インタラクタを用いた多変数 MRACS の性能の比較†

田村 捷利*・加瀬 渡*・向山 修*

A Comparison Study of Multivariable MRACS with Interactor Matrix

Katsutoshi TAMURA*, Wataru KASE* and Osamu MUKOHYAMA*

In this paper a comparison study of three MRACS design methods is given for a class of MIMO plants which have nondiagonal interactors. Some characteristic of the structure of the MRACS are listed up and a practical effectiveness is examined through numerical experiences.

Key Words: MRACS, multivariable system, interactor, pre-compensator

1. ま え が き

多変数 MRACS の設計では、インタラクタの対角次数が既知という仮定のもとで安定性の保証される構成法が示されていた¹⁾。しかし、制御対象が未知の場合、この仮定が無理であるようなシステムが数多く存在する。したがって、著者らは伝達行列の各要素の相対次数を知るだけでほとんどの場合、制御対象が対角形のインタラクタをもちうるような補償が対角前置補償器でできることを示した³⁾。しかし、前置補償器の付加は、一般に可観測指数の増加を意味し、推定パラメータ数の増加を招く。そこで、インタラクタをパラメータに依存することなく決定することを考え、G-インタラクタを用いることを提案した²⁾。

本稿では、従来の手法および著者らが提案した2手法の多変数 MRACS の性能の比較をその構成法の解析と数値実験に基づいて行う。すなわち、

- ① インタラクタの対角次数を仮定する手法¹⁾
 - ② G-インタラクタを用いる手法²⁾
 - ③ 対角前置補償器+対角インタラクタ手法³⁾
- である。

2. 各手法の補償可能なクラスについて

つぎのような伝達行列を考える。

$$T(z) = \begin{bmatrix} \frac{b_1}{z+a_1} & \frac{b_2}{z(z+a_2)} \\ \frac{b_3}{z(z+a_3)} & \frac{b_4}{z^2(z+a_4)} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

(2.1)式の伝達行列に対して、対角前置補償器

$D_1^{-1}(z)$ および対角形インタラクタ $D_2(z)$ は、

$$D_1^{-1}(z) = \text{diag}[z^{-1}, 1]$$

$$D_2(z) = \text{diag}[z^2, z^3] \quad (2.2)$$

と求まるが、このとき、

$$\lim_{z \rightarrow \infty} D_2(z)T(z)D_1^{-1}(z) = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

(2.3)式は G-正則である。ここでは、G-正則ならば正則であると仮定している。しかし、 $b_1b_4 = b_2b_3$ が成立しているとき、(2.3)式は正則とはならない。このとき、対角前置補償器を用いる手法で MRACS を構成することができない。一方、G-インタラクタは

$$\xi_G(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ -b_3/b_1z^2 & z^3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

と求まり、このとき、

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi_G(z)T(z) = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ b_3(a_1 - a_3) & b_4 - b_2b_3/b_1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

となる。更に $b_1b_4 = b_2b_3$ となる情報があれば、

$$\xi'_G(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ -b_3z^2[z+a_1-a_3]/b_1 & z^4 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

とできて、このとき、

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi'_G(z)T(z) = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ a_3b_3(a_3-a_1) & b_4(a_2a_3-a_1a_4) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

更に、 $a_1a_4 = a_2a_3$ なる情報があるときも G-インタラクタはこれを組み込むことが可能である。

以上のようなパラメータ情報をすべて含んだものがインタラクタである。よって、最もよい補償法はインタラクタを用いることであるが、G-インタラクタも可能な限りのパラメータ事前情報を含ませることができる。これに対して対角前置補償器は、その対角性を保持したままでは事前情報を組み込めない。

† 第8回適応制御シンポジウムで発表(昭63・1)

* 上智大学理工学部 東京都千代田区紀尾井町 7-1

* Faculty of Science and Technology, Sophia University, Chiyoda-ku, Tokyo

(Received January 8, 1988)

(Revised February 26, 1988)

3. MRACS の構成法

次式で与えられる p 入力離散時間系を考える。

$$y(k) = R(z)P^{-1}(z)u(k) \quad (3.1)$$

ここで、 $P(z), R(z)$ は未知パラメータをもつ多項式行列で正則とする。制御目的は、出力 $y(k)$ を規範モデルの出力ベクトル $y_m(k)$ に漸近的に一致させるような制御入力 $u(k)$ を合成することである。以下では 3 手法で共通にインタラクタを $\xi(z)$ と記し、その対角要素は次数 f_i の z の単項式とする。また、

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \xi(z)R(z)P^{-1}(z) = K_T \quad (3.2)$$

で与えられる K_T は正則とする。更に、②では $P(z), R(z)$ に対角補償器が含まれているものとする。

可観測指数を ν とし、 $q_1(z)$ を $\nu-1$ 次モニック安

定多項式とする。多項式行列 $P(z), R(z), q_1(z)I$ に対して、行次数がそれぞれ高々 $\nu-2, \nu-1$ の多項式行列 $K(z), H(z)$ が存在する。

$$\begin{aligned} & K(z)P(z) + H(z)R(z) \\ &= q_1(z)[P(z) - K_T^{-1}\xi(z)R(z)] \end{aligned} \quad (3.3)$$

以下に三つの手法の主な構造、つまり、非最小表現、同定モデル、制御入力を仮定とともに **Table 1** にまとめて示す。3 手法の主な違いは、Table 1 からわかるように仮定と同定モデルである。①の仮定 3) は、②、③の仮定 3) に加えて、 $P(z), R(z)$ のパラメータ値を必要とする点で未知プラントに対しては許容しがたいものである²⁾。同定モデルの違いは、インタラクタ、G-インタラクタの左下三角構造に起因する¹⁾。

Table 2 は、3 手法の構造の違いによる制御系全体

Table 1 Structures of MRACS

	① Interactor	② G-interactor	③ Diagonal precompensator
Assumption	1) $\det R(z)$ is Hurwitz polynomial, 2) observability index ν is known 3) Diagonal degrees of interactor are known 4) Upper bound on system degree N is known	3) Degree of each element of $P(z), R(z)$ is known	
Nonminimal expression	$K^*(z)q^{-1}(z)u(k) + H^*(z)q^{-1}(z)y(k)$ $= K_T q_2^{-1}(z)u(k) - \xi(z)q_2^{-1}(z)y(k)$ where $q(z) = q_1(z)q_2(z)$, $K^*(z) = K_T K(z)$ etc.		$K(z)q^{-1}(z)u(k) + H(z)q^{-1}(z)y(k)$ $= q_2^{-1}(z)u(k) - K_T^{-1}\xi(z)q_2^{-1}(z)y(k)$ where $q(z) = q_1(z)q_2(z)$
$\deg q_2(z)$	N	Maximum degree of the element polynomials in interactor	
Identification model	$W_i(k) \triangleq q_2^{-1}(z)\hat{g}_i(k+f_i) = \hat{\theta}_i^T(k)\zeta_i(k)$ $i=1, \dots, p$		$w_i(k) \triangleq q_2^{-1}(z)\hat{u}_i(k) = \hat{\theta}_i^T(k)\zeta_i(k)$ $i=1, \dots, p$
Control input	$u(k) = \hat{K}_T^{-1}(k)[\hat{\xi}(z, k)y_m(k) + \hat{K}^*(z, k)q_1^{-1}(z)u(k) + \hat{H}^*(z, k)q_1^{-1}(z)y(k)]$		$u(k) = \hat{K}_T^{-1}(k)\hat{\xi}(z, k)y_m(k) + \hat{K}(z, k)q_1^{-1}(z)u(k) + \hat{H}(z, k)q_1^{-1}(z)y(k)$

Table 2 Characteristics of MRACS

	① Interactor	② G-interactor	③ Diagonal precompensator
Parameters			
$K(z), H(z)$	$(2\nu-1)p^2$	$(2\nu-1)p^2$	$(2\nu-1)p^2 + 2\mu p^2$
$\xi(z)$	$\frac{p(p-1)N}{2}$ (large)	(Not greater than ①)	0
K_T	p^2	Less than p^2	
Identification model	Output expression		Input expression
Input calculation	Indirect		Direct
Proof of stability	After showing $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\xi}(z, k)e(k) = 0$, $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$		$\lim_{k \rightarrow \infty} \xi(z)e(k)$ $= \lim_{k \rightarrow \infty} e(k+f_i) = 0$

Where $\mu < (p-1)N/4p$ denotes the observability index on the diagonal precompensator.

としての性能の特徴を示したものである。ここでの推定パラメータ数の差は、プラントに直接補償するか否かで、また仮定によって設計手順を省略するか否かによって生じている。入力合成の差は、同定モデルの形による逆行列計算の有無で生じている。そして、制御目的の達成は、インタラクタの構造に依存する。

4. 数 値 例

(3.1)式で $p=3$ としてシミュレーションを行った。なお、可観測指数は3とした。追従すべき信号は、

$$y_m(k) = [\sin(2\pi k/5) \sin(2\pi k/10) \sin(2\pi k/15)]^T$$

とし、調整則には並列型の最小2乗法¹⁾を用いた。この際、共分散行列 $P_i(0) = 10^6 I$ ($i=1, 2, 3$) とし、パラメータの初期値は K_T の対角要素のみ1とした。以下の3例の結果は **Table 3** のようになった。

A. $P(z) = \text{diag}\{z^2 + z + 1, (z - 0.1)^2,$

$$(z + 0.1)(z + 0.2)(z + 0.3)\}$$

$$R(z) = \begin{bmatrix} 4z+1 & 0.5 & 2 \\ 2z+1 & 3 & 1 \\ z-1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

B. $P(z) = \text{diag}\{(z - 0.5)(z + 1), (z + 0.5)^2,$

$$(z + 0.1)(z - 0.2)(z - 0.4)\}$$

$$R(z) = \begin{bmatrix} 2z+3 & 4 & 5 \\ 6z+1 & -1 & 3 \\ -z+2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

C. $P(z) = \text{diag}\{z^2 + z + 1, (z + 0.5)^2,$

$$(z + 0.1)(z + 0.2)(z + 0.3)\}$$

$$R(z) = \begin{bmatrix} z-0.5 & 4 & -4 \\ 3z+5 & 4 & 7 \\ 8z+6 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

5. 考 察

インタラクタの対角次数を仮定して MRACS を構成する場合、対角次数の決定過程を無視しているため、推定パラメータ数が粗く見積られる。その結果、推定パラメータ数、収束ステップ数、処理時間、出力誤差などで望ましくない結果を生ずる。その点、G-インタラクタは、合理的な仮定のもとで導出されており、しかもインタラクタの対角次数の決定に意味をもつパラメータの情報を組み込むことが可能である。

しかし、②、③の手法の欠点は、シミュレーション結果からわかるように、出力誤差が大きくなることである。このことは、インタラクタの非対角構造に依存していると思われる。

Table 2 に示されるように、収束性は $\xi(z)e(k)$ に依存しており、誤差システムに干渉が存在する。そして、干渉の度合は非対角要素に大きなパラメータを含むほど大きくなる傾向にある。

対角前置補償器の場合、推定パラメータ数などの面では G-インタラクタに劣る。しかし、出力誤差が極端に大きくなるというような現象は見られず、このことは誤差システムに相互干渉がないためと考えられる。したがって、G-正則が保証されている K_T が正則でなければならないという制約があるものの、実用的には対角前置補償器を用いるのがよいと思われる。

参 考 文 献

- 1) 新, 北森: 多変数モデル規範形適応制御系の一つの一般化, 計測自動制御学会論文集, 19-10, 807/812 (1983)
- 2) 加瀬, 田村: 多変数 MRACS のための G-インタラクタの設計, 第 26 回 SICE 学術講演会予稿集, 761/762 (1987)
- 3) 田村, 加瀬: 多変数適応制御系のための前置補償器の設計, 計測自動制御学会論文集, 23-11, 1178/1185 (1987)

Table 3 Simulation results

Design method	ex	Number of parameters	Calculation time/steps	Convergent steps			Maximum error			Sum of square error		
				e_1	e_2	e_3	$ e_1 $	$ e_2 $	$ e_3 $	Σe_1^2	Σe_2^2	Σe_3^2
①	A	75	2.9 s	18	26	31	8.63	5.26	3.64	2.5E2	1.4E2	7.2E1
	B			×	×	×	×	×	×	×	×	×
	C			×	×	×	×	×	×	×	×	×
②	A	55	1.6 s	16	18	23	4.90	3.54	2.87	6.8E1	4.5E1	2.7E1
	B			20	22	26	3.50E2	3.29E3	1.86E3	4.5E5	1.5E7	4.4E2
	C			×	×	×	×	×	×	×	×	×
③	A	72	2.5 s	28	28	28	5.68	3.87	4.52	1.6E2	4.8E1	7.1E1
	B			28	28	28	6.61	1.09E1	9.82	2.6E2	3.2E2	4.1E2
	C			28	30	30	9.42	1.65E1	1.33E1	3.3E2	1.4E3	9.9E2

Where × implies that output error becomes extremely large