流れの加速度の検出法と脈動流量測定[†]

鳥 越 一 平*

A New Method for Measuring Flow Acceleration and Its Application to Pulsating Flow Measurement

Ippei TORIGOE*

Acceleration of inviscous flow through a straight pipe varies in proportion to the axial pressure gradient. Two pressure taps spaced a small distance apart along the flow direction are made on a pipe. The pressure difference between these taps, which is a finite difference approximation for the axial pressure gradient, is picked up by a manometer of high sensitivity. The output of the manometer is proportional to the acceleration of the flow through the pipe. A trial device was built which utilized two condenser microphones for picking up the pressure difference. The new method has been verified by experiments with this device.

A new flowmeter is proposed for measuring pulsating flow. The new flowmeter consists of a conventional differential pressure flowmeter and a device based on the method described above. The device is employed for estimating the acceleration term in the output of the differential pressure flowmeter under pulsating conditions. The estimated acceleration term being subtracted, the acceleration error in the measurement of pulsating flow can be eliminated. An experimental apparatus which employed a venturi meter as a differential pressure flowmeter was built on a trial basis. Several measurements for air flow have been performed with this apparatus. The results indicate that the proposed flowmeter is capable of measuring directly the instantaneous rate of pulsating flow.

Key Words: flow acceleration, condenser microphone, pulsating flow, differential pressure flowmeter, instantaneous flow rate

1. ま え が き

流体の流れている管の直な部分で、微小な距離だけ隔てた2点間の差圧を測定するという方式の加速度検出法について述べる。またこの方法を絞り式差圧流量計と組合せた、新しい脈動流量測定法を提案する。

粘性のない流体の運動方程式を考えるとすぐわかるように、直管内の流れの加速度は軸方向の圧力勾配に比例する。ここに報告する加速度検出法は、有限差分近似によって¹⁾、2点の圧力から圧力勾配を推定し、結果として流れの加速度を知るという考え方に基づく。微小距離を隔てた2点間の差圧は、特に流体が気体の場合に、微小な大きさになる。したがって圧力検出には高感度の検出器が必要である。以下の報告においては、圧力検出器として音響計測用のコンデンサマイクrohンを利用した。加速度検出法には種々の応用が考えられる。たとえば、加速度を積分することによって流速変動が求まるから、流量計や流体機械要素の動特性解析などの基礎的研究において、変動流速を測定する簡便な手段として用いることができる。本報では、脈動流の流量測定への応用を示す。

脈動する流れの流量測定は、重要であるが困難な問題の一つである。従来は、脈動そのものを低減させて平均流量を測定する方法、オリフィス板など通常の流量計の脈動流に対する動作を詳細に調べておいて、流量計出力に補正を施して流量を知る方法などが行われてきた²⁾⁻⁶⁾。一方、近年では瞬時流量測定⁷⁾⁻¹⁰⁾の要求から、原理的に脈動流に適用できる新しい測定法の研究がさかんになりつつある⁷⁾⁻¹⁰⁾。工業的に広く用いられている絞り式差圧流量計は、そのままでは脈動流に適

[†] 第24回および第25回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭60・7, 昭61・7)

* 東京大学工学部 東京都目黒区駒場 4-6-1

* Faculty of Engineering, The University of Tokyo, Meguro-ku, Tokyo

(Received December 19, 1986)

(Revised March 20, 1987)

用できない¹¹⁾。これまで指摘されてきた差圧検出器の動的誤差や、いわゆる平方根誤差を解決するのは、今日では困難ではない。しかし絞り流量計の立脚するベルヌイの定理が定常流の場合に成り立つ原理であるのに対して、脈動流は非定常流であるため、脈動の加速度の影響を免れることができない。脈動の加速度の影響に着目した脈動流量測定法がいくつか報告されている^{12), 13)}。

本報で提案するのは、脈動流に適用した絞り式流量計の出力に含まれる加速度項を、前述の加速度検出法によって推定し、引き去るという方式の脈動流量測定法である。この方式によって、脈動流・非定常流の瞬時流量の測定が可能である。またオリフィス板、ベンチュリ管などの絞り式流量計に、差圧検出器一つからなる加速度検出装置を組合せるのみで構成することができ、機構的に非常に単純である。以下に、加速度検出法の原理と実験結果、脈動流量測定法の原理と実験結果について説明する。

2. 加速度検出法

内径 a が一定の円断面パイプ内に、脈動する一方方向の流れがあるとする。管軸を x 軸とし、流れの方向を正にとる。管断面内で平均した流速を $U(x, t)$ とし、その時間平均値を $U_0(x)$ 、脈動分を $u(x, t)$ と書く。また各 x での圧力を $P(x, t)$ とし、時間平均値を $P_0(x)$ 、変動分を $p(x, t)$ と書く。 $x = x_0$ および $x = x_0 + \Delta x$ の 2 断面と管壁で囲まれた領域 V 内の流体の運動を考える (Fig. 1)。いま、流体中の音速を c 、脈動周波数を f として、

$$U_0 \ll c, \Delta x \ll \frac{c}{f} \quad (1)$$

の条件が満足されているとすると、流体は非圧縮性とみなすことができ、運動方程式は、 ρ を流体の密度として、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi a^2 \Delta x \cdot \rho U) = \pi a^2 (P(x_0, t) - P(x_0 + \Delta x, t)) - 2\pi a \Delta x \cdot \tau$$

Fig. 1 Principle of the flow acceleration measurement

となる。ここに τ は壁面での粘性応力を表わす。(2)式からただちに

$$P(x_0 + \Delta x, t) - P(x_0, t) = -\Delta x \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) - \frac{2}{a} \Delta x \cdot \tau \quad (3)$$

が導かれる。 τ もまた時間平均値 τ_0 と脈動分 τ_p に分けて書き表わし、(3)式の時間平均を(3)式の両辺から引き去ると、差圧の変動分が

$$p(x_0 + \Delta x, t) - p(x_0, t) = -\Delta x \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) - \frac{2}{a} \Delta x \tau_p \quad (4)$$

と求められる。(4)式より、粘性応力の項(右辺第2項)が慣性項(同第1項)にくらべて小さければ、微小な距離 Δx だけ隔たった2点間の差圧の変動分は、流体の加速度に比例するとみなせる。したがってこの差圧変動を測定することによって、流れの加速度を知ることができる。

Fig. 2 に実際に加速度を検出した例を示す(同期加算を行って雑音を除いた)。 Δx は 30 mm で、実験装置は Fig. 5 の構成とした。平均流速 3 m/s の空気流に、スピーカにより周期 100 ms、振幅 2 m/s p-p の脈動を付加した。Fig. 2 の(a)は、熱線風速計により測定した管中央での流速変動波形(管断面内の数点で測定した流速から推算した断面内平均流速とほぼ同波形であったので、管中央での波形を示した)、(b)は加速度(差圧変動)波形、(c)は(b)を電氣的に積分した波形で、(c)が(a)とほとんど同じ波形にもどっていることから、加速度が正しく測定されていることがわかる。

粘性応力の影響が小さくて無視できる条件について検討する。流れが層流の場合、振動流の境界層の厚さ δ は、 ν を動粘度、 ω を角周波数として

Fig. 2 Waveform of (a) flow velocity, (b) measured flow acceleration and (c) integration of the measured flow acceleration

$$\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} = \sqrt{\frac{\mu}{\pi f \rho}} \quad (5)$$

で与えられる¹⁴⁾。管壁からの距離が δ 以下の境界層領域の流体は、静止した壁に影響された運動をする。一方境界層を除いた領域の流体は、一体となって、圧力勾配と $\pi/2$ だけ異なる位相で振動する。したがって

$$a \gg \delta \quad (6)$$

ならば、粘性項は無視することができる。(6)式は書きなおすと

$$\frac{a}{\delta} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot \frac{2aU}{\nu} \cdot \frac{2a\omega}{U}} = \sqrt{\frac{1}{8} \text{Re} \cdot \text{St}} \gg 1$$

という条件であることがわかる。ただし Re はレイノルズ数、 St はストローハル数である。

流れが乱流の場合には、粘性の影響を理論的に見積ることは難しい。いま、脈動流に対しても各瞬間に、粘性による圧力降下 ΔP_v と流速 U が、ダルシーの管摩擦係数 λ によって¹⁵⁾

$$\Delta P_v = \lambda \cdot \frac{4x}{2a} \cdot \frac{\rho U^2}{2} \quad (7)$$

と関係づけられていと仮定して、粘性の影響を評価してみる。(7)式の U に $U_0 + u$ を代入し、2次の項を無視すると、 ΔP_v の変動分 Δp_v ((4)式右辺第2項)は

$$\Delta p_v \sim \lambda \cdot \frac{4x}{2a} \cdot \rho U_0 u \quad (8)$$

と見積ることができる。一方慣性項 ((4)式右辺第1項)を Δp_i と書くと、 $\partial/\partial t \sim 2\pi f$ であるから

$$\Delta p_i \sim 2\pi f \Delta x \rho u \quad (9)$$

である。これらから粘性項の慣性項に対する比は

$$\frac{\Delta p_v}{\Delta p_i} \sim \frac{\lambda U_0}{4\pi f a} = \frac{\lambda}{\text{St}} \quad (10)$$

の程度と考えることができる。ただし $\text{St} = 2a\omega/U_0$ 。 λ としてブラジウスの実験式 $\lambda = 0.3164 \text{Re}^{-0.25}$ を用いると¹⁵⁾

$$\frac{\Delta p_v}{\Delta p_i} \sim 0.021 \nu^{0.25} f^{-1} a^{-1.25} U_0^{0.75} \quad (11)$$

と計算される。この値が、粘性応力の影響の程度を表わす指標となることは、実測データ¹⁶⁾においても確認できる。(11)式によって、Fig. 2, Fig. 8 および Fig. 9 の実験における粘性項の割合を計算してみると、それぞれ約 5.2%, 1.7% および 3.5% 程度である。

3. 脈動流量測定の方法

Fig. 3 に示すようなベンチュリ管を、非粘性・非圧縮性の流体が流れている場合について考える。流れが定常な場合は、差圧 $\Delta P = P_1 - P_2$ は

Fig. 3 Flow through a venturi tube

$$\Delta P = \alpha \cdot \frac{\rho Q^2}{2}$$

$$\text{ただし } \alpha = \frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \quad (12)$$

となる。これに対して非定常流の場合は、圧力方程式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} U^2 + \frac{P}{\rho} = h(t)$$

$$\text{ただし } \Phi = \int_{x_1}^x U(x,t) dx = Q(t) \int_{x_1}^x \frac{dx}{S(x)}$$

$h(t)$ は t の任意の関数

から差圧 ΔP は

$$\Delta P = \alpha \cdot \frac{\rho Q^2}{2} + \rho Q \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{S(x)} \quad (14)$$

と計算される。(12)と(14)を比べると、非定常流に対する差圧出力には、定常流に対するのと同様の $\rho Q^2/2$ の成分のほかに、加速度成分が含まれることがわかる。このことはオリフィス板についても同様であることが実験的に確かめられている^{17), 18)}。ただし加速度成分の大きさが、ベンチュリ管の場合は(14)式のように形状によって決まり、ほぼ一定であるとみなせるのに対して、オリフィス板ではその大きさが流速の関数となる¹⁸⁾。

このように非定常流に適用した際の絞り式流量計の差圧出力には、加速度項が含まれているので、そのままでは脈動流に絞り流量計を適用することはできない。しかし Fig. 4 に示すように、絞り式流量計と2

Fig. 4 Conceptual diagram of the pulsating flow meter

章に述べた加速度検出装置を組合せ、絞り流量計の出力から加速度項を引き去ってやれば、出力が $\rho Q^2/2$ に比例するという関係が、脈動の各瞬間に成立する。そうなれば、出力を開平して瞬時流量を知ることができ、また瞬時流量を平均して時間平均流量を計算することができる。Fig. 4 中の k は、絞り式流量計の出力中の加速度項の大きさに対応した係数で、オリフィス板におけるように加速度項の大きさが流速の関数である場合には、適応的に変化させる必要がある（加速度検出装置の出力と、脈動流量計の出力とが無相関となるように変化させればよく、容易に実現できる）。なお、絞り式流量計の加速度項を、別の場所の加速度検出装置によって推定していることから、この脈動流量計の原理が成り立つのは、流量計全体の軸方向の長さが、脈動の波長 c/f に比較して十分に小さい範囲においてである。

4. 脈動流量測定実験

Fig. 5 に示す構成で実験を行った。パイプは内径 32 mmφ の真ちゅう管を、絞り機構は絞り径比 0.75、円錐頂角 20° と 6° のベンチュリ管を用いた。コンプレッサまたはファンからの空気流に、スピーカまたは回転バルブによって脈動を与えた。Δx を 30 mm とし、2 本のコンデンサマイクロホンを用いて、差圧変動を検出する。ベンチュリ管の差圧は、拡散型半導体圧力センサにより測定する。また管軸上の流速を熱線風速計で測定して、参照用とした。

スピーカに発振器からの基準信号 $\sin \omega t$ を入力すると、直管部の流速は $U_0 + u = U_0 + u_0 \sin(\omega t + \theta)$ と

なる。ここに θ は、周波数 ω での、発振器出力からスピーカ出力までの位相回転角である。このときベンチュリ管の差圧信号 $e(t)$ は (14) 式より、 k を適当な定数として

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho U_0^2 + \rho U_0 u_0 \sin(\omega t + \theta) + \frac{1}{2} \rho u_0^2 \sin^2(\omega t + \theta) \\ & + k \rho \omega u_0 \cos(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad (15)$$

に比例する。 $e(t)$ をサーボアナライザに入力し、 $\sin \omega t$, $\cos \omega t$ を掛け算して、それぞれ平滑した電圧 E_x , E_y は、 ω と異なる周波数の成分は除去されて

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{2} \rho U_0 u_0 \cos \theta - \frac{1}{2} k \rho \omega u_0 \sin \theta \\ E_y &= \frac{1}{2} k \rho \omega u_0 \cos \theta + \frac{1}{2} \rho U_0 u_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (16)$$

となる。 E_x - E_y 平面上のベクトル図を考えると、出力電圧ベクトル (E_x , E_y) は、ベクトル ($\rho U_0 u_0/2$, $k \rho \omega u_0/2$) を θ だけ回転したベクトルとなっている。したがって、 E_x 軸を θ だけ回転した方向のベクトルは流速の大きさに、 E_y 軸を θ だけ回転した方向のベクトルは加速度の大きさに、それぞれ比例する。 u として 5, 10, 20 Hz の正弦的脈動を与え、 U_0 を 0 から 3.5 m/s まで変化させたときの出力電圧ベクトル (E_x , E_y) の軌跡を描いたのが Fig. 6 である。 $U_0=0$ のときのベクトルが加速度成分を表すベクトルであり、周波数に比例して大きくなっていることがわかる（位相回転角 θ は周波数が大きくなるに従って大きくなっている）。いずれの周波数においても、 U_0 を増大させていくと、加速度成分の大きさはほぼ一定のまま、加速度ベクトルから 90° 位相の遅れた、流速を表すベクトル成分が増大している。この結果から、圧力方程式をもちいて導いた (14) 式によって予想されるとおり、ベンチュリ管の差圧には $\rho U^2/2$ の項と加速度項が含まれることが確認できる。

つぎにベンチュリ管出力 $e(t)$ から加速度 $a(t)$ を引き去った信号 $s(t)$ をサーボアナライザに入力し、 U_0 を 0 から 10 m/s

Fig. 5 Experimental setup

Fig. 6 Vector loci of $e(t)$ for various pulsation frequencies ($u=0.25$ m/s rms)

Fig. 7 Vector loci for a change of average flow velocity ($u=0.25$ m/s rms, $f=18$ Hz)

Fig. 8 Waveform of v, v^2, U, a, e, s and $\sqrt{s}$ for a sinusoidally pulsating flow ($U_0=4.5$ m/s, $u=1.6$ m/s rms, $f=40$ Hz)

まで変化させたときの出力電圧 (E_x, E_y) の軌跡を描いた結果を Fig. 7 に示す。係数 k は $U_0=0$ のときに、出力ベクトル (E_x, E_y) がゼロとなるように定めた。あわせて描いた $e(t)$ の軌跡とくらべると、全流速において加速度成分が除去されていることがわかる。この結果から、本実験のベンチュリ管では、 k が流速によらずほぼ一定とみなせること、また本方式によってベンチュリ管の加速度項が原理どおり除去されることが確かめられた。

U_0 を約 4.5 m/s とし、スピーカにより周波数 40 Hz、振幅 1.6 m/s rms の正弦的脈動を与えた場合の、各信号波形を Fig. 8 に示す。各波形 ($U(t)$ をのぞく) はデジタルストレジスコープに記憶した後、X-Y レコーダで描いたもので、同一時刻の波形ではないが、発振器からの信号によって同期がとられている。 $v(t)$ は熱線風速計で測定した管中心での流速波形、 $v^2(t)$ は $v(t)$ を電氣的に 2 乗した波形である。管断面内の 5 点で熱線風速計により測定した流速から、計算によって推定した管断面内平均流速波形が $U(t)$

Fig. 9 Measured velocity of a flow with pulsation caused by a rotating butterfly valve

である。 $v(t)$ とは相似の波形であるが、位相が約 10° 進んでいる。コンデンサマイクロホンからの信号 $a(t)$ が、 $U(t)$ の微分波形となっていることがわかる。ベンチュリ管出力信号 $e(t)$ は、もし加速度の影響がなければ、 $v^2(t)$ と相似の波形となるはずであるが、実際には加速度の影響で変形し、また負圧となる期間が存在する。これに対して、加速度項を引き去った $s(t)$ が、 $v^2(t)$ と相似な形にもどっており、 $s(t)$ を開平することによって、瞬時流量を正しく測定できていることがわかる。

つぎに回転バルブによって発生した脈動流の流量を測定した例を Fig. 9 に示す (同期加算を行って、雑音を除いて表示している)。この場合、脈動波形が未知であるから、ベンチュリ管の出力信号のみからでは、平均流量も、瞬時流量も求めることができない。この例では流れが乱れていて、熱線風速計を用いて断面内平均流速を測定するのは困難であったので、検出した加速度 $a(t)$ を積分して、流速変動波形の推定値とした。ベンチュリ管出力 $e(t)$ の波形は、流速波形から予想される形から大きく変形しており、またここでも負圧の期間がある。これに対して、加速度項を引き去ってから開平した $\sqrt{s(t)}$ の変動波形が $\int a(t) dt$ とよく一致していることがわかる。既知の定常流速で目盛定めをし、測定された時間平均流速は 4.5 m/s、脈動分は 3.9 m/s p-p であった。

5. ま と め

流れの加速度の新しい検出法と、それを利用した脈動流量測定法を提案し、実験によってその有効性を確かめた。実験は空気流に対して行ったが、本方式の原理は、本文中で検討した条件が満たされていれば、任

意の気体、液体の流れに対して適用できる。

本報に述べた実験は、原理を確認するための基礎実験である。更に、正確に測定された脈動流量を参照として、広い範囲の条件下で動作を調べる実験が必要であろう。この課題については、今後機会をとらえて検討していきたい。

終りに、東京大学工学部・境界領域研究施設の石井泰教授の日頃のご指導に対して、深謝の意を表する。また東京ガス(株)の原俊弘、(株)東芝の飯塚和幸の両氏には、流量計測の現場に関する貴重なご教示をいただいた。記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) R.H. Bolt and A.A. Petrauskas: An Acoustic Impedance Meter for Rapid Field Measurements, J. Acoust. Soc. Am., 15, 79 (1943)
- 2) 磯部 孝: 脈動するガス流の流量測定, 計測, 3-3, 122/125 (1953)
- 3) A.K. Oppenheim and E.G. Chilton: Pulsating-Flow Measurement—A Literature Survey, Trans. ASME, 77-2, 231/248 (1955)
- 4) R.C. Mottram and J.M. Zarek: The Behavior of Orifice Plate and Venturi-Nozzle Meters under Pulsating Air Flow Conditions, The Symposium on the Measurement of Pulsating Flow, Inst. Mech. Engrs., 25/37 (1970)
- 5) 渡辺, 小宮: オリフィス流量計による気体の脈流の測定, 計量研究所報告, 21-3, 97/110 (1972)
- 6) 渡辺紀之: 脈流の流量測定, 流量計測ハンドブック(川田, 小宮, 山崎編), 453/460, 日刊工業新聞社(1979)
- 7) 高橋, 山下, 山口: ベンチュリ計による管内層流脈動瞬時流量の測定, 計測自動制御学会論文集, 18-6, 589/595 (1982)
- 8) 内山, 箱守: 円管内流速分布推定フィルタ, 計測自動制御学会論文集, 18-7, 653/660 (1982)
- 9) 大内, 池辺: 振動流量計測法の一提案, 計測自動制御学会論文集, 18-10, 987/991 (1982)
- 10) 中野, 横田, 植山: 円管内瞬時流量計測手法, 計測自動制御学会論文集, 20-5, 421/426 (1984)
- 11) 豊田, 鳥羽, 堀内: 差圧式気体流量計の圧力ゆらぎと脈動誤差, 計測と制御, 13-6, 475/489 (1974)
- 12) 松永, はか: 脈動水瞬時流量測定用しほり形流量計, 日本機械学会論文集(B編), 45-396, 1136/1144 (1979)
- 13) L.N. Randall: Some Experimental Results in Precise Measurement of Unsteady Fluid Flow Using a Unique Flow Sensor, Flow Measurement Symposium, ASME, 205/214 (1966)
- 14) 今井 功: 流体力学, 292, 裳華房(1979)
- 15) Schlichting: Boundary-Layer Theory (English Edition), 561, McGraw-Hill (1968)
- 16) 近江, 井口: 円管内脈動流れの流動形態と摩擦損失, 日本機械学会論文集(B編), 46-404, 636/643 (1980)
- 17) R.C. Mottram: The Measurement of Pulsating Flow using Orifice Plate Meter, Flow Its Measurement and Control in Science and Industry, ISA (1974)
- 18) 磯部 孝: 脈動と流量計測, 第12回流体計測部会資料, 1/7 (1981)