簡潔な構造をもつ離散時間適応サーボ系の設計と 2次元サーボ機構への応用[†]

藤井省三*・水野直樹**・今泉 正***

A Design Method of Simple Discrete Time Adaptive Servo System with Application to a Two-Dimensional Positioning System

Seizo FUJII*, Naoki MIZUNO** and Tadashi IMAIZUMI***

A new design method of simple discrete time adaptive servo system for positioning system is presented. It is assumed that the controlled system has a D.C. servo motor like characteristics with unknown inertia load and varying friction.

The proposed method is based on an adaptive pole assignment system designed for the simplified model of the D.C. servo motor.

In this paper, first, a simplified discrete time model of the D.C. servo motor is introduced.

Next, a stable adaptive pole assignment system with tracking compensator is designed for the model. Moreover, the robustness of the proposed adaptive control system is discussed for the case where the modeling error is exist.

Finally, the proposed method is successfully applied to a two-axis positioning system and the advantages of using adaptive controller are demonstrated by experimental results.

Key Words: adaptive control, digital servo system, positioning system

1. 緒 言

DC サーボモータはその取り扱いが容易で、汎用性も高いことから、ロボットの関節駆動アクチュエー

タ、各種位置決め装置のアクチュエータなど、制御系の構成要素として広く用いられている。DC サーボモータをアクチュエータとして用いる場合、一般にフィードバック制御を行う必要があり、その制御系の設計によって装置全体の性能が左右されることも多い。このため、制御方式もアナログ形式からデジタル形式へ、さらにフレキシビリティの高いマイクロプロセッサを用いたソフトウェアサーボへと変化してきた。しかし、制御理論的には PID 制御を基礎とする手法が主に用いられており、必ずしもハードウェアの性能を十分に生かしているとはいえない。たとえば、ロボットの関節駆動モータのように、姿勢変化にともなって重力トルクや慣性性能率が変化したり、リンク間の相互干渉によるトルクが作用するなど、その負荷が大きく変動する場合、また、駆動系の一部に大きな静、動摩擦が存在する場合などには、従来の制御方式ではすべての動作範囲、動作条件にわたって十分な性能を得ることは困難である。

このような制御問題に対して、最近、制御対象の特性が未知、あるいは、変化する場合に有効な制御方法の一つである適応制御手法の応用がいくつか試みられている^{1)~5)}。これらの研究は、問題の設定が速度制御^{2),4),5)}、位置制御³⁾、あるいは両者の複合¹⁾であるなど異なっているが、それぞれの場合に適応制御の有効性を示している。しかし、その実用化を考えた場合、まだ多くの問題をもっている。たとえば、連続時間モデル規範形適応制御系をアナログ回路で構成する^{2),3)}のは、必ずしも容易ではなく、特に、位置制御では位置決め精度をある程度以上向上させることは困難である。また、標準的な離散時間モデル規範形適応制御手法^{4),5)}をサーボモータの位置制御にそのまま応用することは、制御対象の零点が z 平面の単位円に非常に近いことから、問題を生じることがある。制御系を速

† 第 25 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 61・7)

* 名古屋大学工学部 名古屋市千種区不老町

** 名古屋工業大学工学部 名古屋市昭和区御器所町

*** 大同特殊鋼(株) 名古屋市熱田区六野町 1-2-5

* Faculty of Engineering, Nagoya University, Nagoya

** Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya

*** Daido Steel Co., Ltd., Nagoya

(Received June 20, 1987)

(Revised November 25, 1987)

度、位置の複合系とする Tomizuka らの手法¹⁾はこの問題を解決した離散時間適応制御手法であるが、一方で、位置のみでなく、タコジェネレータなどによる速度の検出をも必要とする。さらに、一般に、適応制御手法は従来の制御手法と比較して制御装置の構造が複雑となったり、制御装置内でかなり複雑な演算が要求されることが多い。このため、サーボモータの制御に必要な高速応答特性をもつ実用的な制御装置を構成するために、より簡潔で、有効な適応制御アルゴリズムの開発が望まれている。

本論文では、このように、実用的には解決すべき問題の多い DC サーボモータの位置制御を考え、サーボモータの特性を考慮した簡潔な離散時間モデルに基づく実用的な極配置型適応サーボ系の設計法を提案する。

提案する手法は、サーボモータの動特性が、その時定数に比較して十分に短いサンプリング周期で離散時間のモデル化をされた場合、ほぼ積分特性とみなしうる点に着目するとともに、摩擦などの外乱を考慮したモデルを採用していることがその特徴となっている。一般に、適応制御の実用化を考えた場合、対象のどのようなモデルに基づいて制御系の設計を行うかによってその性能が大きく左右される場合が多い。したがって、できるだけ簡潔かつ合理的なモデルの選択が重要である。本手法は、この問題に対する一つの解答をサーボ系の設計法に対して与えるものである。

以下では、はじめに、制御系設計の基礎となるサーボモータの離散時間モデルの導出を述べ、つぎに、このモデルに基づく適応極配置制御系の設計を行う。また、制御系の安定性について検討を加える。さらに、本手法を 2 次元サーボ機構に応用した実験結果を示す。最後に、設計した適応制御系を実現するために必要なハードウェアの性能についても検討を加える。

2. 制御対象のモデル化

制御系設計に先立ち、設計の基礎となる制御対象の数式モデルを導出する。このとき、負荷の結合された DC サーボモータ駆動系を Fig. 1 に示すような概念的な構造をもつものとする。図中、 θ はモータの回

Fig. 1 Conceptual model of the D.C. servo motor system

転角、 τ_m はモータのトルク、 J はモータ軸周りの等価慣性モーメント、 B は粘性抵抗係数、 τ_f は摩擦トルクを示す。たとえば、ロボットの場合、 J はその姿勢によって、 B は温度などによって変化すると考えられる。また、摩擦トルクも姿勢や運動によって生じる軸直角方向の力に起因し、やはり、変動要因をもっている。これより、この駆動系の数式モデルとしてつぎのような微分方程式を仮定することができる。

$$J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + B \frac{d \theta(t)}{dt} = \tau_m + \tau_f \quad (1)$$

いま、位置制御を考えるため、制御対象の出力 $y(t)$ として原点からの距離を、入力 $u(t)$ としてモータ電機子電流をとるものとする、(1)式はつぎのように書き換えることができる。

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{1}{T} \frac{dy(t)}{dt} = \alpha u(t) + f' \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned} y(t) &= K_p \theta(t) & (K_p: \text{位置換算係数}) \\ u(t) &= \tau_m(t)/K_t & (K_t: \text{トルク定数}) \\ T &= J/B & : \text{時定数} \\ \alpha &= K_t K_p / J & : \text{加速度定数} \\ f' &= \tau_f K_p / J & : \text{外乱力} \end{aligned} \quad (3)$$

である。ただし、電機子電流 $u(t)$ は、電流フィードバック付き駆動回路により直接制御可能と仮定した。さらに、(2)式中の各係数が一定であると考え、ラプラス変換を行って入出力関係を求めるとつぎのようになる(注1)。

$$y(s) = \frac{T}{s(Ts+1)} \{\alpha u(s) + f'\} \quad (4)$$

ただし、 s は微分演算子を表す。(4)式が制御系設計の基礎となる制御対象の連続時間モデルである。

つぎに、離散時間で適応制御系を設計するため、(4)式に零次ホールド要素を前置して、サンプリング周期 h で離散化すると、つぎの離散時間表現を得る。

$$y(k) = z^{-1} \frac{b'_0 + b'_1 z^{-1}}{(1 - a z^{-1})(1 - z^{-1})} \{\alpha' u(k) + f'\} \quad (5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} y(k) &= y(kh), \quad u(k) = u(kh) \\ \alpha' &= T^2 \alpha \end{aligned}$$

$$a = e^{-h/T} = 1 - \frac{h}{T} + \dots$$

(注1) ここでは f' を摩擦などに起因する一定の外乱と仮定している。これは機構の動作方向が変化しないかぎり妥当な仮定であるが、実際には動作方向は変化し、 f' も変化するようになる。しかし、以下で設計する離散時間適応制御系において、一定方向の動作がサンプリング周期に比較して長く続く場合にも、この仮定の妥当性は失われないと考えられる。

Table 1 Relation between sampling period and model parameters

h/T	a	b'_0	b'_1	$ b'_1/b'_0 $
0.01	0.990498	4.984 E-5	4.966 E-5	0.99646
0.05	0.951229	1.229 E-3	1.209 E-3	0.98342
0.1	0.904837	4.837 E-3	4.679 E-3	0.96721

$$\begin{aligned}
 b'_0 &= \frac{h}{T} - 1 + a = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{T} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{h}{T} + \dots \right) \\
 b'_1 &= -\frac{h}{T} a + 1 - a = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{T} \right)^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{h}{T} + \dots \right) \\
 |b'_1/b'_0| &= \left| 1 - \frac{1}{3} \frac{h}{T} + \dots \right| \quad (6)
 \end{aligned}$$

であり、 z^{-1} は時間遅れ演算子、 k はサンプリング回数を表す。この(5)式を制御対象の離散時間モデルと考えると、適応制御時に推定すべき独立な未知パラメータ数は外乱 f' を含め4個となる。高速なサンプリングが要求されるサーボモータの制御において、オンラインで4個のパラメータを調整する適応制御系の実現は必ずしも容易ではない。そこで、より制御装置の実現を容易とするため、(5)式のモデルを簡単化することを考える。

いま、サンプリング周期 h が制御対象の時定数 T と比較して十分短いとすると、(6)式に示したテーラー展開より $a \doteq 1$ 、 $b'_0 \doteq b'_1$ が成立する。したがって、(5)式はつぎのように書き直すことができる。

$$y(k) = z^{-1} \frac{(1+z^{-1})}{(1-z^{-1})^2} \{b_0 u(k) + f\} \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 b_0 &= b'_0 \alpha' = b'_1 \alpha' \\
 f &= b'_0 f' \quad (8)
 \end{aligned}$$

である。(7)式のモデルを用いたときのモデル化誤差は、制御対象の時定数 T とサンプリング周期 h との比 h/T によって決まるが、実際には時定数 T は変化し、モデル化誤差も変化することになる。そこで、 h/T に対する(5)式のパラメータ a 、 b'_0 、 b'_1 の変化を具体的に計算すると **Table 1** のようになる。表より、 h/T が小さくなるにしたがって、先の仮定 $a \doteq 1$ 、 $b'_0 \doteq b'_1$ が成立することが確認でき、実用的に考えれば $h/T \leq 0.05$ で十分と判断できる（モデル化誤差の制御系の安定性への影響については後の節でより詳細に検討する）。

以下では、(7)式を制御対象の数式モデルと考え、離散時間適応制御系を設計する。

3. 制御系の構成

適応制御の実施に際し、入力 $u(k)$ の計算に最長1サ

ンプリング周期を要するものと考え、これを制御対象のむだ時間に含め、制御系の構成を行う。このとき、(7)式はつぎになる。

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-2}B(z^{-1})\{b_0 u(k) + f\} \quad (9)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 A(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})^2 \\
 B(z^{-1}) &= 1 + z^{-1} \quad (10)
 \end{aligned}$$

である。

3.1 制御則の選定

(9)式の表現は(5)式の表現と比較して、その未知パラメータ数は2個と少なくなっているが、一方で、その分子多項式 $B(z^{-1})$ が z 平面の単位円上に根をもつ安定限界多項式となっている。このため、従来よく用いられているモデル規範形制御系^{4),5)}をそのまま用いることはできない。そこで、ここでは極配置による適応サーボ系を構成する¹⁾。

制御対象のパラメータが既知のとき、制御入力 $u(k)$ を次式が成立するように決定する。

$$D(z^{-1})\{y(k+2) - \bar{y}^*(k+2)\} = 0 \quad (11)$$

ここで、 $D(z^{-1})$ は閉ループ極を与える漸近安定多項式、また、 $\bar{y}^*(k+2)$ は $k+2$ 時点における、後に定義する修正された目標値である。いま、入力 $u(k)$ を決定するために、つぎの多項式方程式（ベズー式：Bezaut identity）を考える。

$$D(z^{-1}) = A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-2}B(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (12)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 D(z^{-1}) &= 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + d_4 z^{-4} \\
 S(z^{-1}) &= 1 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\
 R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} \quad (13)
 \end{aligned}$$

このとき、(12)式を(10)式を考慮して、 s_1 、 s_2 、 r_0 、 r_1 について解くと、

$$\begin{aligned}
 s_1 &= d_1 + 2 \\
 s_2 &= (3d_1 + d_2 - d_3 + d_4 + 5)/4 \\
 r_0 &= (5d_1 + 3d_2 + d_3 - d_4 + 7)/4 \\
 r_1 &= (-3d_1 - d_2 + d_3 + 3d_4 - 5)/4 \quad (14)
 \end{aligned}$$

となり、(9)式中の未知パラメータとは無関係に決定できることがわかる。つぎに、(12)式の両辺に $y(k)$ を掛け、(9)式を用いると、つぎの関係式が得られる。

$$\begin{aligned}
 D(z^{-1})y(k) &= z^{-2}S(z^{-1})B(z^{-1})\{b_0 u(k) + f\} \\
 &\quad + z^{-2}R(z^{-1})B(z^{-1})y(k) \quad (15)
 \end{aligned}$$

(11)式を実現する入力 $u(k)$ を求めるため上式を(11)式に代入すると

$$\begin{aligned}
 S(z^{-1})B(z^{-1})\{b_0 u(k) + f\} \\
 + R(z^{-1})B(z^{-1})y(k) - D(z^{-1})\bar{y}^*(k+2) &= 0 \quad (16)
 \end{aligned}$$

となる。さらに、 $\bar{y}^*(k)$ を任意の有界な目標値として、(16)式中の信号 $\bar{y}^*(k+2)$ を

$$\begin{aligned} y^*(k+2) &= \{B(z^{-1})/B(1)\} y^*(k+2) \\ &= (1+z^{-1})y^*(k+2)/2 \end{aligned} \quad (17)$$

とすると、結局、(11)式を実現する入力 $u(k)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} u(k) &= \{1-S(z^{-1})\} u(k) + [\{D(z^{-1})/B(1)\} y^*(k+2) \\ &\quad - R(z^{-1})y(k) - b_f \beta]/b_0 \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 $f = \text{const}$ と仮定していることから

$$\begin{aligned} S(z^{-1})f &= (1+s_1+s_2)f = b_f \beta \\ \beta &: \text{任意定数} \end{aligned} \quad (19)$$

とした。(18)式の入力 $u(k)$ を用いることにより、出力 $y(k)$ の $y^*(k)$ への追従が保証される。すなわち、 $y(k)$ は目標値 $y^*(k)$ の移動平均に一致し、 $y^*(k) \rightarrow \text{const}$ のとき $y(k) \rightarrow y^*(k)$ となる。より一般的な目標値への追従が要求される場合にも、(17)式を前置補償器を含む形式にすることで容易に対応が可能である⁶⁾。また、信号 $y^*(k+2)$ から出力 $y(k)$ に至る特性は

$$y(k) = z^{-2} \frac{B(z^{-1})}{D(z^{-1})} \cdot \frac{D(z^{-1})}{B(1)} y^*(k+2) \quad (20)$$

となり、閉ループ極が多項式 $D(z^{-1})$ によって指定可能であることがわかる。

制御対象のパラメータを未知とする適応制御の場合には、(18)式中の b_0 、 b_f をそれぞれ、その推定値 $\hat{b}_0(k)$ 、 $\hat{b}_f(k)$ に置き換えて得られる次式の入力発生則を用いる。

$$\begin{aligned} u(k) &= \{1-S(z^{-1})\} u(k) + [\{D(z^{-1})/B(1)\} y^*(k+2) \\ &\quad - R(z^{-1})y(k) - \hat{b}_f(k)\beta]/\hat{b}_0(k) \end{aligned} \quad (21)$$

上式の関係はつぎのように表わすこともできる。

$$D(z^{-1})\bar{y}^*(k+2) = B(z^{-1})\{\hat{\theta}(k)^T \delta(k) + R(z^{-1})y(k)\} \quad (22)$$

ここで、

$$\hat{\theta}^T(k) = [\hat{b}_0(k), \hat{b}_f(k)] \quad (23)$$

$$\delta^T(k) = [S(z^{-1})u(k), \beta] \quad (24)$$

(21)式を用いたとき、推定パラメータベクトル $\hat{\theta}(k)$ は制御目的が達成されるように調整されなければならない。制御目的を達成するパラメータ調整アルゴリズムとしては種々のものが考えられるが、ここでは、Landau の Implicit 法⁷⁾に基づいて定式化を行い、アルゴリズムを導出する(注2)。

3.2 パラメータ調整アルゴリズムの導出

いま、誤差 $e_f(k)$ を次式で定義する。

$$\begin{aligned} e_f(k) &= D(z^{-1})e(k) \\ e(k) &= y(k) - y^*(k) \end{aligned} \quad (25)$$

(25)式と(15)式を(22)式に対応してベクトル表現した

$$\begin{aligned} D(z^{-1})y(k) &= B(z^{-1})\{\theta^T \delta(k-2) + R(z^{-1})y(k-2)\} \\ \theta^T &= [b_0, b_f] \end{aligned} \quad (26)$$

を用いると、誤差 $e_f(k)$ はつぎになる。

$$e_f(k) = B(z^{-1})[\{\theta - \hat{\theta}(k-2)\}^T \delta(k-2)] \quad (27)$$

ここで、補助誤差信号 $e_a(k)$ 、拡張誤差信号 $e^*(k)$ を

$$\begin{aligned} e_a(k) &= [\hat{\theta}(k-2) - \hat{\theta}(k)]^T \delta(k-2) \\ &\quad + [\hat{\theta}(k-3) - \hat{\theta}(k)]^T \delta(k-3) \end{aligned} \quad (28)$$

$$e^*(k) = e_f(k) + e_a(k) \quad (29)$$

と定義すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} e^*(k) &= [\theta - \hat{\theta}(k)]^T \{B(z^{-1})\delta(k-2)\} \\ &= \tilde{\theta}(k)^T \phi(k-2) \end{aligned} \quad (30)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(k) &= \theta - \hat{\theta}(k) \\ \phi(k)^T &= [B(z^{-1})S(z^{-1})u(k), B(z^{-1})f] \\ B(z^{-1})f &= 2f \end{aligned} \quad (31)$$

(30)式より、 $k \rightarrow \infty$ で $e^*(k) \rightarrow 0$ とするアルゴリズムはつぎになる⁶⁾。

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \Gamma(k-1)\phi(k-2)e^*(k) \quad (32)$$

$$\Gamma^{-1}(k) = \lambda_1(k)\Gamma^{-1}(k-1) + \lambda_2(k)\phi(k-2)\phi(k-2)^T \quad (33)$$

ただし、 $0 < \lambda_1(k) \leq 1$ 、 $0 \leq \lambda_2(k) < 2$ 、 $\Gamma(0) > 0$ また、(30)式中の $e^*(k)$ が $\hat{\theta}(k)$ を含まない形にするため、(32)式を(30)式に代入すると、

$$e^*(k) = \frac{\theta^T \phi(k-2) - \hat{\theta}^T(k-1)\phi(k-2)}{1 + \phi(k-2)^T \Gamma(k-1)\phi(k-2)} \quad (33)$$

さらに、(9)式より

$$\begin{aligned} S(z^{-1})A(z^{-1})y(k) &= S(z^{-1})z^{-2}B(z^{-1})\{b_0 u(k) + f\} \\ &= B(z^{-1})\theta^T \delta(k-2) \\ &= \theta^T \phi(k-2) \end{aligned} \quad (34)$$

であることから、結局

$$e^*(k) = \frac{S(z^{-1})A(z^{-1})y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)\phi(k-2)}{1 + \phi(k-2)^T \Gamma(k-1)\phi(k-2)} \quad (35)$$

となる。(32)～(35)式のアルゴリズムを用いることで、入力発生に必要な推定値を得ることができ、適応制御系が構成できる。Fig. 2 に、ここで設計した制御系のブロック線図を示す。このように制御系を構成したとき、制御対象が厳密に(9)式で記述できれば、

(注2) ここでやっている定式化は、Landau の Explicit 法とも等価な、制御対象の入出力のみによって推定パラメータが更新される「間接法」に相当するものである。これに対して、目標値と制御対象の出力誤差によって推定パラメータを更新する「直接法」による定式化も可能であるが、どちらの定式化の場合でも推定パラメータ数に違いはない。また、「間接法」を採用することで、対象のモデルの構造や、事前情報を考慮しやすいという特徴がある。また、ここでの定式化は制御対象の出力表現に基づくため、サンプリング周期が特に短い場合には推定すべき b_0 の値が小さくなり、数値計算上の問題が生じる可能性がある。このような場合には対象を入力表現して $1/b_0$ を推定する定式化を進めることでこの問題を容易に解決できる。

Fig. 2 Block diagram of the adaptive servo system

$k \rightarrow \infty$ で $e(k) \rightarrow 0$ かつ入力 $u(k)$ が有界となることは容易に証明可能である^{1),7)}.

4. ロバスト性の検討

ここで設計した適応制御系は、制御対象が厳密に(9)式で記述できる場合には、その大域的漸近安定性が理論的に保証されている。しかし、実際には、制御装置を実現するハードウェアの性能、その他の理由で、サンプリング周期を制御対象の時定数に比較して十分短く選定できない場合がある。その場合には、制御対象が(9)式で記述されるとして設計した適応制御系の安定性は必ずしも明らかではない。そこで、本節では、制御対象の特性が(5)式で記述され、一方、制御装置の設計は(9)式に基づいて行われた場合の制御系の安定性を検討する。このとき、摩擦力などの外乱トルクは閉ループ系の安定性に直接影響を与えないことから零と仮定し、さらに、適応制御において、推定パラメータは一定値に収束するものとして解析を行う。

これらの仮定のもと、Fig. 2のブロック線図より、閉ループ系の特性多項式 $C(z)$ を求めると、

$$\begin{aligned} C(z) &= c_4 z^4 + c_3 z^3 + c_2 z^2 + c_1 z + c_0 \\ &= \hat{b}_0 z^2 S(z^{-1})(z-1)(z-a) + zR(z^{-1})(b_0 z + b_1) \end{aligned} \quad (36)$$

ただし、 z は時間進み演算子、 $\hat{b}_0$ は $\hat{b}_0(k)$ の収束値を示す。上式において、 $\hat{b}_0 = b_0 = b_1$ かつ、 $a=1$ (モデル化誤差がなく、推定値が真値に収束したとき)であれば、 $C(z) = b_0 z^4 D(z^{-1})$ となることは、(12)式より明らかである。いま、(13)式を考慮すると、(36)式の係数はつぎになる。

$$\begin{aligned} c_4 &= \hat{b}_0 \\ c_3 &= \hat{b}_0 \{(s_1 - 1) - a\} \\ c_2 &= \hat{b}_0 \{-s_1 + s_2 - (s_1 - 1)a\} + b_0 r_0 \\ c_1 &= \hat{b}_0 \{(s_1 - s_2)a - s_2\} + b_0 r_1 + b_1 r_0 \\ c_0 &= \hat{b}_0 a s_2 + b_1 r_1 \end{aligned} \quad (37)$$

さらに、閉ループ極の指定において、簡単のため、

$$D(z) = (z-p)^2, \quad 1 > p \geq 0 \quad (38)$$

と置き、(14)式を用いると、

$$c_3 = \hat{b}_0 \{(1-2p) - a\}$$

Fig. 3 Root locus of the control system for the case where the modeling error exist

$$\begin{aligned} c_2 &= [\hat{b}_0 \{(p+3)(p-1) + 4(2p-1)a\} \\ &\quad + b_0(p-1)(3p-7)]/4 \\ c_1 &= [\hat{b}_0 \{-(p+3)a - (p-5)\} \\ &\quad - b_0(p-5) + b_1(3p-7)](p-1)/4 \\ c_0 &= \{\hat{b}_0(p-1)(p-5)a - b_1(p-1)(p-5)\}/4 \end{aligned} \quad (39)$$

を得る。したがって、推定パラメータの収束値 $\hat{b}_0$ に依存する(39)式の係数をもつ多項式 $C(z)$ の根によって制御系の安定性が決定される。そこで、 $\sigma = \hat{b}_0/b_0$ に対する閉ループ系の根軌跡を描くと Fig. 3 のようになり、サンプリング周期が制御対象の時定数に比較して十分短ければ、かなり広い範囲の $\hat{b}_0$ に対して制御系が安定であることがわかる。

ただし、ここで行った解析は制御系が定常状態になった場合を考えているため、過渡的にもここで得られた安定条件が満たされるか否かは明らかではない。しかし、この結果によって安定性を確保できる推定パラメータの範囲が明確になり、たとえば、制御対象に関する事前情報があれば、推定パラメータの変化範囲を限定することで過渡的にも安定性を保証することができる。

5. 2次元サーボ機構の概略

前節までに設計、解析した適応制御手法の有効性を確認するために、DC サーボモータで駆動されるサーボ機構を制御対象として実験を行うことを考える。ここで取り扱う制御対象は Fig. 4 に示すような2次元

Fig. 6 Experimental results of the proposed adaptive servo system

制御系の閉ループ特性を指定する多項式 $D(z^{-1})$ を $(1 - 0.3z^{-1})^2$ と選んだ。また、パラメータ推定アルゴリズムにおいて、

$$\hat{b}_0(0) = 0.01, \hat{b}_f(0) = 0, \beta = 1$$

$$\Gamma(0) = 1000I, \lambda_1(k) = 0.8, \lambda_2(k) = 1.0$$

として制御を行った(注3)。図から明らかなように、適応制御はパラメータ推定の不十分な制御初期の目標値

に対する遅れを除き、PID制御に比較して良好な結果であることが確認できた。さらに、適応制御の有効性を確認するために、各種の目標値に対する実験を行ったが、ここではその一例として2軸協調の2次元運動である円軌道为目标値とする結果を示す。実験条件は以下のとおりである。

- 1) 目標軌道：半径 40 mm, 周速 0.5°/サンプル
- 2) 閉ループ多項式： $D(z^{-1}) = (1 - 0.5z^{-1})^2$
- 3) パラメータ推定アルゴリズム：単軸制御と同一

Fig. 6 に実験結果を示す。図(a)はX, Y軸の目標値, 出力, 入力, 図(b)は推定パラメータの挙動を, また, 図(c)は2次元面内での軌道を示す。この

(注3) アルゴリズムの実行において、制御対象に入力の飽和 ($\pm 3A$) が存在することを考慮して入力発生則を修正するとともに、 $\hat{b}_0(k)$ による零割りを避けるため、その絶対値に下限値を設けた (実験ではこの制限に低触する場合は生じていない)。

場合にも、制御初期に応答の遅れを生じていることを除き、軌道制御として良好な結果が得られている。

なお、入力に見られる振動的な挙動は機構のスティックスリップによる静止摩擦と動摩擦の交互変化の影響によるものと考えられる。また、軌道の途中に生じている一時的なずれは、ボールネジの局所的な回転トルクむらによって Y 軸方向の動作が停止し、静止摩擦のために再動作が遅れたことが原因である。

また、推定パラメータの $\hat{b}_f(k)$ の挙動から、動作方向に応じた摩擦力が、 $\hat{b}_0(k)$ があまり変化していないことから、負荷等慣性モーメントが適切に推定されていることがわかる。以上の一連の実験により、提案の手法がサーボ系の無調整化、高性能化に十分有効であることが確認された。

7. 制御装置に要求されるハードウェア性能

ここで示した実験例では、その制御装置として、便宜的に、ミニコンピュータを用いている。しかし、本手法は非常に簡潔な構造となっていることから、現在、デジタル制御装置として盛んに用いられているマイクロプロセッサ程度のハードウェアで十分実現することが可能である。これを確認するために、16 ビット CPU の代表として Intel 8086+8087 Numeric Coprocessor (クロック 8 MHz) を用いて演算時間を評価すると、1 軸あたり 4.7 ms (Microsoft 社製 MS-FORTRAN, 除入出力) となり、研究室レベルではパーソナルコンピュータ程度のハードウェアで装置化が可能であることがわかる。さらに、最近、その開発が盛んで、また、性能向上の著しいデジタルシグナルプロセッサ (DSP) を用いれば、本手法はロボットなどのサーボ系の実用レベルでの性能向上に十分貢献しうるものと考えられる。

8. 結 言

ここでは、サーボ機構の制御系として、サーボモータの動特性を考慮した簡潔な数学モデルに基づく離散時間適応制御系の設計法を提案し、その有効性を確認するために、2 次元サーボ機構を制御対象として実験を行った結果を示した。提案した手法は、従来のデジタルサーボ系に比較して、その無調整化、高性能化の面で、実用的にも有効であると考えられる。さらに、実用面で問題となりうる制御系のロバスト性についても考察を行うとともに、実装上の問題点も評価した。なお、本手法は特許出願中であり、ロボットなどの実装への応用結果については別に報告する予定である。

参 考 文 献

- 1) M. Tomizuka and R. Horowitz: Model Reference Adaptive Control of Mechanical Manipulators, Proceedings of the IFAC Workshop, San Francisco, 27/32 (1983)
- 2) 田村, 市川, 小滝, 天野: クーロン摩擦を受ける直流サーボ系の適応制御系の構成, 計測自動制御学会論文集, **20-3** 227/232 (1984)
- 3) 田村, 市川, 小滝, 天野: クーロン摩擦を受ける直流サーボ系の適応制御 一位置制御一, 計測自動制御学会論文集, **20-7**, 663/665 (1984)
- 4) 柴田, 丸岡, 平井, 畑: マイコンによる直流電動機の適応制御, 計測自動制御学会論文集, **21-3** 308/310 (1985)
- 5) 柴田, 丸岡, 西村: 離散時間モデル規範形適応制御の直流モータへの応用, 計測自動制御学会論文集, **22-11**, 1234/1236 (1985)
- 6) 藤井, 水野: 未知確定外乱を考慮した離散時間適応極配置制御系, 計測自動制御学会論文集, **21-10**, 1021/1028 (1985)
- 7) I. D. Landau, 富塚: 適応制御システムの理論と実際, 第 6 章, オーム社 (1981)
- 8) G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Caines: Discrete-Time Multivariable Adaptive Control, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-25-3**, 449/451 (1981)
- 9) 藤井, 水野: プラント入力に振幅制限のある場合のモデル規範形適応制御系の一構成法, 計測自動制御学会論文集, **18-8**, 859/861 (1982)