数を保持したまま、制御器の量子化出力誤差が小さくなる構造に等価変換する。

また、本設計指針に基づいていくつかの設計を行い、シミュレーションによりその有効性を確認している。

2. 制御器の量子化出力誤差と制御系の量子化出力誤差

2.1 制御器の量子化出力誤差

制御系は、制御対象と制御器から構成される。制御器としてデジタル計算機を用いるデジタル制御系の設計では、制御器は無限語長であることを仮定しており、各信号は誤差のない理想的なものと考えている。しかし、制御アルゴリズムを実施する際には、制御器の出力信号は、有限語長表現により情報の欠落した係数と、信号間の演算結果の丸めによる誤差を含む。さらにその誤差は、フィードバックにより循環し、複雑になる。

本節では、制御器の量子化出力誤差を定式化する。そのためには、制御系における有限語長の制御器の出力と、制御器の入力を同じものとして無限語長の制御器に置き換えたときの出力の差をとればよい。以下に制御系における有限語長の制御器の状態方程式を示す。

$$\left. \begin{aligned} Z(k+1) &= \tilde{A} \cdot Z(k) + \tilde{B} \cdot [R(k)^T Y_*(k)^T]^T + \alpha(k) \\ U(k) &= \tilde{C} \cdot Z(k) + \tilde{D} \cdot [R(k)^T Y_*(k)^T]^T + \beta(k) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、 Z および U は、それぞれ有限語長制御器の状態変数および出力。 $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, $\tilde{C}$, $\tilde{D}$ は、無限語長の係数マトリクス A , B , C , D をそれぞれ語長制限して得られたマトリクス。 α , β はそれぞれ Z , U を計算する際の演算丸め誤差。 R は目標値入力。 Y_* は制御量を含めた制御対象の利用できる $s+1$ 次の出力であり、 R と Y_* が制御器の入力となる。また、 $[\]^T$ は転置を表す。

制御器の入力が (1) 式と同じとき、無限語長の制御器の状態方程式はつぎようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{Z}(k+1) &= A \cdot \bar{Z}(k) + B \cdot [R(k)^T Y_*(k)^T]^T \\ \bar{U}(k) &= C \cdot \bar{Z}(k) + D \cdot [R(k)^T Y_*(k)^T]^T \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで $\bar{Z}$, $\bar{U}$ は、それぞれ無限語長制御器の状態変数および出力である。

(1), (2) 式における出力の差を $\Delta U(k)$ とすると、これは次式を満たす。

$$\Delta U(k) = U(k) - \bar{U}(k) = \tilde{C} \cdot Z(k) - C \cdot \bar{Z}(k) + (\tilde{D} - D) \cdot [R(k)^T Y_*(k)^T]^T + \beta(k) \quad (3)$$

(3) 式において α は形式上消去されているが、 Z が α の関数であることに注意する。

本論文では、(3) 式で表わされた ΔU を、制御器の量子化出力誤差と呼ぶ。(3) 式より制御器の量子化出力誤差は目標値入力が有界であり、有限語長の制御器を用いた制御系が安定であるかぎり有界である。

これまでの議論から、有限語長の制御器を用いた制御系 (Fig. 1) は、無限語長の制御器を用いた制御系において、操作入力に制御器の量子化出力誤差が外乱として加わった系 (Fig. 2) と、初期状態と目標値入力が等しければ制御量が一致するという意味で等価である。このように制御器の量子化出力誤差とは、有限

Fig. 1 Control system using a finite wordlength controller

Fig. 2 Control system using an infinite wordlength controller

語長の制御器を用いた制御系の操作入力と、無限語長の制御器を用いた制御系の操作入力の差ではなく、両制御系を等価にするために、後者の制御系の操作入力に加えるべき信号（外乱）であることに注意されたい。

2.2 制御系の量子化出力誤差

Fig. 2 から、有限語長の制御器を用いた制御系における制御量を $Y(z)$ とすると、 $Y(z)$ はパルス伝達関数を用い、次式で記述される。

$$Y(z) = W_{RY}(z) \cdot R(z) + W_{\Delta UY}(z) \cdot \Delta U(z) \quad (4)$$

ただし $W_{RY}(z)$, $W_{\Delta UY}(z)$ は、それぞれ目標値入力から制御量、制御器の量子化出力誤差と等価な外乱から制御量までのパルス伝達関数である。また $Y(z)$, $R(z)$, $\Delta U(z)$ はそれぞれ、 $Y(k)$, $R(k)$, $\Delta U(k)$ を Z 変換したものである。

無限語長の制御器を用いた理想的な制御系においては $\Delta U(k) = 0$ であるから、制御量 $Y(k)$ は(4)式右辺第1項のみで表わされる。しかし、有限語長の制御器を用いた実際の制御系においては、制御器の量子化出力誤差が発生するため、右辺第2項で評価される誤差が制御量に加わる。本論文ではこれを、制御系の量子化出力誤差と呼ぶ。

3. 設計指針

前節で示したように制御系の量子化出力誤差は、 $W_{\Delta UY}$ と ΔU の積で表現しうる。したがってこの積が小さいアルゴリズムを設計することにより、制御系の量子化出力誤差が小さいアルゴリズムが導出できる。しかし、 ΔU は、形式上外乱とみなしているが、(3)式から明らかに、制御器の内部状態の関数であるから、 $W_{\Delta UY}$ および制御器の構造に依存する。したがって、 $W_{\Delta UY}$ と ΔU の積自体を小さくすることは、制御器の伝達行列と構造を、同時に考慮するという難解な問題となる。そこで本論文では、制御器の量子化出力誤差は、全系が安定で目標値入力が有界ならば発散することはない、 $W_{\Delta UY} = 0$ のときには制御系の量子化出力誤差は 0 となることを考慮し、 $W_{\Delta UY}$ なるべく 0 に近い制御アルゴリズムを得、さらにそれを、 W_{RY} , $W_{\Delta UY}$ を保持したまま、発生する制御

器の量子化出力誤差 ΔU が小さくなるような構造に等価変換する、という試行錯誤的設計の指針を提案する。

すなわち、制御系の量子化出力誤差が小さい DDC アルゴリズムを導出するにはつぎのような設計の指針が有効であると考ええる。

□ステップ1：補償限界型制御器^{10), 11)}（離散時間値系）を用い、目標値入力-制御量間のパルス伝達関数 W_{RY} を指定された値に保持しつつ、制御器の量子化出力誤差と等価な外乱-制御量間のパルス伝達関数 $W_{\Delta UY}$ なるべく 0 に近い制御アルゴリズムを導く。

□ステップ2：ステップ1で導いた制御アルゴリズムの安定部を樋口らの方法^{3), 4)}を利用して、 W_{RY} , $W_{\Delta UY}$ を保持したまま、制御器の量子化出力誤差 ΔU が小さくなるように等価変換する。■

$W_{\Delta UY}$ なるべく 0 に近い制御アルゴリズムを設計するために、制御器としては理論的に実現可能なすべての $W_{\Delta UY}$ を、 W_{RY} とは独立に実現できることが望ましい。このためステップ1では、「理論的に実現可能なすべての目標値入力-制御量間および外乱-制御量間の伝達関数を同時に実現できる」という特徴をもち、目標値入力-制御量間および外乱-制御量間の伝達関数を与えることによって制御器のパラメータを決定する方法が確立している補償限界型制御器^{10), 11)}（離散時間値系）を制御器として用いることが望ましい。

樋口らの方法とは、ディジタルフィルタの量子化誤差が、可制御グラミアンおよび可観測グラミアンと密接な関係にあることに着目し、これらを利用して、与えられたディジタルフィルタを、量子化誤差が最小になる構造に変換する等価変換行列を求めるアルゴリズムである^{3), 4)}。この方法による等価変換は、ディジタルフィルタの状態方程式における、係数行列の要素の大きさを、平均化する傾向がある。したがって制御器（しかもその安定な部分）だけに適用すると、制御系全系としてはかえってバランスをくずして制御器の量子化出力誤差が大きくなる可能性がある。しかし、ステップ1は、制御器の特性極を Z 平面の原点に近付ける効果があり、これは樋口らの方法の適用範囲を広げ、適用できない部分のゲインパラメータを小さくすることを意味する。したがって、ステップ1を行って、十分 $W_{\Delta UY}$ が小さい制御アルゴリズムを実現した後では、ステップ2は効果が期待できる。

4. 設計手順

本章では設計指針に基づく具体的な設計手順を示す。

4.1 ステップ 1

ステップ 1 では、なるべく 0 に近い W_{dUY} を指定する。 W_{dUY} の大きさを表わす基準は、ステップ 2 との関連からインディシャル応答の波高値の大きさとする。

制御器の量子化出力誤差の等価外乱から制御量までのパルス伝達関数として、理論的に実現可能なものは補償限界型制御器の理論^{10), 11)}から(5)式で表わされる。

$$W_{dUY}(z) = N_{UY} \cdot (z-1)^{p+1} \cdot \{z^a - [z^a] \cdot [L^*]\} / F(z) \quad (5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} F(z) = & D_p \cdot z^a \cdot (z-1)^{p+1} - [z^a] \cdot [M] \cdot N_{UY} \cdot \\ & \cdot (z-1)^{p+1} - D_p \cdot [z^a] \cdot [L^*] \cdot \\ & \cdot (z-1)^{p+1} + [(z-1)^p] \cdot [N] \cdot N_{UY} \end{aligned}$$

であり、制御系全系の特性多項式を表わす。

ここで、 p と a は補償限界型制御器の構造に関するパラメータであり、

$$[z^a] = [z^a \ z^{a-1} \ \dots \ 1],$$

$$[(z-1)^p] = [1 \ (z-1) \ \dots \ (z-1)^p]$$

を意味する。また

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{00} & \dots & M_{0s} \\ \vdots & & \vdots \\ M_{a0} & \dots & M_{as} \end{bmatrix},$$

$$[L^*] = [L_0^* \ \dots \ L_a^*]^T, \quad [N] = [N_1 \ \dots \ N_{p+1}]^T$$

は補償限界型制御器のパラメータ、 D_p 、 N_{UY} 、 N_{UY}^* はそれぞれ制御対象の操作入力・制御量間のパルス伝達関数の分母および分子多項式、操作入力・制御対象の利用できる出力間のパルス伝達関数の分子多項式ベクトルを意味する。

(5)式から明らかのように、 $W_{dUY} = 0$ となるための必要十分条件は 1 から a までのすべての整数 i に対し、 $L_i = 0$ となり、かつ $L_0 = 1$ となることである。しかし、 $L_0 = 1$ は、正のユニットフィードバックを意味する。また実現可能な $[L^*]$ には制限がある¹⁰⁾。したがって厳密には W_{dUY} を 0 にすることはできない。

そこで、 $[L^*]$ の制限を考慮し、(5)式の範囲で、

- 1) W_{dUY} の極を W_{RY} の極にたいし原点に近いものにする。
- 2) W_{dUY} の分子の係数をバランス良く小さくする。

という方針に従って決定し、なるべく 0 に近い W_{dUY} を得る。制御器の特性多項式は、 $(z-1)^{p+1} \cdot \{z^a - [z^a] \cdot [L^*]\}$ であるから¹⁰⁾、2) は制御器の極を z 平面の原点に近付ける効果がある。

このようにして指定した W_{dUY} と、設計仕様を満足する W_{RY} から、CAD¹²⁾などを利用して補償限界型

制御器のパラメータを導く。

4.2 ステップ 2

ステップ 2 は、安定な状態空間にしか適用できないので、ステップ 1 で設計した補償限界型制御器が不安定な特性極をもつときは、安定部を抽出する必要がある。このためにはフィードバックループを工夫して安定部を抽出する方法¹³⁾、制御器をジョルダン形式に変換する方法¹⁴⁾、などが考えられる。これらの方法により抽出した安定部を樋口らの方法^{3), 4)}を用いて等価変換したのち非安定部と結合して制御器を再構成する。

5. シミュレーション

本章では、4 章で提示した設計手順に基づいて設計を行い、シミュレーションによってその有効性を明らかにする。

5.1 設計例 1

(1) 制御対象

制御対象は、磁気浮上系を用いた¹⁵⁾。その離散状態方程式を次式に示す。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \\ X_3(k+1) \\ X_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.033 & 0.020 & -.46 \cdot 10^{-4} & -.698 \cdot 10^{-5} \\ 33.56 & 1.003 & -.0435 & -.850 \cdot 10^{-2} \\ 20.1 & 1.134 & 0.6854 & 0.1908 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ X_3(k) \\ X_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -.103 \cdot 10^{-5} \\ -.305 \cdot 10^{-2} \\ -.2303 \\ 1.0 \end{bmatrix} \times U(k) \\ & Y_* = \begin{bmatrix} Y(k) \\ \bar{Y}_1(k) \\ \bar{Y}_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(k) \\ X_2(k) \\ X_3(k) \\ X_4(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(2) 対照設計

この制御対象に対し、 $W_{RY}(z)$ を次式のように定めた。

$$W_{RY}(z) = \frac{.365 \cdot 10^{-3}(z+20.24)(z+.918)}{(z-.816+-j.2013)(z-.8)}$$

また $W_{dUY}(z)$ は、次式を指定した。

$$\begin{aligned} W_{dUY}(z) &= \frac{.00257(z-1)(z-7+-j15)(z+20.24)}{(z-.609+-j.213)(z-.816+-j.2013)(z-.8)} \end{aligned}$$

(3) ステップ 1

$W_{RY}(z)$ は、対照設計と同じものを指定し、 $W_{dUY}(z)$ はインディシャル応答の小さいものとして次式を指定し、補償限界型制御器を設計した。

$W_{dvy}(z)$

$$= \frac{.00257(z-1)(z-1.0048)(z+.0471)(z+20.24)}{(z-.609+-j.213)(z-.816+-j.2013)(z-.8)}$$

対照設計およびステップ 1 で指定した $W_{dvy}(z)$ のインディシャル応答を Fig. 3 に示す。

(4) ステップ 2

ステップ 1 で設計した補償限界型制御器の特性多項式は $(z-1)(z-1.0048)(z+.0471)$ である。そこで不安定極 1.0048 を安定極 0.9 として安定部を抽出し¹³⁾、それを樋口らの方法で等価変換した。

(5) シミュレーション結果

ステップ 1 の有効性を調べるために、対照設計およびステップ 1 で設計した各制御器と制御対象からなる

Fig. 3 Indicial responses of W_{dvy} of control design and step 1

(a)

(b)

Fig. 4 Indicial responses of the control system designed by ((a): control design, (b): step 1)

全系のインディシャル応答を比較した (Fig. 4(a), (b)).

ただし、このとき制御対象の状態方程式の計算は無限語長の近似として 4 倍精度で行った。これに対し制御アルゴリズムの計算は語長を 10 進の桁数で 5, 6, 7 digits に制限した。語長の制限は実際にはハードウェアによって実施されるのであるが、任意の語長を実現する計算機が存在しないため、シミュレーションとして、ソフトウェアによって語長の制限を行った。量子化誤差として、(1) A/D 変換による入力信号の量子化、(2) 制御器の係数の量子化、(3) 演算結果の丸め、の三つが考えられる。したがって語長の制限は、1) 入力信号 Y_* 、2) ゲインパラメータ、3) 乗算および加算を行った結果、に演算方式を 10 進の浮動小数点とし、量子化方法は四捨五入で行った。

Fig. 4 より、対照設計での 6 および 7 digits の応答がステップ 1 では 5 および 6 digits にそれぞれ相当しており、ステップ 1 によって制御器の語長を 10 進で 1 桁節約することができた。

Fig. 5 には、対照設計およびステップ 1 で設計した制御器のゲインパラメータを、36 digits から 5 digits に短縮したときの、全系の極の移動をそれぞれ示す。

(a)

(b)

Fig. 5 Poles movement of the control system caused by changes of wordlength of controller's gain parameters from 36 digits to 5 digits ((a): control design, (b): step 1)

Fig. 5よりステップ1によって、制御器のパラメータ変動に対して不感な構造をもつ制御器が設計できたことがわかる。

つぎにステップ2の有効性を調べるために、Fig. 4と同じ条件で、ステップ2で設計した制御器と制御対象からなる全系のインディシャル応答を求めた(Fig. 6)。

Fig. 4(a)における7 digitsの応答が、Fig. 6では5 digitsの応答に相当しており、ステップ2までの設計によって10進で2桁の節約が達成できた。

なお対照設計によって得た制御器を、樋口らの方法により変換して同様な応答を求めた結果、対照設計より入出力特性が悪化した。これは、対照設計によって得た制御器が、単位円の遠方に極をもつため、樋口らの方法を適用した結果、制御器の量子化出力誤差が逆に大きくなったことによる。

5.2 設計例 2

(1) 制御対象

次式に示す連続状態方程式をサンプリング時間0.2 s, ムダ時間0.1 sで離散化したものを制御対象とした。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{X}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times U(t) \\ Y_*(t) &= \begin{bmatrix} Y(t) \\ \bar{Y}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Fig. 6 Indicial responses of the control system designed by step 1+step 2

Fig. 7 Indicial responses of W_{duv} of control design and step 1

(2) 対照設計

$W_{RY}(z)$ と $W_{duv}(z)$ をそれぞれつぎのように指定した。

$$W_{RY}(z) = \frac{.012(z+4.79)(z-.915)(z-.822)}{(z-.685)(z-.766)(z-.866+-j.033)}$$

$$W_{duv}(z) = \frac{.0045(z-1)(z+4.79)(z+5.0)}{(z-.685)(z-.766)(z-.866+-j.033)}$$

(3) ステップ1

$W_{duv}(z)$ の小さいものとして次式を指定した。

$$W_{duv}(z) = \frac{.0045(z-1)(z+4.79)(z-1.06)}{(z-.685)(z-.766)(z-.866+-j.033)}$$

対照設計、ステップ1で指定した $W_{duv}(z)$ のインディシャル応答を Fig. 7 に示す。

(4) ステップ2

(a)

(b)

(c)

Fig. 8 Indicial responses of the control system designed by ((a): control design, (b): step 1, (c): step 1+step 2)

ステップ1で設計した補償限界型制御器の特性多項式は、 $(z-1)(z-1.06)$ となる。そこで不安定極 1.06を、安定極 0.9に置き換えて安定部を抽出し、それを樋口らの方法で等価変換した。

(5) シミュレーション

設計例1と同様な方法で、対照設計、ステップ1、ステップ2で設計した各制御器を用いて構成した制御系のインディシャル応答を計算した。その結果をそれぞれ、Fig. 8に示す。ただし、語長の制限は10進の桁数で2, 3, 4 digitsとした。

対照設計では、制御器の語長を2 digitsとすると、インディシャル応答に大きな定常偏差が残る。しかしステップ2まで設計を行うと、2 digitsでもほとんど無限語長の制御器を用いた制御系のインディシャル応答と変わらない応答を得ることができた。

以上二つの設計例によって本論文で提案する設計指針の有効性が確認できた。

6. あとがき

デジタル計算機を、制御系の制御器として用いる場合には、制御器の有限語長実現に起因する制御量の誤差（制御系の量子化出力誤差）が避けられないという問題がある。本稿では、この誤差が、制御器の量子化出力誤差 ΔU と制御器の量子化出力誤差と等価な外乱から制御量までのパルス伝達関数 $W_{\Delta UY}$ の積で記述できることを示した。そこで $W_{\Delta UY}$ がなるべく0に近いアルゴリズムを得、それをさらに ΔU が小さくなる構造に等価変換することによって制御系の量子化出力誤差が小さい制御アルゴリズムを導出するという設計の指針を提案し、シミュレーションにより、その有効性を確認した。

参考文献

1) B. Liu: Effect of Finite Word Length on the

- Accuracy of Digital Filters—A Review, IEEE Trans. Circuit Theory, **CT-18-6**, 670/677 (1971)
- 2) S. Yakowitz and S. R. Parker: Computation of Bounds for Digital Filter Quantization Errors, IEEE Trans. Circuit Theory, **CT-20-4**, 391/396 (1973)
- 3) 樋口, 川又: 状態空間 デジタルフィルタの有限語長実現問題, 計測と制御, **22-12**, 991/1004 (1983)
- 4) S. Y. Hwang: Minimum Uncorrelated Unite Noise in State-Space Digital Filtering, IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, **ASSP-25-4**, 273/281 (1977)
- 5) 橋本, 木村: 有限整定制御における浮動小数点演算による誤差の解析, 計測自動制御学会論文集, **20-1**, 36/42 (1984)
- 6) P. Moroney, A. S. Willsky and P. K. Houpt: The Digital Implementation of Control Compensators: The Coefficient Wordlength Issue, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-25-4**, 621/630 (1980)
- 7) 田川: モデルマッチングとロバスト制御, コンピュータロール, **53/58**, **13**, コロナ社 (1986)
- 8) 高浜, 田川: 補償限界型制御器による低感度飛行システムの設計, 計測自動制御学会論文集, **21-10**, 1105/1112 (1985)
- 9) S. Bai and R. Tagawa: Load Insensitive Electrical Position Servo: A New Design Method and Its Experimental Evaluation, IECON'84 Preprints, 600/605 (1984)
- 10) R. Tagawa: On the Compensation in Linear Feedback Control Systems (Transfer Function Attainable by Realizable Linear Compensation), the IFAC World Congress Preprints, **III**, Session 15 (1981)
- 11) 田川: 補償限界型制御器によるデジタル制御系の設計, 計測と制御, **22-7**, 620/626 (1983)
- 12) 喜多: 制御系に関する高精度・大容量 CAD システムの研究・開発, 北海道大学修士論文 (1984)
- 13) 田川: バンプレス手動自動切換が可能な補償限界型制御器の標準構造, 第2回宇宙航空の誘導制御シンポジウム資料, **127/133** (1985)
- 14) 田川: 制御器の標準構造, 第14回制御理論シンポジウム資料, **323/326** (1985)
- 15) 余湖, 田川: 補償限界型制御器 (離散時間値形) による磁気浮上系の制御系設計, 電気四学会支部連合大会予稿集, **180/181** (1983)