プロセス制御系への多変数モデル規範形 適応手法の一応用[†]

小西克信*・大塚浩明*・芳村敏夫*・石原弘一**

An Application of Multivariable Model Reference Adaptive Techniques to a Process Control System

Katsunobu KONISHI*, Hiroaki OTSUKA*, Toshio YOSHIMURA*
and Hirokazu ISHIHARA**

This paper presents an application of the multivariable model reference adaptive control (MRAC) approach to a three-input three-output process control system. Since this system has small leading coefficients, the control inputs vibrate violently when the basic MRAC scheme is applied. In order to reduce the input vibrations, the basic MRAC scheme is modified so that the transfer function matrix between the control inputs and the system disturbances in the closed loop includes some adjustable parameters, and two methods to determine these parameters are proposed. Experimental results show that good performance in the input smoothing are obtained by the proposed MRAC scheme without degrading the tracking ability to the model reference output sequences.

Key Words: process control, multivariable discrete system, adaptive control, input smoothing

1. 緒 言

モデル規範形適応制御 (MRAC) に関してはこれまでに数多くの研究が行われ^{1), 2)}, 安定解析や同定法などの基礎理論が確立されるとともに, 種々の分野への応用³⁾を通じてその有用性が認識されてきている。し

かしながら, これらの研究の大部分はプラント出力の規範モデル出力への追従のみを論じたものであり, 入力挙動に関してはそれが有界であること以外にはほとんど考慮されなかった。そこで著者らは, 1入力・1出力の簡単な圧力制御系での実験を通して入力の平滑化という視点が必要であることを述べ, 平滑化に関する基本的なアルゴリズムを提案した^{4), 5)}。本論文は, このアルゴリズムを一般化し, 3入力・3出力のプロセス制御系へ応用した結果を述べたものである。

よく知られているように, MRAC では入力を計算する際, 入力の係数行列での除算を必要とする。したがって, 係数行列の高周波ゲインが小さい場合には, 系に作用する微小な外乱が増幅されて重畳し, これが入力の不必要な振動を引き起こす。この振動を除去するために, ここでは制御器の構造の中に可調節パラメータを導入し, 閉ループ系における外乱から入力までの伝達関数の高周波ゲインを下げることにした。すなわち, MRAC では伝達関数行列を $\alpha^{-1}B$ とするとき, むだ時間 d を処理するために $P^0(z^{-1}) = \alpha(z^{-1})R^0(z^{-1}) + z^{-d}S^0(z^{-1})$ の形の恒等式が使われるが⁶⁾, これを $F(z^{-1})P(z^{-1}) = \alpha(z^{-1})Q_r(z^{-1})R(z^{-1}) + z^{-d}Q_s(z^{-1})S(z^{-1})$ と分割し, $F(z^{-1})$, $P(z^{-1})$, $Q_r(z^{-1})$, $Q_s(z^{-1})$ の要素多項式の係数を調節するものである。入力の平滑化は追従誤差を増大させるため, 調節の方法はそれぞれの系によって異なるであろうが, 圧力・水位・流量を制御量とする3入出力系での実験を通じて有効と思われるふたつの調節法を述べた。また, 実験の場合とは特性の異なる系への適用例として, むだ時間が2[step]の3次のスカラー系に対するディジタルシミュレーションの結果を示し, 本手法の妥当性を検討した。

[†] 第29回自動制御連合講演会で発表 (昭61・11)

* 徳島大学工学部 徳島市南常三島町 2-1

** 高松工業高等専門学校 高松市勅使町 355

* Faculty of Engineering, The University of Tokushima, Tokushima

** Takamatsu National College of Technology, Takamatsu

(Received December 1, 1986)

(Revised March 31, 1987)

Fig. 1 Schematic diagram of the control system

2. 制御対象のモデリング

2.1 制御対象の概要

制御対象の概要を Fig. 1 に示す。ここで、制御量はタンク内の空気圧、水位およびタンクからの流出水量であり、それぞれ圧力計、差圧計および電磁流量計で測定されて電圧 y_1 , y_2 , y_3 に変換される。操作量は、制御弁 v_1 , v_2 , v_3 の開度であり、マイコンからの指令電圧 u_1 , u_2 , u_3 によって調節される。これらの制御弁は非線形性を有し、 u_1 と y_1 の間の定常入出力特性および v_2 , v_3 の流量特性は Fig. 2 および Fig. 3 のようになっている。なお、タンクの断面積は 0.58 m^2 、水位と y_2 の関係は 1 mm あたり 0.0131 V の比例関係である。また、マイコンインタフェイスとしての A/D, D/A 変換器の精度は 12 bit ($0 \sim 10 \text{ V}$) である。

$u_1 \rightarrow y_1$ と $u_3 \rightarrow y_3$ のそれぞれのステップ応答波形は、むだ時間を有する 1 次遅れ波形で近似できる。したがって、Fig. 1 から明らかな変数間の相互作用を考慮すれば、平衡点まわりの入出力関係はつぎようになる。

$$\left(1 + T_1 \frac{d}{dt}\right) \tilde{y}_1(t) = K_{11} \tilde{u}_1(t - L_1) + K_{12} \frac{d\tilde{y}_2}{dt} \quad (1)$$

Fig. 2 Input-output relation of the pressure control loop at steady state

Fig. 3 Characteristics of the control valves V_2 and V_3

$$\frac{d\tilde{y}_2(t)}{dt} = K_{21}\tilde{u}_2(t - L_2) - K_{22}\tilde{y}_1(t) - K_{23}\tilde{y}_3(t) \quad (2)$$

$$\left(1 + T_3 \frac{d}{dt}\right) \tilde{y}_3(t) = K_{31}\tilde{u}_3(t - L_3) + K_{32}\tilde{y}_1(t) \quad (3)$$

ここで、 $\tilde{y}_1$ は y_1 の平衡値からの偏差であり、 $\tilde{y}_2$, $\tilde{y}_3$, $\tilde{u}_1$ などについても同様である。各係数の値は、平衡値を $y_1 = 7.5$, $y_2 = 8$, $y_3 = 8.5$ としてステップ応答波形および Fig. 2, Fig. 3 の定常特性から計算すると、 $T_1 = 150 [\text{s}]$, $T_3 = 3.5 [\text{s}]$, $L_1 = L_2 = L_3 = 1 [\text{s}]$, $K_{11} = 0.9$, $K_{12} = 4 T_1 [\text{s}]$, $K_{21} = 0.001 [\text{s}^{-1}]$, $K_{22} = 0 [\text{s}^{-1}]$, $K_{23} = 0.0006 [\text{s}^{-1}]$, $K_{31} = 2$, $K_{32} = 0.5$ の程度である。

2.2 線形離散時間モデル

(1)～(3)式に対応する厳密な離散時間モデルは、 $[\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3]^T$ を状態変数、 $[\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3]^T$ を入力変数とする状態変数表示によって容易に得られるが⁷⁾、それは 3×3 の係数行列を 3 個含むため、合計 27 個のパラメータを含むモデルとなる。しかしながら、27 個のパラメータというのは (1)～(3) 式に含まれる T , L , K の合計 12 個に比べても過剰と考えられるから、ここでは変数間の相互作用およびむだ時間 $L_1 \sim L_3$ を考慮する最も簡単なモデルとして、

$$\begin{bmatrix} 1 + a_{11}z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 + a_{21}z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 + a_{31}z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t+1) \\ y_2(t+1) \\ y_3(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{110} + b_{111}z^{-1} & b_{120} & b_{130} \\ 0 & b_{220} + b_{221}z^{-1} & b_{230} \\ 0 & 0 & b_{330} + b_{331}z^{-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t+1) \\ \varepsilon_2(t+1) \\ \varepsilon_3(t+1) \end{bmatrix} \quad (4)$$

を用いる。ここで、 t は (1)～(3) 式とは異なり、サンプリング回数を表すものとする ($t = 0, 1, 2, \dots$)。

また、 a_{11} , b_{110} , b_{111} などは未知パラメータであり、 $c_1 \sim c_3$ は平衡値の影響を表す未知の一定量、 $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_3$ は外乱、モデリング誤差、A/D変換誤差などよりなる未知変動量である。

(4)式にモデル規範形適応手法を応用するためには逆システムが安定でなければならない。すなわち、

$$|b_{i11}/b_{i10}| < 1, \quad i=1, 2, 3 \quad (5)$$

この条件を十分に満たすために、ここではサンプリング周期を経験的に10[s]とした。このとき、同定実験によって得られたパラメータの推定値は、 $a_{11} \doteq -0.9$, $a_{21} \doteq -1$, $a_{31} \doteq -0.3$, $b_{110} \doteq 0.06$, $b_{111} \doteq 0.02$, $b_{120} \doteq 0.03$, $b_{130} \doteq -0.1$, $b_{220} \doteq 0.01$, $b_{221} \doteq 0.005$, $b_{230} \doteq -0.01$, $b_{330} \doteq 2.6$, $b_{331} \doteq -0.4$ の程度である。 b_{110} と b_{220} が小さいが、このことが本装置に対する基本的MRAC(第1章で述べた恒等式で $F=1$, $P=Q_r=Q_s=I$ (単位行列)の場合)の制御入力が増振する原因である。

3. 制御アルゴリズム

(1)~(3)式を一般化した次式

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A_1(z^{-1}) & 0 \\ & \ddots \\ 0 & A_l(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t+d_1) \\ \vdots \\ y_l(t+d_l) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} B_{11}(z^{-1}) \cdots B_{1l}(z^{-1}) \\ \vdots \\ B_{l1}(z^{-1}) \cdots B_{ll}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_l(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t+d_1) \\ \vdots \\ \varepsilon_l(t+d_l) \end{bmatrix} \quad (6) \end{aligned}$$

について制御アルゴリズムを述べる。ここで、 l は入出力変数の個数、 $d_1 \sim d_l$ はむだ時間、 $c_1 \sim c_l$ は未知定数、 $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_l$ は規範モデル出力にくらべて十分小さい振動性の外乱である。(6)式は多変数系に対する非干渉制御のための入出力表現法としてよく知られている^{8),9)}。以下では簡単のためにベクトル・行列形式で

$$A(z^{-1})y(t+d) = B(z^{-1})u(t) + C + \varepsilon(t+d) \quad (7)$$

と表す。そして、(i) $|x| < 1$ のとき $\det|B(x)| \neq 0$, (ii) $d_1 \sim d_l$ は既知, (iii) $A_i, B_{ij}(i, j=1 \sim l)$ の次数の上限は既知と仮定する。制御アルゴリズムの目的は、出力 $y(t)$ を与えられた規範モデル出力 $y_M(t)$ に追従させると同時に、外乱 $\varepsilon(t)$ に起因する制御入力 $u(t)$ の短周期振動成分を抑制することである。

3.1 間接法

(7)式の両辺に $(1-z^{-1})/F(z^{-1})$ を掛けると、一定値 C が消去されて

$$\alpha(z^{-1})y_f(t+d) = B(z^{-1})U_f(t) + \delta_f(t+d) \quad (8)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \alpha(z^{-1}) &= (1-z^{-1})A(z^{-1}) \\ U_f(t) &= \frac{1}{F(z^{-1})}U(t) \\ U(t) &= u(t) - u(t-1) \\ y_f(t) &= \frac{1}{F(z^{-1})}y(t) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\delta_f(t+d) = \frac{1-z^{-1}}{F(z^{-1})}\varepsilon(t+d) \quad (10)$$

であり、 $F(z^{-1})$ は安定なモニック多項式である。間接法としては、(8)式に基づいて係数 $\alpha(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ を推定し、その推定値を真値とみなして制御則を計算する。仮定によって $\delta_f(t+d)$ は微小であるから、同定法としては固定トレースゲインアルゴリズムのような式誤差法が適用でき、推定値は漸次的に一定とみなすことができる。これを $\hat{\alpha}(z^{-1})$, $\hat{B}(z^{-1})$ とする。 $\hat{\alpha}$, $\hat{B}$ に併う同定誤差を $\hat{\delta}_f(t+d)$ と表わせば、間接法は系の入出力関係を(8)式の代わりに次式とみなすことにほかならない。

$$\hat{\alpha}(z^{-1})y_f(t+d) = \hat{B}(z^{-1})U_f(t) + \hat{\delta}_f(t+d) \quad (11)$$

さて、追従目的を達成するために、制御器の構造として、つぎのような制御結果を与えるものを考える。

$$\begin{aligned} P(z^{-1})[y(t+d) - y_M(t+d)] \\ = Q_r(z^{-1})\hat{R}(z^{-1})\hat{\delta}_f(t+d) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $P(z^{-1})$, $\hat{R}(z^{-1})$, $Q_r(z^{-1})$ はモニック多項式を要素とする $l \times l$ の対角行列で、 P と Q_r は安定とする。(11), (12)式から $\hat{\delta}_f(t+d)$ を消去して整理すると、

$$Py_M(t+d) = (FP - \hat{\alpha}Q_r\hat{R})y_f(t+d) + Q_r\hat{R}\hat{B}U_f(t) \quad (13)$$

となるが、 $U_f(t)$ が未来の出力に依存しないためには、 $FP - \hat{\alpha}Q_r\hat{R}$ が因数 $z^{-d} = \text{diag}[z^{-d_1}, \dots, z^{-d_l}]$ を含む必要がある。また、 $u(t)$ を(9)式の第3式から計算するために、右辺第2項は $U(t)$ とその他の項に分解されなければならない。そこで、

$$\begin{aligned} F(z^{-1})P(z^{-1}) &= \hat{\alpha}(z^{-1})Q_r(z^{-1})\hat{R}(z^{-1}) \\ &+ z^{-d}Q_s(z^{-1})\hat{S}(z^{-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$Q_r(z^{-1})\hat{R}(z^{-1})\hat{B}(z^{-1}) = F(z^{-1})\hat{B}(0) + z^{-1}\hat{K}(z^{-1}) \quad (15)$$

とおく。ここで、 Q_s と $\hat{S}$ は対角行列である。 F, P, Q_r, Q_s が与えられると、 $\hat{\alpha}Q_r$ と Q_s の対応する対角成分が既約のとき、(14), (15)式は、 $\hat{R}, \hat{S}, \hat{K}$ について解くことができる。これらを(13)式に代入すると

$$Py_M(t+d) = Q_s\hat{S}y_f(t) + \hat{B}(0)U(t) + \hat{K}U_f(t-1) \quad (16)$$

$$\therefore U(t) = \hat{B}^{-1}(0)\{Py_M(t+d) - Q_s\hat{S}y_f(t) - \hat{K}U_f(t)\} \quad (17)$$

となる。そして、プラントに印加する入力 $u(t)$ は、

(9)式の第3式および振幅制限 $u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$ を考慮して、次式で与える。

$$u_i^0(t) = u_i(t-1) + U_i(t), \quad i=1, 2, 3 \quad (18)$$

$$u_i(t) = \begin{cases} u_{i\max} & (u_i^0(t) > u_{i\max} \text{ のとき}) \\ u_{i\min} & (u_i^0(t) < u_{i\min} \text{ のとき}) \\ u_i^0(t) & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (19)$$

なお、(13)式の両辺に $F(z^{-1})$ を掛けて添字 f を省いた式から $U(t)$ を仮に計算したとすれば、これは(12)式の両辺に F を掛けたことになるから、閉ループ系の特性多項式行列は FP となり、初期誤差あるいは外乱に対するレギュレーションの速度が遅くなる。したがって、(15)式のように分解する必要がある。

3.2 $F(z^{-1})$, $P(z^{-1})$, $Q_r(z^{-1})$, $Q_s(z^{-1})$ について

(18)式の $u^0(t)$ が振幅制限内に納まっている場合を考えよう。(12)式より

$$y(t) = y_M(t) + P^{-1}(z^{-1})Q_r(z^{-1})\hat{R}(z^{-1})\delta_f(t) \quad (20)$$

となる。一方、(11)式の両辺に $F(z^{-1})$ を掛け、これに(20)式を代入すると

$$\begin{aligned} U(t) &= \hat{B}^{-1} \{ \hat{a}[y_M(t+d) + P^{-1}Q_r\hat{R}\delta_f(t+d)] \\ &\quad - F\delta_f(t+d) \} \\ &= \hat{B}^{-1} \{ \hat{a}y_M(t+d) - P^{-1}[FP - \hat{a}Q_r\hat{R}]\delta_f(t+d) \} \end{aligned}$$

ここで、 $\hat{a}$ および P が対角行列であることを用いた。

上式に(14)式を代入すると

$$\begin{aligned} U(t) &= \hat{B}^{-1}(z^{-1})\hat{a}(z^{-1})y_M(t+d) \\ &\quad + \hat{B}^{-1}(z^{-1})P^{-1}(z^{-1})Q_s(z^{-1})\hat{S}(z^{-1})\delta_f(t) \end{aligned} \quad (21)$$

を得る。(20)、(21)式は閉ループ系の出力と入力であるから、

$$\left. \begin{aligned} \Delta y(t) &= H(z^{-1})\delta_f(t), \quad H = P^{-1}Q_r\hat{R} \\ \Delta U(t) &= -G(z^{-1})\delta_f(t), \quad G = P^{-1}Q_s\hat{S} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

とおけば、 $\Delta y(t)$ が追従誤差であり、 $[(1-z^{-1})\hat{B}]^{-1}\Delta U(t)$ が制御入力 $u(t)$ の振動成分である。したがって、入力の平滑化のためには、(10)および(22)式の第2式の観点から、 $1/F$ および G の高周波ゲインが小さくなるように F , P , Q_r , Q_s を調節する必要がある。

ここでは第2章に述べた制御対象の場合に有効であった二つの方法を述べる。

(A) 低域通過フィルタの利用

この方法では、(10)と(22)式に含まれる $1/F(z^{-1})$ と $P^{-1}(z^{-1})Q_s(z^{-1})$ を低域通過フィルタにすると立場から、つぎのように指定する。

$$\left. \begin{aligned} F(z^{-1}) &= (1+fz^{-1})^2 \\ P(z^{-1}) &= (1+pz^{-1})I \\ Q_r(z^{-1}) &= (1+q_rz^{-1})I \\ Q_s(z^{-1}) &= I, \quad I \text{ は } l \times l \text{ 単位行列} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ここで、 f , p , q_r は設計定数であり、 $-1 < f \leq 0$,

Fig. 4 Frequency response curves given by the method (A)

$-1 < p \leq 0$ でなければならない。特に p に関しては、インパルス外乱に対するレギュレーションの時定数が $T_p = -1/\log_e(-p)$ [step] となることを考慮して、 -1 よりやや大きめに選ぶ必要がある⁵⁾。さて、第2章の制御対象の場合には、

$$\hat{a}(z^{-1}) = \text{diag}[1 + \hat{a}_{i1}z^{-1} + \hat{a}_{i2}z^{-2}, i=1, 2, 3] \quad (24)$$

であるから、(14)式より

$$\left. \begin{aligned} \hat{R}(z^{-1}) &= \text{diag}[1 + \hat{r}_{i1}z^{-1}, i=1, 2, 3] \\ \hat{S}(z^{-1}) &= \text{diag}[\hat{s}_{i0} + \hat{s}_{i1}z^{-1}, i=1, 2, 3] \\ \hat{r}_{i1} &= q_s - \frac{(q_s - f)^2(q_s - p)}{q_s^2 - \hat{a}_{i1}q_s + \hat{a}_{i2}} \\ \hat{s}_{i0} &= 2f + p - \hat{a}_{i1} - \hat{r}_{i1} \\ \hat{s}_{i1} &= f^2 + 2pf - \hat{a}_{i2} - \hat{a}_{i1}\hat{r}_{i1} - \hat{s}_{i0}q_s \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

となる。ここで、 $\hat{a}(z^{-1}) = \text{diag}[\hat{a}_1(z^{-1}), \hat{a}_2(z^{-1}), \hat{a}_3(z^{-1})]$ に第2章で述べた数値 $\hat{a}_1(z^{-1}) = (1-z^{-1})(1-0.9z^{-1})$, $\hat{a}_2(z^{-1}) = (1-z^{-1})^2$, $\hat{a}_3(z^{-1}) = (1-z^{-1})(1-0.3z^{-1})$ を代入し、(21)式から求めた対角行列 $G(z^{-1})$, $H(z^{-1})$ の周波数特性を示したのが Fig. 4 である。第2成分のみを示したが、他の成分も同様の傾向を示す。

図において、 T は正弦波信号の周期をサンプリング回数で表示したものであり ($z = \exp(2\pi j/T)$, $j = \sqrt{-1}$), G_{20} と H_{20} は基本的 MRAC の場合である。したがって、 $|G_2/G_{20}| < 1$ となる T の範囲において、入力振動は基本的 MRAC の場合よりも平滑化される。図中(c)のグラフでは $|G_2/G_{20}|$ が $T \leq 20$ [step] において1より十分に小さくなっている。

(B) 2次規範の利用

一般に入力を平滑化すれば、追従誤差は逆に増加する。そこで、入出力の振動の大小関係の目安として

$$\left. \begin{aligned} \Delta \tilde{U}(t) &= -P^{-1}(z^{-1})\hat{S}(z^{-1})\delta_f(t) \\ \Delta \tilde{y}(t) &= P^{-1}(z^{-1})\hat{R}(z^{-1})\delta_f(t) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

を導入し、 $\delta_f(t)$ を白色雑音と仮定することによって 2 次規範

$$J = E[\Delta \tilde{y}^T(t)\Delta \tilde{y}(t) + \rho \Delta \tilde{U}^T(t)\Delta \tilde{U}(t)] \quad (27)$$

が最小となるように $P(z^{-1})$, $\hat{R}(z^{-1})$, $\hat{S}(z^{-1})$ を決定する。ここで ρ は非負の重みであり、 $\rho=0$ のときには $\Delta \tilde{y}(t)$ の分散が最小、 $\Delta \tilde{U}$ の分散が最大となるが、 ρ を大きくするに従って $\Delta \tilde{U}$ の分散はしだいに小さくなる。したがって、 ρ によって入力平滑の度を調節できる。(14)式の両辺に $P^{-1}(z^{-1})\delta_f(t+d)$ を掛けると、 $\Delta \tilde{U}$ と $\Delta \tilde{y}$ の関係はつぎようになる。

$$\hat{a}Q_r\Delta \tilde{y}(t+d) = Q_s\Delta \tilde{U}(t) + F\delta_f(t+d) \quad (28)$$

この係数行列はすべて対角であるから、上式は l 個の互いに独立な 1 入力・1 出力系の集まりである。

例として、(A)と同様に第 2 章の制御対象の場合を考える。ただし、ここでは

$$\left. \begin{aligned} F(z^{-1}) &= 1 + fz^{-1}, \quad Q_r(z^{-1}) = (1 + q_r z^{-1})I \\ Q_s(z^{-1}) &= (1 + q_s z^{-1})I \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

とする。(28)式の第 i 成分 $\Delta \tilde{y}_i$ と $\Delta \tilde{U}_i$ の状態変数表示は

$$\begin{aligned} x_i(t+1) &= A_i x_i(t) + B_i \Delta \tilde{U}_i(t) + C_i \delta_{f,i}(t+1) \\ \Delta \tilde{y}(t) &= H^T x_i(t) \end{aligned}$$

ただし

$$A_i = \begin{bmatrix} -\gamma_{i1} & 1 & 0 \\ -\gamma_{i2} & 0 & 1 \\ -\gamma_{i3} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 1 \\ q_s \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_i = \begin{bmatrix} 1 \\ f \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{a}(z^{-1})Q_r(z^{-1}) = \text{diag}[1 + \gamma_{i1}z^{-1} + \gamma_{i2}z^{-2} + \gamma_{i3}z^{-3}, i=1, 2, 3]$$

となるから、これに対応する $P_i(z^{-1})$ は Riccati 代数方程式

$$\begin{aligned} S_i &= A_i^T S_i A_i + H H^T - L_i L_i^T (\rho + B_i^T S_i B_i) \\ L_i &= A_i^T S_i B_i / (\rho + B_i^T S_i B_i) \end{aligned}$$

を解くことにより

$$\begin{aligned} \hat{P}_i(z^{-1}) &= \det[I - (A_i - B_i L_i^T)z^{-1}] \\ &= 1 + p_{i1}z^{-1} + p_{i2}z^{-2} + p_{i3}z^{-3} \end{aligned}$$

と求まる¹¹⁾。これを(14)式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \hat{R}_i(z^{-1}) &= 1 + \hat{r}_{i1}z^{-1} \\ \hat{S}_i(z^{-1}) &= \hat{s}_{i0} + \hat{s}_{i1}z^{-1} + \hat{s}_{i2}z^{-2} \\ \hat{r}_{i1} &= q_s - \frac{(q_s - f)(q_s^3 - p_{i1}q_s^2 + p_{i2}q_s - p_{i3})}{(q_s^3 - \hat{a}_{i1}q_s + \hat{a}_{i2})(q_s - q_r)} \\ \hat{s}_{i0} &= p_{i1} + f - \hat{a}_{i1} - q_r - \hat{r}_{i1} \\ \hat{s}_{i1} &= p_{i2} + f\hat{p}_{i1} - \hat{a}_{i2} - \hat{a}_{i1}(q_r + \hat{r}_{i1}) - \hat{r}_{i1}q_r - \hat{s}_{i0}q_s \\ \hat{s}_{i2} &= p_{i3} + f\hat{p}_{i2} - \hat{a}_{i2}(q_r + \hat{r}_{i1}) - \hat{a}_{i1}\hat{r}_{i1}q_r - \hat{s}_{i1}q_s \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Fig. 5 Frequency response curves given by the method (B)

となる。(30)式を用いて Fig. 4 と同様に $\hat{a}_2(z^{-1}) = (1 - z^{-1})^2$ に対する $G_2(z^{-1})$ と $H_2(z^{-1})$ の周波数特性を調べたのが Fig. 5 である。ここで、 $\rho=20$ としたが、 $|G_2/G_{20}|$ が (b), (c), (d) の順に小さくなり、 F , Q_r , Q_s のそれぞれが入力平滑化の機能を果たしていることがわかる。

3.3 直接法

上に述べた間接法のアルゴリズムは、容易に直接法に変換できる。すなわち、(16)式右辺の形式で出力の移動平均値 $P(z^{-1})y(t+d)$ を予測し、その予測値を $P(z^{-1})y_M(t+d)$ とおくことによって(17)式から $U(t)$ を決定すればよい。したがって、直接法における入出力の表現は、

$$\begin{aligned} P(z^{-1})y(t+d) &= B(0)U(t) + K(z^{-1})U_f(t-1) \\ &\quad + S[Q_s y_f(t)] + \xi_f(t+d) \end{aligned} \quad (31)$$

となる。ここで、 R , S , K は恒等式

$$\left. \begin{aligned} F(z^{-1})P(z^{-1}) &= \alpha(z^{-1})Q_r(z^{-1})R(z^{-1}) \\ &\quad + z^{-d}Q_s(z^{-1})S(z^{-1}) \\ Q_r(z^{-1})R(z^{-1})B(z^{-1}) &= B(0)F(z^{-1}) + z^{-1}K(z^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

の解であり、 $\xi_f(t+d)$ は次式で定義される。

$$\xi_f(t+d) = Q_r(z^{-1})R(z^{-1})\delta_f(t+d) \quad (33)$$

閉ループ系における入出力の振動成分は、(31)式に式誤差法を適用したときの推定値 $\hat{B}(0)$, $\hat{K}(z^{-1})$, $\hat{S}(z^{-1})$ が時不変とみなせる状態において、つぎのように評価できる。同定誤差を $\hat{\xi}_f(t+d)$ とすると、入出力関係は、

$$\begin{aligned} P y(t+d) &= \hat{B}(0)U(t) + \hat{K} U_f(t-1) \\ &\quad + Q_s \hat{y}_f(t) + \hat{\xi}_f(t+d) \end{aligned}$$

であるから、これと(16)式より

$$y(t) = y_M(t) + P^{-1}\xi_f(t) \quad (34)$$

となる。一方、(16)式の両辺に $F(z^{-1})$ を代入したのち、(34)式を代入すると

$$\begin{aligned} FP y_M(t+d) &= Q_r \hat{S} \{y_M(t) + P^{-1}\xi_f(t)\} \\ &\quad + [F\hat{B}(0) + z^{-1}\hat{K}]U(t) \\ \therefore [FP - Q_r \hat{S} z^{-d}]y_M(t+d) \\ &= P^{-1}Q_r \hat{S} \xi_f(t) + [F\hat{B}(0) + z^{-1}\hat{K}]U(t) \end{aligned}$$

この式は冗長でわかりにくいから、(32)式を考慮して $FP - Q_r \hat{S} z^{-d}$ および $F\hat{B}(0) + z^{-1}\hat{K}$ を近似的に $\widehat{\alpha Q_r R}$ および $\widehat{Q_r R B}$ と表わすと、次式が得られる。

$$U(t) = [\widehat{Q_r R B}]^{-1} \{ \widehat{\alpha Q_r R} y_M(t+d) - P^{-1}Q_r \hat{S} \xi_f(t) \} \quad (35)$$

さて、直接法についてはこれまでに多くのアルゴリズムが提案されているが、その代表的なものとして Landau らの方法^{2), 10)}と市川の方法⁹⁾を本手法と比較するとつぎようになる。制御対象は

$$\alpha(z^{-1})y(t+d) = B(z^{-1})U(t) + \delta(t+d) \quad (36)$$

とする。まず、Landau らの方法では、恒等式(32)、入出力表現式(31)および制御則(16)に対応するものは

$$\left. \begin{aligned} P &= \alpha R + z^{-d}S \\ P y(t+d) &= F[RB u_f(t) + S y_f(t)] + R\delta(t+d) \\ RB u_f(t) + S y_f(t) &= P y_M(t+d) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

である。したがって、 $P y(t)$ に対する同定誤差を $\widehat{R\delta}(t)$ と表わせば

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= y_M(t) + P^{-1}\widehat{R\delta}(t) \\ u(t) &= [\widehat{RB}]^{-1} \{ R\alpha y_M(t+d) - P^{-1}\widehat{S R\delta}(t) \} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

となり、(38)式は F を含んでいない。したがって、閉ループ系の入出力の観点からすると、本手法の $F=1$, $Q_r=Q_s=I$ の場合に相当する。つぎに、市川の方法は

$$\left. \begin{aligned} P^*\Gamma &= \alpha R + z^{-d}S, \quad RB = R^*\Gamma B(0) + z^{-1}K \\ y(t+d) &= B(0)[R^*/P^*]u(t) + K u_f(t-1) \\ &\quad + S y_f(t) + R\delta_f(t+d) \\ \hat{B}(0)[R^*/P^*]u(t) + \hat{K} u_f(t-1) + \hat{S} y_f(t) \\ &= y_M(t+d) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

と要約できる。ここで、添字 f は $1/(P^*\Gamma)$ によるフィルタ値を表わす。 P^* , Γ , R^* は本来は対角行列であるが、記述を簡単にするためにここではスカラーとした。(39)式より

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= y_M(t) + \widehat{R\delta_f}(t) \\ u(t) &= [\widehat{RB}]^{-1} \{ R\alpha y_M(t+d) - \hat{S} \widehat{R\delta_f}(t) \} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

となるから、これは本手法の $F=P^*\Gamma$, $P=Q_r=Q_s=I$ の場合に相当する。

なお、追従誤差が零へ収束するための条件は、(31)

式、(37)式の第2式および(39)式の第2式に関する同定がおののの出力成分ごとに行われるので、スカラー系の場合と同一である。したがって、もし仮に $\delta(t+d) \equiv 0$ であるならば、本手法および市川の方法は無条件で収束する。これに対し、Landau の方法では、(37)式からわかるように未知パラメータは $F(z^{-1})$ を介して観測されるから、 $F(z^{-1})$ に関する正実条件が必要である^{2), 10)}。実際には $\delta(t+d) \equiv 0$ であるから、追従誤差は完全には零とならず、同定が式誤差法によって行われるため、推定値にもバイアス誤差を生じる。しかしながら、本章の最初に述べたように $\delta(t+d)$ は十分小さいと仮定しているから、バイアス誤差は小さく、制御系の安定性には問題ないものと思われる。

4. 実験

制御実験は間接法と直接法によって行った。まず間接法では、推定すべきパラメータは、(24)式の α と(4)式の b の合計 15 個の係数であり、これらを y_1, y_2, y_3 に関する三つの固定トレースゲインアルゴリズムで推定した。その初期値は、ゲイン行列が 50 I、パラメータは 2 章に示した値である。推定値を得たのち(14)、(15)式から $\hat{R}$ と $\hat{S}$ を計算するが、 $P(z^{-1})$, $F(z^{-1})$, $Q_r(z^{-1})$, $Q_s(z^{-1})$ およびこれに対応する $\hat{R}$ と $\hat{S}$ の形は低域通過フィルタ法では(23)と(25)式、2次規範を利用する方法では(29)と(30)式である。入力振幅制限は、Fig. 2 と Fig. 3 にみられる強度の非線形特性を線形近似するために

$$5 \leq u_1 \leq 10, \quad 2.5 \leq u_2 \leq 10, \quad 2 \leq u_3 \leq 10 \quad (41)$$

とした。

間接法による制御結果を Fig. 6, Fig. 7 に示す。

Fig. 6 は基本的 MRAC すなわち $F=1$, $P=Q_r=Q_s=I$ の場合である。出力 y_1, y_2, y_3 はいずれも破線で示された規範モデル出力によく追従しているが、入力 u_1 と u_2 は unnecessary 短周期振動を含んでいる。その原因を u_2 について調べてみると、(21)式の右辺第2項より、

$$U_2 \text{ の振動成分} = (\hat{S}_2/\hat{B}_{22})\delta_{f2} - (\hat{B}_{23}\hat{S}_3/\hat{B}_{22}\hat{B}_{33})\delta_{f3} \quad (42)$$

となる。上式に $\delta_{f2} \doteq (1-z^{-1})\varepsilon_2$, $\delta_{f3} \doteq (1-z^{-1})\varepsilon_3$ を代入し、 $u_2 = [1/(1-z^{-1})]U_2$ であることを使えば、

$$u_2 \text{ の振動成分} \doteq (\hat{S}_2/\hat{B}_{22})\varepsilon_2 - (\hat{B}_{23}\hat{S}_3/\hat{B}_{22}\hat{B}_{33})\varepsilon_3 \quad (43)$$

と近似できる。そして、第2章に示した推定値によって計算すると、 $\hat{S}_2/\hat{B}_{22} = (2-z^{-1})/(0.01+0.005z^{-1})$, $-\hat{B}_{23}\hat{S}_3/\hat{B}_{22}\hat{B}_{33} = 0.01(1.3-0.3z^{-1})/(0.01+0.005z^{-1})$ (2.6-0.4 z^{-1}) である。したがって、周期 2[step] の

振動成分 ($z = -1$) のみに着目すれば,

$$u_2 \text{ の振動成分} = 600\varepsilon_2 + 1.1\varepsilon_3 \quad (44)$$

となり, 左辺は図より約 2 V であるから, $\varepsilon_2 = 0.003$ V と推定される. これは線形近似誤差あるいは 12 bit・10 V の A/D 変換器誤差のオーダーであるから, u_2 の振動は結局, そのような必然的な誤差が $\hat{B}_{22} = 0.01 + 0.005z^{-1}$ の微小な係数によって増幅されたものと考えることができる. u_1 についても同様である. Fig. 7 は, 上記の振動を除去するために Fig. 4 の (c) に相当する低域通過フィルタ法を用いた場合であるが,

Fig. 6 Experimental result by the basic MRAC scheme

Fig. 7 Experimental result by the indirect MRAC scheme (A) where $P(z^{-1}) = 1 - 0.8z^{-1}$, $Q_s(z^{-1}) = 1 + z^{-1}$ and $F(z^{-1}) = (1 - 0.7z^{-1})^2$

Fig. 8 Experimental result by the direct MRAC scheme where $P(z^{-1}) = 1 - 0.8z^{-1}$, $Q_s(z^{-1}) = 1 + z^{-1}$ and $F(z^{-1}) = (1 - 0.7z^{-1})^2$

Fig. 4 から予想されたように u_1 , u_2 はよく平滑化されている. 2次規範を利用する方法によっても同様の平滑化が達成できる.

つぎに直接法であるが, P , F , Q_r , Q_s は (23) 式とした. この場合の推定すべきパラメータは, $B(0)$ に 6 個, $K(z^{-1})$ に 12 個, $S(z^{-1})$ に 6 個含まれ, 合計 24 個である. この場合にも推定は固定トレースゲインアルゴリズムで行い, その初期値は第 2 章に示した値を用いて (14) 式で計算した. 制御結果は, $P = 1 - 0.8z^{-1}$, $Q_s = 1 + z^{-1}$, $F = (1 - 0.7z^{-1})^2$ の場合が Fig. 8 に示されている.

パラメータ数が多いために適応の初期段階での振動がやや大きい, $t \geq 100$ [step] 以後は Fig. 7 とほぼ同一となっている.

以上の実験結果では Fig. 4, Fig. 5 から予想された入力平滑化が達成されたが, これが本実験のようなむだ時間 1 [step] の 1 次系の特殊性ではなく, より高次の系に対しても有効であることを確認するためにデジタルシミュレーションを行った結果を Fig. 9 に示す. 制御対象は,

$$A(z^{-1})y(t+d) = B(z^{-1})u(t) + C + hL(t) + \varepsilon(t+d) \quad (45)$$

で記述される 1 入力・1 出力系である. ここで, $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3}$, $B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1}$, $d = 2$, $(a_1, a_2, a_3, b_0, b_1) = (-2.1, 1.53, -0.365, 1.0, 0.4; t \leq 24)$, $(-2.0, 1.53, -0.356, 0.9, 0.5; t \geq 25)$, $h = 0.4$, $C = 1$, $L(t) = (0; t \leq 499)$, $(1; t \geq 500)$ であり, $L(t)$ は既知信号, ε は標準偏差 0.05 の正規白色雑音である. アルゴリズムとしては 2 次規範を利用する方法を用い, F , Q_r , Q_s は (29) 式とした. 基本的 MRAC の (a) にくらべて, Fig. 5 と同様に (b), (c), (d) の順に入力が平滑化さ

Fig. 9 Simulation results of the indirect MRAC scheme (B) for the plant (42)

れることがわかる。なお、 ρ をより大きくすれば入力の振動は減小するが、出力のゆらぎが大きくなる。

5. 結 言

ここでは、モデル規範形適応制御 (MRAC) の応用に関する基礎研究の一つとして、3入力・3出力のプロセス制御系での実験について述べた。系の入出力関係は、変数間の相互作用とむだ時間を考慮しうること必要最小限のパラメータを含む線形離散時間モデルで近似し、入力に作用する非線形性に対しては入力の振幅を制限することとした。制御アルゴリズムとしては、規範モデルへの出力の追従と同時に制御の滑らかさを目的とし、基本的 MRAC を改良して平滑化因子 F , P , Q_r , Q_s を含める方策を示した。制御実験では、追従と平滑の両目的が達成され、このような若干の改良・工夫のもとで MRAC がプロセス制御に有効なものであることが確かめられた。また、アルゴリズムに関しては、実験とは別の1入力・1出力系のモデルについてデジタルシミュレーションを行い、その入力平滑化の機能が一般的なものであることを示した。今後の課題としては、制御系そのものの能力を十分に発揮させるために入力の振幅制限を除去すること、ある

いは非線形性を考慮しうる簡単な入出力間のモデルやこれに対する同定手法の開発であると思われる。

参 考 文 献

- 1) 計測自動制御学会編：小特集・適応制御，計測と制御，**23**-5 (1984)
- 2) I. D. ランダウ，富塚：適応制御システムの理論と実際，オーム社 (1981)
- 3) K. S. Narendra and R. V. Monopoli (ed.): Applications of Adaptive Control, Academic Press (1981)
- 4) 小西，ほか：圧力制御系へのモデル規範形適応手法の一応用，計測自動制御学会論文集，**21**-9, 996/998 (1985)
- 5) 小西，ほか：入力平滑特性を有するモデル規範形適応制御系の一設計法，日本機械学会論文集 (C編)，**52**-476, 1362/1369 (1986)
- 6) 田村捷利：モデル規範形適応制御とセルフチューニングレギュレータ，計測と制御，**23**-5, 428/432 (1984)
- 7) 成田誠之助：ディジタルシステム制御，昭晃堂 (1980)
- 8) G. C. Goodwin, et al.: Discrete-Time Multi Variable Adaptive Control, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-25**-3, 449/456 (1980)
- 9) 市川邦彦：制御系設計法 [VI]，計測と制御，**23**-11, 959/967 (1984)
- 10) I. D. Landau and R. Lozano: Unification of Discrete Time Explicit Model Reference Adaptive Control Designs, Automatica, **17**-4, 593/611 (1981)
- 11) 小西，芳村，添田：CE 原理に基づく適応レギュレータの可能収束点，計測自動制御学会論文集，**16**-6, 838/845 (1980)