安定逆システムによる電動機の外乱抑圧制御†

加 来 靖 彦*・沼 里 英 彦**・美 多 勉**

Disturbance Reduction Control of Motor System Using Stabilized Digital Inverse System

Yasuhiko KAKU*, Hidehiko NUMASATO** and Tsutomu MITA**

In this paper, to reduce a time varying torque disturbance of the motor control system, we design the augment system of regulator and observer using stable digital inverse system that we proposed. Experiment results show that our design method is better than conventional one.

Key Words: stable digital inverse system, time-varying disturbance, disturbance reduction method

1. ま え が き

従来より、外乱を推定し外乱の推定値をフィードバック補償することにより外乱を抑圧する方法が知られているが、これを実際のプラントに適用した例はほとんどなく、わずかに速度発電機を用いた電動機制御系（1次系）に対して外乱抑圧を行った実験結果が発表されているだけである¹⁾。この理由として、厳密にプロパーな連続系では微分器が必要となること、デジタル系では不安定な極限ゼロ点が現れない場合に限定しても逆システムの減衰率が任意に設定できないことがあげられる。筆者らはすでにプラントが高次系でしかも非最小位相連続系であっても任意に極配置が可能な安定デジタル逆システムの設計方法を提案している²⁾。本論文ではこれをパルスジェネレータのみを用いた電動機の制御系（2次系）に適用し、従来方法ではほとんど不可能であった、未知外乱トルクを低減する実験に成功したので結果を報告する。

2. 安定逆システムによる未知外乱抑圧

状態変数を $x(t)$ 、入力を $u(t)$ 、出力を $y(t)$ とし、未知外乱 $d(t)$ を含む n 次元の一入力一出力連続系

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + b_c(u(t) + d(t)) \quad (1a)$$

$$y(t) = c_c x(t) \quad (1b)$$

を考える。ただし、 $A_c; n \times n$, $b_c; n \times 1$, $c_c; 1 \times n$ である。未知外乱は測定できないので、まず外乱推定を行う。入力 $u(t)$ と出力 $y(t)$ に 0 次のサンプル/ホールドを用い、未知外乱 $d(t)$ は Fig. 1 に示すように、サンプル点間で一定値をとると考えて、(1) 式をサンプル周期 T で離散化する。サンプル時点 (iT) の状態変数と入力と出力をそれぞれ、 x_i , u_i , y_i とおき、サンプル点間の出力を z_i とすると、

$$x_{i+1} = A x_i + b(u_i + d_i) \quad (2a)$$

$$y_i = c x_i \quad (2b)$$

$$z_i = c \hat{A} x_i + c \hat{b}(u_i + d_i) \quad (2c)$$

を得る。ただし、 $A = \exp(A_c T)$, $\hat{A} = \exp(A_c mT)$, $b = \int_0^T \exp(A_c \tau) d\tau b_c$, $\hat{b} = \int_0^{mT} \exp(A_c \tau) d\tau b_c$, $c = c_c$ である。(2c) 式より、未知外乱の推定値は

$$\hat{d}_i = (c\hat{b})^{-1}(z_i - c\hat{A}\hat{x}_i) + \alpha(c\hat{b})^{-1}(\hat{y}_i - y_i) \quad (3)$$

から求められる。ここで、 $\hat{x}_i$ は状態推定値であり、 $\hat{y}_i = c\hat{x}_i$ である。(3) 式の第2項はオーバーシュートを低減するために付加したものであり、 α は

$$\alpha = (cc^T)^{-1}(c\hat{A}c^T) \quad (4)$$

と選ぶ¹⁾。もとの連続系が可観測で、かつ、外乱から出力までの伝達関数が原点にゼロ点をもたないときには(2a)式と(2b)式から d_i を消去し未知入力オブザーバ

$$\hat{x}_{i+1} = (A - b(c\hat{b})^{-1}c\hat{A} - kc)\hat{x}_i + k y_i + b(c\hat{b})^{-1}z_i \quad (5)$$

を構成できる。(3)式と(5)式より、未知外乱の推定

Fig. 1 Sampling point and auxiliary sampling point

† 第10回 Dynamical System Theory シンポジウムで発表 (昭62・12)

* 千葉大学大学院自然科学研究科 千葉市弥生町 1-33

** 千葉大学工学部 千葉市弥生町 1-33

* Graduate School of Science and Technology, Chiba University, Chiba

** Faculty of Engineering, Chiba University, Chiba
(Received June 24, 1988)

値 $\hat{d}_i$ が求められる。ここで、状態推定誤差 e_i と誤差方程式および外乱推定誤差 ρ_i は、それぞれ

$$e_i = \hat{x}_i - x_i \quad (6a)$$

$$e_{i+1} = (A - b(cb)^{-1}c\hat{A} - kc)e_i \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \rho_i &= \hat{d}_i - d_i \\ &= -(cb)^{-1}(c\hat{A} - \alpha c)e_i \end{aligned} \quad (6c)$$

となる。つぎに、外乱抑圧制御を行うために、外乱推定値を用いてフィードフォワード補償をかけ、未知入力オブザーバの状態推定値を用いてレギュレータを構成する。すなわち入力 u_i にフィードバック

$$u_i = -\hat{d}_{i-1} - f\hat{x}_i \quad (7)$$

をかける。ただし、 $f: 1 \times n$ であり、 $\hat{d}_{i-1}$ はフィードフォワード補償項、 $f\hat{x}_i$ はレギュレータのフィードバック項である。(3)式と(5)式からわかるように Fig. 1 のサンプル点間 ($iT+mT$) とつぎのサンプル時点 ($iT+T$) との間で外乱推定値 $\hat{d}_i$ と状態推定値 $\hat{x}_{i+1}$ が演算できるので、サンプル時点 (iT) では、(7)式の u_i には $\hat{d}_{i-1}$ と $\hat{x}_i$ を用いている。(7)式、(2a)式、(6)式を用いると、

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= (A - bf)x_i - bfe_i + b(cb)^{-1}(c\hat{A} - \alpha c)e_{i-1} \\ &\quad + b(\hat{d}_i - d_{i-1}) \end{aligned} \quad (8)$$

を得る。 $\hat{d}_i - d_{i-1}$ の項は1サンプル遅れでフィードフォワード補償をかけたために生じた誤差である。(6b)式より適当な k を選ぶことにより、状態変数誤差 e_i は0に収束するので、(8)式において、 $\hat{d}_i - d_{i-1} = 0$ であれば、 f を適当に選ぶことにより状態変数 x_i は0に収束する。そこで(8)式の $\hat{d}_i - d_{i-1}$ の誤差項だけが問題となるが、サンプル周期に対して外乱の変化が小さい場合には、十分無視しようと考えられる。

3. 実験装置の概要

Fig. 2 に実験装置の概要を示す。図中、コンピュータBで未知外乱の参照波形 d_{ref} を計算し、D/Aポートから電流型パワーアンプBに出力し、直流モータBを駆動する。すなわち、 d_{ref} に似た外乱トルクがモ

Fig. 2 Experiment system

ータ軸に発生する。直流モータAに取り付けられた角度検出器 (パルスジェネレータ PG) の観測出力 y_i をコンピュータAに読みこみ、外乱抑圧アルゴリズムを計算し、D/Aポートから(7)式で演算される u_i をパワーアンプAに出力し、モータAを駆動して外乱トルクの影響を打ち消す。モータB軸に取り付けた速度発電機 (TG) の出力信号 (V_{TG}) をオシロスコープで観測することにより、外乱抑圧効果を評価している。この場合、モータの角度を θ 、状態変数を $x(t) = [\theta, \dot{\theta}]^T$ と選ぶと(1)式の A_c , b_c , c_c はそれぞれ

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -D/J \end{bmatrix}, \quad b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ K/J \end{bmatrix}, \quad c_c = [1 \ 0]$$

となる。ここで J と K と D は、それぞれモータAのイナーシャ、トルク定数、粘性摩擦係数である。実績(2次以上の高次系)に適用可能な他の外乱推定方法が見当たらないので、サンプル点上の出力のみを用いて逆システムを構成し((3)式で $m=1$, $z_i = y_{i+1}$, $\alpha=0$, (5)式で $m=1$, $k=0$, $z_i = y_{i+1}$ とする)、外乱抑圧を行い、得られた結果を従来方法による外乱抑圧結果とし、安定逆システムによる外乱抑圧結果と比較検討する。なお、外乱推定実験を行うときには、電流型パワーアンプAを取り去り、コンピュータAのD/Aポートから外乱推定値 $\hat{d}_i$ を出力し外乱参照波形 d_{ref} と比較する。

4. 実験結果と考察

実験結果を Photo. 1 から Photo. 5 に示す。すべて、サンプリング周期 $T=20$ ms、レギュレータの極は $0.762 \pm 0.185j$ とし、安定逆システムの極は 0.1 , 0.1 とした。Photo. 1 は安定逆システムによる外乱推定結果であり、外乱は 3 Hz の正弦波とした。未知外乱の参照波形 d_{ref} と外乱推定波形 $\hat{d}_i$ を重ねて記録しており、実線の波形が参照波形であり、階段状の波

Photo. 1 Disturbance estimation result using stabilized inverse system

Photo. 2 Disturbance estimation result using conventional inverse system

Photo. 4 Disturbance reduction result using conventional regulator system

Photo. 3 Disturbance reduction result using stabilized inverse system

Photo. 5 Disturbance reduction result using conventional inverse system

形が推定波形である。水平軸の 1 DIV 目から推定演算を開始し、ほぼ 3 サンプルで推定値が収束している。Photo. 2 は従来方法による外乱推定結果でありオーバーシュートの収束が悪い。従来方法では、逆システムの極 ($0, -0.97655$) を自由に設定できないのでこれを改善することができない。Photo. 3 は、安定逆システムによる外乱抑圧方法の実験結果であり、モータ B の速度発電機の出力信号 (角速度) を観測した波形である。外乱波形は 0.5 Hz の正弦波とした。およそ 3 DIV 目から外乱抑圧制御をかけており、角速度の変動を約 $1/10$ 以下まで低減できている。1 サンプル遅れでフィードフォワード補償をかけていること ((10) 式の $d_i - d_{i-1}$ の項) が、速度変動を完全に消去できていないおもな原因であると思われる。Photo. 4 はレギュレータ系のみで外乱抑圧制御を行ったときの実験結果であり、速度変動が $1/3$ 程度にしかな低減できていない。この場合は、最小次元オブザーバ (極, 0.1) を用いて状態推定を行った。Photo. 5 は従来方

法による実験結果であり、外乱推定器の減衰率が悪いので、速度は 0 を中心として、周期 40 ms (サンプル周期の 2 倍) で、正側と負側に交互に振動している。この持続振動は、電動機の負荷である機械要素の固有振動を励起する可能性があり機械システムなどに应用するうえで好ましくない。以上の実験結果より提案する方法が任意のトルク外乱の抑圧に有効であることが確認できる。

参考文献

- 1) M. Nakao, K. Ohnishi and K. Miyachi: A Robust Decentralized Joint Control Based on Interference Estimation, Proc. IEEE Robotics and Automation, **1**, 326/331 (1987)
- 2) Y. Kaku, H. Mikami and T. Mita: Design of Stabilized Digital Inverse System, System & Control Letters, **11**, 123/127 (1988)
- 3) 美多, 千田: 多入出力 2-Delay 制御の提案と応用, 計測自動制御学会論文集, **24-5**, 467/474 (1988)