制御量と操作量の有効な組合せを選定する方法

藤原 敏 勝*

Selection Method of Effective Combination between Controlled
Variables and Manipulating Variables

Toshitaka FUJIWARA*

It is important to decide the arrangement of PID controller with multivariable control system.

Therefore, this paper describes the selection method of the effective combination between the controlled variables and manipulating variables.

Key Words design method, arrangement of PID controller, multivariable control system, frequency domain

1. ま え が き

大規模かつ複雑な多変数制御系を構成する場合に、PID 調節器の配置をいかにして決めるかは重要な問題である。たとえば、制御量と操作量の組合せの選定を誤って PID 調節器を配置した場合には、十分な制御性能が得られないばかりか、制御仕様が満足されないときは、高度な制御装置、言葉を代えれば高価な装置を取りつけないければならないことになる。

この問題は、文献 1) でも“制御量と操作量としていかなる量を選ぶかは、制御系設計の上できわめて重要な問題であるが、これを合理的に系統的な手法によって導き出す方法はまだ確立されていない”と指摘されている。

本論文では前述の不都合な点をなくすために、制御量と操作量の有効な組合せを選定する方法を提案し、その効果を例題で確認する。

2. 選 定 方 法

2.1 基本的な考え方

制御系の制御量の数と操作量の数は同じとする。そして、この条件のもとで、制御量の有効な組合せの選定を行う。この際に、まず、対象となる組合せがいくら存在するかを調べる。

簡単のため、2変数制御系の制御量と操作量の可能な組合せは、Fig. 1 に示すように二つ存在する。

同様に、Fig. 2 に示すように入力と出力の個数がともに m である多変数制御系を考える。いま、制御量 y を制御する操作量を u_j と定義し、その対応関係を上下に並べて

$$\begin{pmatrix} y_1, y_2, \dots, y_m \\ u_{j_1}, u_{j_2}, \dots, u_{j_m} \end{pmatrix}$$

とする。そして、制御量の順序は代えないものとするれば、この対応関係、つまり入力と出力の組合せ方は順列²⁾

$$(j_1, j_2, \dots, j_m) \quad (1)$$

で定まり、その数は $m!$ である。なお、 u の添字 j は変数であることに注意されたい。

以上の準備のもとに、制御量と操作量の有効な組合せを選定する。

以下に、その手順の概略を述べる。

最初に、制御量と操作量の有効な組合せを選ぶ場合、規範となる周波数伝達特性 $g_d(j\omega)$ を後述の方法で設定する。そして、制御レンジで正規化した操作量 u と制御量 y 間の周波数伝達特性 $g_{ij}(j\omega)$ と規範の $g_d(j\omega)$ の間の距離 $\|g_{ij} - g_d\|$ を後で定義する関係式で求め、つぎに、その距離の総和を求める。また、 $m!$ 個の可能な組合せ全部についても同様の操作

Fig. 1 Possible arrangement of PID controller in the second order control system

* 三菱重工業(株) 高砂市荒井町新浜 2-1-1

* Mitsubishi Heavy Industries, Ltd, Takasago
(Received June 16, 1988)
(Revised August 8, 1988)

Fig. 2 An example of arrangement of PID controller in the m th-order control system (case of $j_1=m, j_2=1, j_m=2$)

を行う。そして、距離の総和か最小となる組合せを選び、それを制御量と操作量の有効な組合せとして採用する。なお、この考え方は長期間にわたる試行錯誤の結果得たものであり、実際上きわめて有効であることを確認したので、ここに報告する次第である。

2.2 規範の周波数伝達特性 $g_d(j\omega)$ の設定

制御系の設計で、まず気づくことは、制御対象に遅れがなければ非常に都合がよい。しかし、現実にはおくれがない制御対象はほとんどなく、一般には遅れは存在する。そこで、その場合にどのような遅れ特性が制御上望ましいかを考える。それは、高次遅れ特性とかむだ時間特性ではなく位相遅れの少ない低次遅れ特性である。つぎに Fig. 2 に示すような m 入出力の多変数制御系を単一ループの集まりとみなした場合には、各ループ間の相互干渉はできるだけ少ないほうがよい。

以上の観点から制御上望ましい伝達特性は、

- ① 低次遅れ特性で、かつ
- ② ループ間の相互干渉が少ない、

ことである。とくに②においては、Fig. 3 に示すよ

Fig. 3 Frequency transfer function of controlled variable y_i for manipulating variables u_{j_1} etc

うに制御量 y_i と操作量 u_{j_i} の間の周波数伝達特性 $g_{i,j_i}(j\omega)$ が他の周波数伝達特性 $g_{i,j_1}(j\omega)$, $g_{i,j_2}(j\omega)$, よりゲインが大きくなければならない。

そこで、本論文では制御性能の向上の面で有利な制御量と操作量の組合せを選定することが目的であるため、前述の制御上望ましい伝達特性を規範とする。また、低次遅れ特性のなかでも、1次遅れ特性はたかだか 90° しか位相遅れがないため、規範の特性として非常に都合がよい。したがって、以下では規範の周波数伝達特性 $g_d(j\omega)$ として、 $c/(1+j\omega\tau)$ を採用する。なお、時定数 τ とゲイン c の求め方はつぎのとおりである。

時定数 τ は小さければ小さいほど制御がしやすい。したがって、 $g_{i,j}(j\omega)$ を近似して得られる1次遅れ特性の時定数のなかでもっとも小さな値とする。また、ゲイン c は前述したように大きいほうが相互干渉を少なくする点で都合がよいので、 $g_{i,j}(j\omega)$ のゲインのなかで最大の値を採用することにする。

2.3 距離 $\|g_{i,j} - g_d\|$ の定義

多変数制御系の操作量と制御量間の周波数伝達特性のなかから規範の周波数伝達特性に近いものを選び出すために、2.1 節で述べた周波数伝達特性 $g_{i,j}(j\omega)$ と規範の $g_d(j\omega)$ の間の距離を次式で定義する。

$$\|g_{i,j} - g_d\| = \frac{1}{\log_{10} h_i - \log_{10} L_i} \int_{\log_{10} L_i}^{\log_{10} h_i} |g_{i,j}(j\omega) - g_d(j\omega)| \times d(\log_{10} \omega) \quad (2)$$

なお、(2)式の h_i , L_i は制御量 y_i に対する角周波数の上下限指定値で制御対象の運用形態によって決められる値である。

2.4 評価関数の設定と選定方法

2.3 節で操作量 u_{j_i} に対する制御量 y_i の周波数伝達特性と、規範の周波数伝達特性の間の距離 $\|g_{i,j} - g_d\|$ が定義できたので、ここでは前述の組合せ方(1)に対する評価関数を

$$J = \sum_{k=1}^m \|g_{k,j_k} - g_d\| \quad (3)$$

で定義する。そして、有効な組合せ $(j_1^*, j_2^*, \dots, j_m^*)$ は $m!$ 個の順列すべてにわたって、(3)式の評価関数 J を計算したときに、その値を最小にできる順列 $(j_1, j_2, \dots, j_m)$ とする。

なお、 $j_1^*, j_2^*, \dots, j_m^*$ の値は制御量と操作量の有効な組合せを実現させるために、制御量を $1, 2, \dots, m$ の順に並べたときに対応する操作量の順序を表わしている。

3. 適用例

3.1 周波数伝達特性の求め方

周波数伝達特性 $g_{ij}(j\omega)$ は、操作量 u_j をステップ状に変えたときの過渡応答波形のデータを周波数領域に変換して求める。具体的には Fig. 4 で制御系をはずして u_1 あるいは u_2 をステップ状に変えたときに得られる y_1 と y_2 の過渡応答波形のデータを周波数領域に変換して求める。

3.2 制御量と操作量の有効な組合せの選定

前節の方法で求めた操作量 u_j と制御量 y_i の周波

Fig. 4 Schematic diagram of a process with a heat exchanger

- manipulating variable u_1 → controlled variable y_1
 - × manipulating variable u_1 → controlled variable y_2
 - △ manipulating variable u_2 → controlled variable y_1
 - manipulating variable u_2 → controlled variable y_2
- notes; $c=33$, $\tau=1,800$ s, ω rad/s

Fig. 5 Frequency transfer function $g_{ij}(j\omega)$ and $\sigma_{22}(\omega)$ expressed in the complex plane

数伝達特性 $g_{ij}(j\omega)$ は複素平面上で描くと Fig. 5 になる。Fig. 5 は規範の周波数伝達特性（1次遅れ特性）にもっとも近い周波数伝達特性 $g_{22}(j\omega)$ についてのみ、1次遅れ特性との差の絶対値を $\sigma_{22}(\omega)$ で表わしており、他の伝達特性についても同様である。そのときの有効な組合せは24節の選定方法により y_1 と u_1 および y_2 と u_2 である。なお、本結果の有効性はシミュレーションおよび実機試験で確認済である。また、Fig. 5 の1次遅れ特性の時定数 τ は1,800秒で、この時定数 τ は4個のベクトル軌跡のなかでもっとも遅れの少ない $g_{11}(j\omega)$ から決めている。同様に1次遅れ特性のゲイン c は4個のベクトル軌跡のなかで最大のゲインを採用している。そして、Fig. 5 の○, □, ×, △, ●印は $\omega=1.4 \times 10^{-4}$ (rad/s) ~ $\omega=1.4 \times 10^{-2}$ (rad/s) の間を等比間隔で区切った点を表わす。

4. あとがき

ここでは、多変数系の制御量と操作量の有効な組合せを選定する方法を提案し、熱交換器からなるプロセスに適用した例を示した。そのほか、原子力、ボイラプラントでも同様に有効な結果は得られている。この種の問題は、本手法が提案される以前は長期間にわたる実験ならびに設計段階での試行錯誤の作業がともなっていた。しかし、今後は本手法により有効な組合せが選べるため、制御計画の作業の効率化が図れるようになった。

最後に、本論文をまとめるにあたり日頃から指導いただいている京都大学布川 昊教授に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 市川, ほか 化学技術者のためのプロセス制御, プラントのダイナミクス, ケミカル・エンジニアリング 臨時増刊, 5-1, 70, 化学工業社 (1960)
- 2) 古屋 茂 行列と行列式, 29/32, 培風館 (1969)