逆慣性行列を用いたロボットアームの動特性解析とその作業計画
ならびにエンドエフェクタ設計への応用[†]

浅田 春比古*・小川 一 男*

Dynamic Analysis of Robotic Arms Using Inverse Inertia Matrices
and Its Applications to Task Planning and End-Effector Design

Haruhiko ASADA* and Kazuo OGAWA*

A new approach to the dynamic analysis of a manipulator arm interacting with the environment is presented. Inertial properties of the manipulator arm and the end effector viewed from the environment are analyzed. It is found that, under a certain condition, there exists a particular point on the end effector, at which a linear force causes only a linear acceleration in the end effector, while a moment causes only an angular acceleration. The point is similar to the centroid of a single rigid body, hence referred to as the generalized centroid of the arm-and-end-effector system. The inertial properties are also characterized by the virtual mass, which is defined to be the equivalent mass of the arm and the end effector reflected to a point of interest.

The developed analytic tools are then applied to task planning and end effector design with emphasis on deburring and assembly. The orientation of a tool and the configuration of the manipulator arm are optimized in such a way that the arm-and-tool system possesses an appropriate virtual mass and the generalized centroid at an appropriate point.

Key Words: manipulator, dynamics analysis, mass properties, task planning, RCC hand

1. 緒 言

グラインダーがけやバリ取り作業などでは、ロボットに保持された工具に大きな衝撃力が作用したり¹⁾、振動的な外力が作用することがある²⁾。また部品の組立

作業などでは、ロボットの操作する部品が外部の硬い物体面と接触する際、衝撃的な力が発生することが問題にされている³⁾。また今後、組立作業などをより高速に行ううえで、部品に衝撃的な力を加えたり、部品や工具を衝突させる動的動作が、ロボットの制御にとり入れられる可能性もある。このようにロボットが外部環境と動的な干渉をもつ作業には、興味深いものが数多く含まれる。

環境との動的な運動の干渉問題は、近年 Hogan によって bond graph を用いた定式化がなされ⁴⁾、その力学的構造が明らかにされた。また環境との干渉を望ましい状態に制御する方法として、impedance 制御が提案され⁵⁾、従来からの Whitney らの generalized spring と generalized damper の考え方⁶⁾をより一般化した制御方式にまとめられた。一方 Kazerooni らは impedance 制御をバリ取り作業などに応用するとともに、帯域幅が指定されたときの impedance 制御系の設計法を明らかにした⁷⁾。また国内では、高瀬⁸⁾や内山⁹⁾によるロボットアームの動的制御に興味深い制御実験や、動特性の補償方法がみられる。

環境との動的な干渉を望ましい状態に制御するには、ロボットとそれに保持される工具や物体が、外力に対してどのような応答を示すのか、その動的挙動を調べることが基本となる。また外力に対する瞬間的な応答は、現象が速くなるとフィードバック制御によるよりも、ロボットと工具(注 1)の質量特性など系に固有の動的性質に依存する。そこで本文では、ロボットとそれに保持される工具からなる系の外部環境からみた質量特性を明らかにし、さまざまな動的作業をとりあげて望ましい環境との関係を実現する方法を検討す

[†] 第 25 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 61・7)

* 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

* Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto
(Received January 31, 1987)

(Revised April 30, 1987)

(注 1) 本文ではロボットアームの先端に取り付けられる各種機器や把持物体を総称し、工具と呼ぶ。

る。

環境からの外力を受ける工具の運動は、単純な剛体の自由運動とは異なって、それに接続されるロボットアームのリンク機構などから動的な干渉を受け、複雑な挙動を示す。本文ではアームと工具からなる系を複数剛体の系とみなし、工具に与えるアームリンクからの動的影響を解析したうえで、工具の運動を単一剛体や単一質点の運動に帰着させて説明する。これによって環境からの外力に対する工具の応答が明解に把握され、作業遂行上の有益な情報が得られる。本文の後半では、上述の解析手法を動的な作業に応用し、環境と望ましい動的干渉をもつように、アーム・工具系の質量分布を求めたり、ロボットの腕姿勢や対象物の配置を決定する問題を検討する。

2. モデリング

2.1 逆慣性行列

本文で扱うロボットアームについて、系の記述を行うとともに、後の解析の基礎となる慣性行列を求めておく。Fig. 1 に示すようにロボットアームは n 自由度を有し、その先端に m 自由度の工具支持機構を有するものとする。ここに工具支持機構とは RCC ハンド¹⁰⁾のような弾性支持機構や、マイクロマニピュレータ¹¹⁾のような能動支持機構を意味する。工具が直接にアーム先端に取り付けられるときは、自由度 0 の支持機構とみなす。ロボットアームの関節変位を $\theta_1, \dots, \theta_n$ で、工具支持機構の変位を一般座標 $\phi_1, \dots, \phi_m$ で表わし、アームと工具を含む系全体の変位をまとめて、一般座標 $\mathbf{q} = [\theta_1, \dots, \theta_n, \phi_1, \dots, \phi_m]^T$ と表わす。

工具の運動を記述するために工具に代表点 O を定め、その慣性系 $O'-XYZ$ に対する並進速度を 3×1 ベクトル $\mathbf{v}_0$ で、また角速度を 3×1 ベクトル $\mathbf{w}$ で表わす (Fig. 1)。これらをまとめた 6×1 ベクトルを $\dot{\mathbf{X}} = [\mathbf{v}_0^T, \mathbf{w}^T]^T$ とすれば、よく知られているように、

Fig. 1 Manipulator arm and end-effector coupled to arm tip

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \quad (1)$$

なる関係が成り立つ。ここに $\mathbf{J}$ は $6 \times (n+m)$ 次元のヤコビ行列である。

つぎに一般座標 $\mathbf{q}$ に関するアーム・工具系全体の慣性行列を $(n+m)$ 次の正方行列 $\mathbf{H}$ で表わす。慣性行列 $\mathbf{H}$ は $\mathbf{q}$ 座標系で表わされる時必ず正值であり、逆行列 $\mathbf{H}^{-1}$ が存在する¹²⁾。一方 $\mathbf{X}$ 座標系での逆慣性行列を $\hat{\mathbf{G}}$ と表わせば、 $\mathbf{q}$ 座標系での逆慣性行列 $\mathbf{H}^{-1}$ とつぎの関係が成り立つことが容易に示される。

$$\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{J}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{J}^T \quad (2)$$

ここに逆慣性行列 $\hat{\mathbf{G}}$ は常に存在するが、その逆行列は必ずしも存在しないことがある。

このような代表点 O から見たアーム・工具系全体の質量特性は、逆慣性行列 $\hat{\mathbf{G}}$ に集約される。腕先の代表点に関する質量特性については、すでに浅田の一般化慣性楕円体¹³⁾や Hogan の mobility 行列⁶⁾によって力学的解釈がなされている。ところが従来の方法では並進運動と回転運動を同一の 6 次元空間で扱ったために、二つの運動成分が混じり合うとき、質量特性についての物理的意味が不明確となる欠点があった。そこで本文では並進と回転の新しい取り扱いを試み、この問題点を解消するとともに、工具の運動に明確な物理的解釈を与える。

2.2 逆慣性行列の分解と関心点の変更

一般に剛体の運動は並進運動と回転運動に分解される。同様に逆慣性行列 $\hat{\mathbf{G}}$ を並進と回転に関してつぎのように四つの 3×3 行列に分解する。

$$\hat{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{G}}_{11} & \hat{\mathbf{G}}_{12} \\ \hat{\mathbf{G}}_{12}^T & \hat{\mathbf{G}}_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに $\hat{\mathbf{G}}_{11}$ は工具の代表点 O に関する並進運動のみに、 $\hat{\mathbf{G}}_{22}$ は回転運動のみに関係しており、 $\hat{\mathbf{G}}_{12}$ は並進と回転の干渉 (coupling) に関係している。

行列 $\hat{\mathbf{G}}$ は代表点 O について質量特性を表現したものであるが、関心点を他に移したときその行列表現は変化する。以下の節では点 O 以外の特別な点に注目し、その点から見たときの質量特性を議論する。その準備として、関心点を移したとき質量特性の行列表現がどのような変換規則に従うのか明らかにしておく。

Fig. 2 に示すように代表点以外に任意の関心点 P をとり、点 O から P に向う位置ベクトルを $\mathbf{r} = [r_x, r_y, r_z]^T$ とする。点 P の並進速度が $\mathbf{v}_0 + \mathbf{w} \times \mathbf{r}$ となることを用いて (2) 式を導いたのと同様の変換を行えば、

$$\hat{\mathbf{G}}_P = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{G}}_{11} + \mathbf{R}\hat{\mathbf{G}}_{12}^T + \hat{\mathbf{G}}_{12}\mathbf{R}^T + \mathbf{R}\hat{\mathbf{G}}_{22}\mathbf{R}^T & \hat{\mathbf{G}}_{12} + \mathbf{R}\hat{\mathbf{G}}_{22} \\ \hat{\mathbf{G}}_{12}^T + \hat{\mathbf{G}}_{22}\mathbf{R}^T & \hat{\mathbf{G}}_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに $\hat{\mathbf{G}}_P$ は点 P に関する逆慣性行列で、 $\mathbf{R}$ はベクト

Fig. 2 Contact point at which virtual mass is evaluated

ル r の成分からなる 3×3 歪対称行列である.

$$R = \begin{bmatrix} 0 & r_z & -r_y \\ -r_z & 0 & r_x \\ r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

なお(4)式の逆慣性行列はすでに 3×3 行列のブロックに分解されており、それぞれのブロックは $\hat{G}$ の場合と同様に、並進、回転およびそれらの干渉項を表わす.

3. 一般化質量中心

単一の剛体では質量中心において、並進と回転の運動が分離される. 本章ではこの質量中心の概念を拡張し、ロボットアームのような複数の剛体からなる系で、並進と回転の運動が分離される点を考える. またそのような点に注目して、アーム・工具系の質量特性を解析する.

(4)式で与えられた逆慣性行列 $\hat{G}_p$ は、一般に非対角ブロック $\hat{G}_{12} + R\hat{G}_{22}$ と $\hat{G}_{12} + \hat{G}_{22}R^T$ を含む. しかしながらこれらの非対角ブロックは、関心点 P の位置に依存して変化する. そこで非対角ブロックが 0 となるような特別な点 C をとり、逆慣性行列をブロック対角化することを考える. すなわち(4)式の行列が、

$$\hat{G}_c = \begin{bmatrix} \hat{M}_c & 0 \\ 0 & \hat{I}_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

となるような点 C を考える. ここで $\hat{M}_c$ と $\hat{I}_c$ は点 C での逆慣性行列のうちの並進と回転に関する 3×3 ブロックを表わす.

このような特別な点 C が存在するには、(4)式の非対角ブロックを 0 とする行列 R が存在する必要がある. そのためには、逆慣性行列は対称なので次式を満たす R が存在する必要がある.

$$\hat{G}_{12} + R\hat{G}_{22} = 0 \quad (7)$$

$$R^T = -R \quad (8)$$

(8)式は R が歪対称行列であることを示す. 上式の解が存在すれば(4)式は実際に(6)式の形になり、 $\hat{M}_c$

Fig. 3 Generalized centroid C

と $\hat{I}_c$ は、

$$\hat{M}_c = \hat{G}_{11} - R_c \hat{G}_{22} R_c^T \quad (9)$$

$$\hat{I}_c = \hat{G}_{22} \quad (10)$$

で与えられる. ここに R_c は(7)、(8)式の解であることを示す. したがって(7)、(8)式は、逆慣性行列がブロック対角化されるための必要十分条件になっている. なお(7)、(8)式は通常の線形連立方程式に書き換えられ、解の存在条件は行列ランクを評価することに帰着される. 付録 1 にその詳細を示す.

Fig. 3 に示すように点 C に作用する並進力とモーメントを f_c と N_c で表わし、点 C に生じる並進加速度と角加速度を a_c 、 ω とすれば、アーム・工具系の運動方程式は並進と回転の逆慣性行列を用いてつぎの形式に表わされる.

$$a_c = \hat{M}_c f_c + h_1 \quad (11)$$

$$\dot{\omega} = \hat{I}_c N_c + h_2 \quad (12)$$

ここに h_1 と h_2 はコリオリの加速度など速度の積を含む非線形項と重力加速度の項を意味する. 点 C では逆慣性行列がブロック対角化されているので、並進加速度に関する(11)式にはモーメント N_c が含まれず、角加速度に関する(12)式には並進力 f_c が含まれていない. すなわち並進力は並進加速度のみを、モーメントは角加速度のみを生じる. このように点 C に関しては並進運動と回転運動が慣性項の意味で分離される. 単一の剛体の自由運動の場合には、このような分離は質量中心において成立する. アーム・工具系のような複数の剛体から成る系で、工具の運動がアームリンクから動的な影響を受ける場合でも、上述の点 C が存在するならば慣性項の意味で運動の分離が成り立つ. これは単一剛体における質量中心の拡張になっているので、点 C のことを一般化質量中心と呼ぶ.

単一剛体の質量中心と違って、一般化質量中心はロボットアームや工具の姿勢によって変化する. また工具とアームの接続のされ方や支持機構の構造に依存する. 6 章ではいくつかの作業について望ましい一般化

質量中心の位置を与え、それを実現するアームと工具の姿勢や支持機構の設計を試みる。また単一剛体と違って一般化質量中心は必ずしも常に存在しない。しかしながら平面運動の場合には、特異点の状態を除いて、常に一般化質量中心が存在する。詳細は付録 2 に示される。

4. 仮想質量

本章ではアーム・工具系に外力が作用するときの運動を調べるため、力の作用点から見た系の等価慣性の考え方を導入する。これによって複雑なアーム・工具系の運動が等価的に単一質点の運動に対応づけられる。

一般に工具を用いて作業を行う場合、外部環境との接触点、すなわち外力の作用点において作業が遂行されるので、外力の作用点に注目して系の運動を調べる。たとえば Fig. 4 に示すバリ取り作業では、のみ状の工具がバリに打ちつけられるが、この場合のみ先端の外力の作用点において作業がなされ、この点の運動に関心がある。またのみの運動のうち、特に外力の作用する方向は作業の遂行上重要な意味をもつ。そこで力の作用点における作用線方向の等価慣性を調べることにする。

Fig. 2 に示すように、一般に外力の作用点を A として工具の代表点 O からの位置ベクトルを $\mathbf{r}_a$ 、また $\mathbf{r}_a$ の成分からなる歪対称行列を $\mathbf{R}_a$ とする。A 点に関する逆慣性行列のうち並進運動に関する 3×3 行列は、

$$\hat{\mathbf{M}}_a = \hat{\mathbf{G}}_{11} + \mathbf{R}_a \hat{\mathbf{G}}_{12}^T + \hat{\mathbf{G}}_{12} \mathbf{R}_a^T + \mathbf{R}_a \hat{\mathbf{G}}_{22} \mathbf{R}_a^T \quad (13)$$

で与えられる。力の作用線の方向を単位ベクトル $\mathbf{n}$ で表わし、 $\hat{\mathbf{M}}_a$ の方向 $\mathbf{n}$ の成分からつぎの量を定義する。

$$m_a = \frac{1}{\mathbf{n}^T \hat{\mathbf{M}}_a \mathbf{n}} \quad (14)$$

さて点 A に外力 $\mathbf{f}_a$ が作用し、その結果並進加速度 $\mathbf{a}_a$ が点 A に生じたとしたら、

Fig. 4 Deburring using a chipper

$$\mathbf{a}_a = \hat{\mathbf{M}}_a \mathbf{f}_a + \mathbf{h}_3 \quad (15)$$

が成り立つ(注 2)。ここで $\mathbf{h}_3$ は慣性項以外の非線形項を表わす。外力 $\mathbf{f}_a$ の作用する方向を $\mathbf{n}$ としたが、発生する加速度は $\mathbf{n}$ の方向と一致するとは限らない。加速度 $\mathbf{a}_a$ のうち $\mathbf{n}$ の方向の成分を $\mathbf{a}$ とすれば、上式より、

$$\mathbf{a} = \mathbf{n}^T \mathbf{a}_a = \mathbf{n}^T \hat{\mathbf{M}}_a \mathbf{n} \cdot \mathbf{f} + \mathbf{n}^T \mathbf{h}_3 \quad (16)$$

となる。ここに $\mathbf{f}$ は外力 $\mathbf{f}_a$ の大きさを示す。上式で作用する力の大きさ $\mathbf{f}$ と非線形項を除いた加速度項 $\mathbf{a}^* = \mathbf{a} - \mathbf{n}^T \mathbf{h}_3$ の比をとれば、

$$\frac{\mathbf{f}}{\mathbf{a}^*} = \frac{1}{\mathbf{n}^T \hat{\mathbf{M}}_a \mathbf{n}} = m_a \quad (17)$$

となって(14)式で導入した m_a に一致する。単一の質点では力と加速度の比は質量に相当する。この意味で上式の m_a は点 A に仮想的な質点を考えた場合の等価質量に相当する。そこで m_a のことを仮想質量と呼び、これを用いてアーム・工具系の質量特性を調べる。

実際の工具の運動は、力の作用線が一般化質量中心を通らない限り、角加速度を生じる。上述の並進加速度 $\mathbf{a}_a$ は工具の剛体並進運動と回転運動が点 A において合成されたもので、外力 $\mathbf{f}_a$ によって生じる合成加速度を表わす。仮想質量 m_a はアーム・工具系全体の質量を点 A での質点に置き換え、合成加速度と作用する力の関係の特徴づけるものである。

5. 仮想質量の性質と一般化質量中心との関係

仮想質量は一般の質量と異なって、関心点の位置 $\mathbf{r}_a$ や方向 $\mathbf{n}$ によって変化する。本章では仮想質量が位置や方向に関してどのように変化するのか、特にその最大・最小値について調べる。次章で具体例を示すように、作業目的によっては仮想質量が大きいほうが望ましい場合とその逆の場合、あるいは特定の位置と方向にのみ大きいことが望まれる場合などがある。

まず(14)式の仮想質量の逆数 $m_a^{-1} = \mathbf{n}^T \hat{\mathbf{M}}_a \mathbf{n}$ を考え、これが $\mathbf{n}^T \mathbf{n} = 1$ の条件のもとで極値をとる条件を調べる。ラグランジュ乗数 λ を用いて次式をつくる。

$$\mathcal{L}(\mathbf{n}, \lambda, \mathbf{r}_a) = \mathbf{n}^T \hat{\mathbf{M}}_a(\mathbf{r}_a) \mathbf{n} - \lambda(\mathbf{n}^T \mathbf{n} - 1) \quad (18)$$

ここに $\hat{\mathbf{M}}_a$ は(13)式で与えられるように $\mathbf{r}_a$ の関数である。上式を、 $\mathbf{n}$ 、 λ および $\mathbf{r}_a$ で微分すれば極値をとるための必要条件が得られる。すなわち(注 3)、

(注 2) 点 A においてモーメント $\mathbf{N}_a$ が環境から作用すれば、上式右辺に $[\hat{\mathbf{G}}_{12} + \mathbf{R}_a \hat{\mathbf{G}}_{22}] \mathbf{N}_a$ の項が含まれる。

ところが Fig. 4 のような作業では点 A のまわりにモーメントは発生せず並進力のみが作用すると考えられる。そこで上式では $\mathbf{N}_a = 0$ とした。

(注 3) (13)式を(18)式に代入するとともに、 $\mathbf{S} = \mathbf{R}_a^T \mathbf{n}$ において、 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{S}} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{r}_a}$ を計算すれば(21)式が導かれる。

$$\hat{M}_a n - \lambda n = 0 \quad (19)$$

$$n^T n - 1 = 0 \quad (20)$$

$$n \times [\hat{G}_{12}^T + \hat{G}_{22} R_a^T] n = 0 \quad (21)$$

上式を満たす r_a と n の組が仮想質量の極値を与える関心点の位置と方向を与えるが、(19)式の $\hat{M}_a$ が r_a の関数であるため一般にこれを解析的に解くことはできない。ただし関心点の位置 r_a を固定したときは、仮想質量の最大・最小となる方向が容易に求められる。

すなわち(19)、(20)式より $\hat{M}_a$ の固有値・固有ベクトルを求めればよい。仮想質量の最大値は $\hat{M}_a$ の最小固有値の逆数 $1/\lambda_{\min}$ で、その方向は対応する固有ベクトルで与えられる。ただしアーム・工具系が特異点の姿勢にあるときには $\lambda_{\min} = 0$ となり、仮想質量は無限大となる。これは $\lambda_{\min}$ に対応する固有ベクトルの方向に工具が動けないことを意味する。なお $\hat{M}_a$ が正則なときには2次曲面 $u^T \hat{M}_a^{-1} u - 1 = 0$ は並進運動に対する一般化慣性楕円体に相当する¹³⁾。

つぎに一般化質量中心が存在する場合を考える。一般化質量中心Cから任意の関心点Aに至るベクトルを r_{ca} とし、これからつくられる歪対称行列を R_{ca} とする。(4)式で与えられた逆慣性行列の変換則において、点Pに点Aを、代表点Oに点Cを対応させれば、点Aでの並進逆慣性行列は、

$$\hat{M}_a = \hat{M}_c + R_{ca} \hat{I}_c R_{ca}^T \quad (22)$$

これを(14)式に代入して仮想質量の逆数 m_a^{-1} は、

$$m_a^{-1} = n^T \hat{M}_c n + (r_{ca} \times n)^T \hat{I}_c (r_{ca} \times n) \quad (23)$$

で与えられる。ここに右辺第1項は一般化質量中心における方向 n の仮想質量 m_c の逆数に相当する。また第2項は行列 $\hat{I}_c$ が非負定値なので正または0となる。したがって一般に次式が成立する。

$$m_c \geq m_a, \quad \forall n. \quad (24)$$

すなわち任意の方向 n に対して仮想質量は一般化質量中心において最大となる(注4)。そこで一般化質量中心における仮想質量に注目して、方向に関する最大値を求めれば全体としての最大値が求められる。すなわち最大値は $\hat{M}_c$ の最小固有値 $\lambda_{c\min}$ の逆数で

$$\max_{r_a, |n|=1} m_a = 1/\lambda_{c\min} \quad (25)$$

となる。以上のように仮想質量の最大値を求める問題は、一般化質量中心が存在する場合、その位置を求めることと行列 $\hat{M}_c$ の固有値を調べることに帰着される。なお関心点Aを一般化質量中心にとる場合、行列 R_a は(7)式の条件を満たし、 $\hat{G}_{12} + R_a \hat{G}_{22} = 0$ となる。

(注4) ここで等号が成り立つのは、 r_{ca} と n が平行なときか、外力が点Cのまわりにつくるモーメントが $\hat{I}_c$ の0の固有値の固有ベクトルであるときである。

Fig. 5 Virtual mass becomes maximum when line of action passes through generalized centroid

これを(21)式に代入すれば、 m_a が極値をとるための条件の一つが自動的に満足されていることが確認でき、残りの2条件に関する固有値問題に帰着される。

仮想質量が小さな値をとるほうが望ましい作業ではつぎの性質を用いる。Fig. 5 に示すように、任意に選んだ方向 n の直線を l とし、一般化質量中心Cより直線 l におろした垂線の長さを d 、また垂線の方向の単位ベクトルを t と表す。(23)式より、直線 l 上の点Aに関する方向 n の仮想質量の逆数は、

$$m_a^{-1} = n^T \hat{M}_c n + (t \times n)^T \hat{I}_c (t \times n) \cdot d^2 \quad (26)$$

ここで第2項の係数は非負であるので m_a^{-1} は $d(\geq 0)$ に関して単調増大となる。すなわち仮想質量は一般化質量中心からの距離が増大するにつれて単調に減少する。なお点Aにおける仮想質量の最小値は $\hat{M}_c + R_{ca} \hat{I}_c R_{ca}^T$ の最大固有値によって与えられる。以上のように仮想質量を小さくするには、力の作用線を一般化質量中心から離し、かつその方向を並進逆慣性行列 $\hat{M}_a$ の最大固有値の方向にとればよい。

6. 応 用

この章では一般化質量中心と仮想質量を用いた解析方法を、環境と動的な干渉をともしう作業に応用する。

(1) chipper を用いたバリ取り

Fig. 4 に示したように、chipper を用いたバリ取りでは、バリから受ける大きな衝撃的反力に対して、工具を安定に保持することが望まれる¹⁾。したがって反力の作用点に関する作用線方向の仮想質量ができるだけ大きくなるようにする。

Fig. 6 は平面3自由度のロボットで、付録に述べたように、平面運動であるので常に一般化質量中心が存在する。前章で調べたように力の作用線が一般化質量中心Cを通り、点Cでの並進逆慣性行列の最小固有値の方向に力の作用線が向くとき、仮想質量が最大となる。そこで図に示すように、工具を第2・第3リン

Fig. 6 Optimal configuration design for chipping

クと同一直線上に位置させ、対象物と適当な角度をなすように配置して、上述の条件が達成されるようにした。図中に示す楕円は並進逆慣性行列に対する一般化慣性楕円体¹³⁾で、短軸の方向に仮想質量が最大であることを示す。

なおロボットアームの三つのリンクが一直線上に並ぶ姿勢では、短軸の長さが0となって仮想質量が無限大となる。このような姿勢は特異点であって、特定の方向に工具が動かせないので望ましくない。Fig. 6に示す姿勢は特異点から離れており、任意の方向（回転も含む）に工具が移動可能で、かつ大きな仮想質量を力の作用線方向にもつ。

(2) 硬い物体面との接触

組立作業などでは、Fig. 7に示すように、外部環境と非接触状態から急に接触状態になる動作が含まれ、接触時に大きな衝撃の力が作用することが問題になっている³⁾。素速く物体面と接触しようとする、接触時の運動量の変化が大きくなり、大きな衝撃力が発生する。これを小さくするには運動方向の仮想質量を小さくすればよい。すなわち Fig. 7に示すように、一般化質量中心から力の作用線をできるだけ離しておき、かつ力の作用点Aにおける並進逆慣性行列の最大

Fig. 7 Hard surface contact

固有値の方向に作用線が向くようにすれば、仮想質量は十分小さくなる。

(3) 動的はめあい作業

精密はめあい作業には従来から RCC (Remote Center Compliance) ハンドが用いられている¹⁰⁾。Whitney らははめあい作業を準静的な過程と仮定したうえで、jamming などを起こさずスムーズに軸の挿入が可能のための条件として、コンプライアンス中心が軸の先端付近にあることを明らかにしている¹⁴⁾。ここにコンプライアンス中心とは、その点に並進外力が作用するとき並進変位のみを生じる点であって、静的な意味で並進と回転の運動が分離される特別な点のことである。

本文では静的なはめあい作業でなく、動的な過程を考える。動的な場合の軸の挙動は静的なコンプライアンスによるよりも、軸と支持機構の慣性力、すなわち質量特性に依存する。そこで軸と支持機構の質量特性を一般化質量中心と仮想質量を用いて解析し、動的なはめあい作業がスムーズに進行するための質量分布の条件を明らかにする。

Whitney ら¹⁴⁾によれば、軸が鉛直上方より下降して面取部に当たるとき、軸が傾かずにそのままの姿勢で穴の中心部に並進移動することが望ましい (Fig. 8)。RCC ハンドの場合、面取部からの反力が軸先端のコンプライアンス中心の近くを通るため、軸にモーメントが作用せず並進運動のみを生じる。軸が傾かず穴の中心部に移動するならば、穴に挿入されて2点接触となるときの挿入深さが深く、jamming などを起こしにくくなるとされている。動的なはめあい過程ではコンプライアンス中心のかわりに一般化質量中心を考える。面取部に当たって衝撃力を受けるとき、軸が傾かないためには衝撃力の作用線が Fig. 8に示すように一般化質量中心Cを通ればよい。さらに軸が図とは反対の面取部に当たるときにも同様の結果を得るには、一般化質量中心が軸の中心線上で先端付近に位置すれ

Fig. 8 Dynamic insertion process

Fig. 9 Generalized centroid of RCC hand

ばよい。

つぎに Fig. 9 に示す RCC ハンドについて一般化質量中心の位置を求めてみる。簡単化のために RCC ハンドを保持するロボットアームと Frame は、RCC ハンドの可動部、すなわち図の Body 1 と 2 に比べて十分重いと仮定する。 m_1 と m_2 をそれぞれ Body 1 と 2 の質量、 L_g を Body 2 の質量中心 B と軸先端の間隔とする。軸は Body 1 と Frame に結合されているのでこれから動的な運動の干渉を受け、したがってその一般化質量中心 C は Body 2 単独の質量中心 B とは違ったところに位置する。平面運動に関する逆慣性行列を求め、ブロック対角化されるための条件を解けば、点 C は軸先端より L_c にある。

$$L_c = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot L_g \quad (27)$$

上式より $L_c < L_g$ 、すなわち一般化質量中心は Body 2 単独の質量中心よりも軸先端に近いところにある。さらに Body 1 の質量を Body 2 よりも重くすれば、より軸先端近くに点 C が移り、反力の作用線上にもってこれる。

ついで仮想質量について考える。面取部に当たったとき、軸は速やかに穴の中心方向に移動することが望まれる。そのためには水平方向の仮想質量が小さければよい。RCC ハンドでは直感的にも明らかなように、垂直方向の仮想質量に比べて水平方向のそれは非常に小さい。これは静的な場合において、水平方向の剛性が垂直方向に比べてきわめて低いことに対応する。このように静的な剛性とコンプライアンス中心を動的な仮想質量と一般化質量中心に読みかえれば、動的なほめあい過程が説明できる。

RCC ハンドを用いたほめあい作業は、実際かなり高速に行っても成功する。この場合の軸の運動は必ずしも準静的とは考えられないが、上述のように一般化

質量中心が軸先端付近に位置し、かつ水平方向の仮想質量が十分小さいことから、望ましい質量分布がほぼ実現されているためと考えられる。

7. 結 言

ロボットアームと工具からなる系に衝撃的な外力が作用するときの動的な挙動を調べるため、一般化質量中心と仮想質量の概念を導入して質量特性を解析した。ロボットに保持される工具の運動は、アームのリンク機構から動的な干渉を受けて複雑な挙動を示す。本文では一般化質量中心と仮想質量によって、工具の運動を単一の剛体や質点の運動に関連づけて説明することを試みた。また剛体や質点の運動との違いを明らかにし、仮想質量の性質を調べた。さらにこの解析手法をさまざまな作業にあてはめ、望ましい動的運動が得られるよう仮想質量や一般化質量中心を調整することを行った。特に動的なほめあい作業では、RCC ハンドを動的な立場から解析し、高速なほめあい動作がなげ成功するかを明らかにした。今後はほめあい作業をはじめ、作業の高速化・高度化を図るうえで、以上の理論が有力な解析手段となるものと期待される。

参 考 文 献

- 1) F.W. Paul, et al.: Defining of Iron Castings Using a Robotic Positioned Chipper, Proc. 1982 ASME WAM, Robotics Research and Advanced Applications, 269/278 (1982)
- 2) H. Asada and N. Goldfine: Process Analysis and Compliance Design for Grinding with Robots, Proc. of 1985 ASME WAM, Robotics and Manufacturing, 79/88 (1985)
- 3) O. Khatib and J. Burdick: Motion and Force Control of Robot Manipulators, Proc. of 1986 IEEE Conf. Robotics and Automation, 3, 1381/1386 (1986)
- 4) N. Hogan: Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part I Theory, ASME J. Dyn. Sys. Meas. Cont., **107**-1, 1/7 (1985)
- 5) ibid., Part II Implementation, 8/16 (1985)
- 6) D.E. Whitney: Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control, Proc. of 1985 IEEE Conf. Robotics and Automation, 262/268 (1985)
- 7) H. Kazerooni, et al.: An Approach to Automated Deburring by Robot Manipulators, ASME J. Dyn. Sys. Meas. Cont., **108**-4, 354/359 (1986)
- 8) 高瀬国克: 束縛運動の表現と束縛下にあるマニピュレータの動的制御, 計測自動制御学会論文集, **21**-5, 508/513 (1985)
- 9) 内山 勝: 人工の手の運動制御に関する研究, 日本機械学会論文集 (C編), **45**-391, 314/322 (1979)
- 10) D. E. Whitney and J. M. Rourke: Mechanical Behavior and Design Equations for Elastomer Shear Pad Remote Center Compliances, ASME J. Dyn. Sys. Meas. Cont., **108**-3, 223/232 (1986)
- 11) G.L. Kratkiewicz: Automatic Control of a Micro-

- manipulator to Improve Manipulator Position Accuracy, SB Thesis, Dept. ME, MIT (1983)
- 12) H. Asada and J.-J. E. Slotine: Robot Analysis and Control, John Wiley and Sons, Ch. 5 (1986)
- 13) H. Asada: A Geometrical Representation of Manipulator Dynamics and Its Application to Arm Design, ASME J. Dyn. Sys. Meas. Cont., **105**-3, 131/135 (1983)
- 14) D. E. Whitney: Quasi-Static Assembly of Compliantly Supported Rigid Parts, ASME J. Dyn. Sys. Meas. Cont., **104**-1, 65/77 (1982)

《付 録》

1. 一般化質量中心の存在条件

3×3行列 $\hat{G}_{22}$ と $\hat{G}_{12}$ の要素をそれぞれ a_{ij} と b_{ij} で表わし、これらを並び換えてつぎの行列をつくる.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -a_{13} & -a_{23} & -a_{33} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{12} & -a_{22} & -a_{23} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (A.1)$$

$$b = [b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{31}, b_{32}, b_{33}]^T$$

これらを用いれば(7), (8)式の条件は次式になる.

$$Ar = b \quad (A.2)$$

したがって r が存在するにはつぎのランク条件が満たされればよい.

$$\text{rank} A = \text{rank}(A, b) \quad (A.3)$$

2. 平面運動の場合の一般化質量中心

平面運動の場合, (3)式の逆慣性行列は次式のように分解される.

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} \hat{G}_{11} & \hat{g}_{12} \\ \hat{g}_{12}^T & \hat{q}_{22} \end{bmatrix} \quad (B.1)$$

ここに $\hat{G}_{11}$ は2×2行列で並進運動のみに関係し, $\hat{q}_{22}$ は回転運動のみに関係したスカラー量で, $\hat{g}_{12}$ は2×1次元のベクトルで干渉を表わす. 点OからPに向かう位置ベクトル $r = [r_x, r_y]^T$ の成分から, ベクトル $r^* = [-r_y, r_x]^T$ をつくれば, 点Pに関する逆慣性行列 $\hat{G}_p$ の非対角ブロックは, $\hat{g}_{12} + \hat{q}_{22} r^*$ と表わされる. したがって $\hat{q}_{22} \neq 0$ のとき, 点Pの位置を

$$r^* = -\hat{g}_{12} / \hat{q}_{22} \quad (B.2)$$

と選べば, 逆慣性行列がブロック対角化され, 点Pが一般化質量中心となる. $\hat{G}$ は非負対称で, これが正則である限り $\hat{q}_{22} \neq 0$ である. また $\hat{q}_{22} = 0$ とは回転運動ができない特異点の状態を意味し, いかなる点に力が作用しても並進運動のみを生じる.